

Wahlaufgaben

Aufgabe 2023 B/1b:

5 P

Eine nach oben geöffnete verschobene Normalparabel p mit der Form $y = x^2 + bx - 2$ geht durch den Punkt $A(1|1)$.

- Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p .

Die Parabel p geht auch durch den Punkt $B(-3|y_B)$.

Sie schneidet die y -Achse im Punkt C .

- Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte B und C .

Die Punkte A , B und C bilden das Dreieck ABC .

- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Die Gerade g geht durch den Punkt C und hat die Steigung $m = -3$.

- Geben Sie die Funktionsgleichung von g an.

Julius behauptet: "Die Gerade g halbiert den Flächeninhalt des Dreiecks ABC ."

- Überprüfen Sie diese Aussage und begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung oder Argumentation.

Lösung 2023 B/1b:

1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p :

$$p: y = x^2 + bx - 2 \quad \text{Parabelgleichung}$$
$$| A(1|1)$$
$$\text{Punktkoordinaten einsetzen}$$

$$1 = 1^2 + b \cdot 1 - 2$$

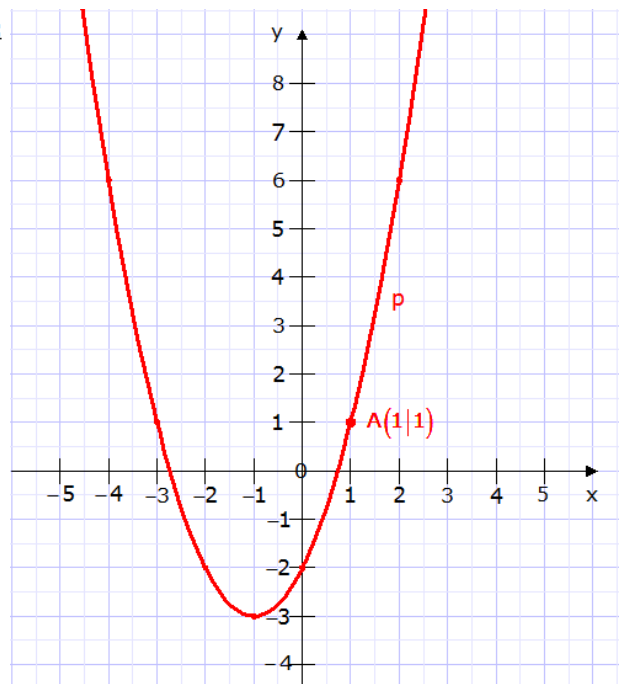
$$1 = 1 + b - 2 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$1 + b - 2 = 1 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$b - 1 = 1 \quad | +1$$

$$\underline{b = 2}$$

$$\underline{p: y = x^2 + 2x - 2}$$



Lösung 2023 B/1b:

2. Berechnung der Koordinaten des Punktes B:

$$p: y = x^2 + 2x - 2 \quad \text{Parabelgleichung}$$

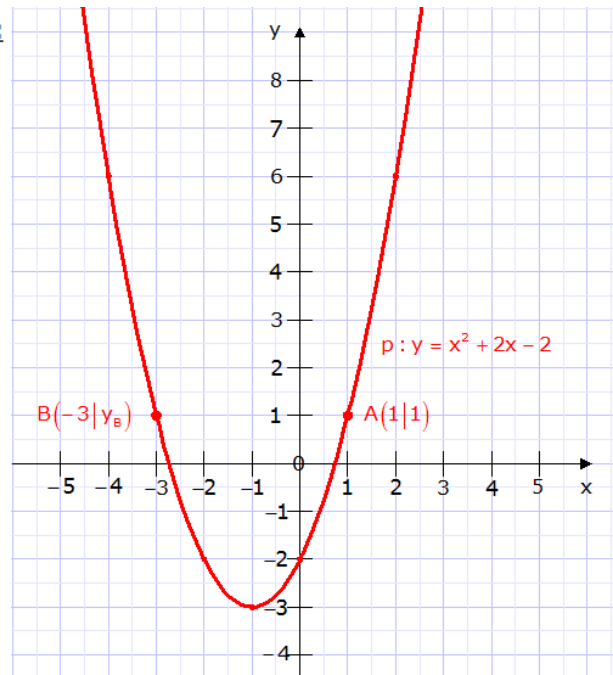
$$| B(-3 | y_B)$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$y_B = (-3)^2 + 2 \cdot (-3) - 2$$

$$y_B = 9 - 6 - 2$$

$$\underline{y_B = 1} \Rightarrow \underline{B(-3 | 1)}$$



3. Berechnung der Koordinaten des Punktes C:

$$\text{I: } y = x^2 + 2x - 2 \quad \text{Funktionsgleichung der Parabel}$$

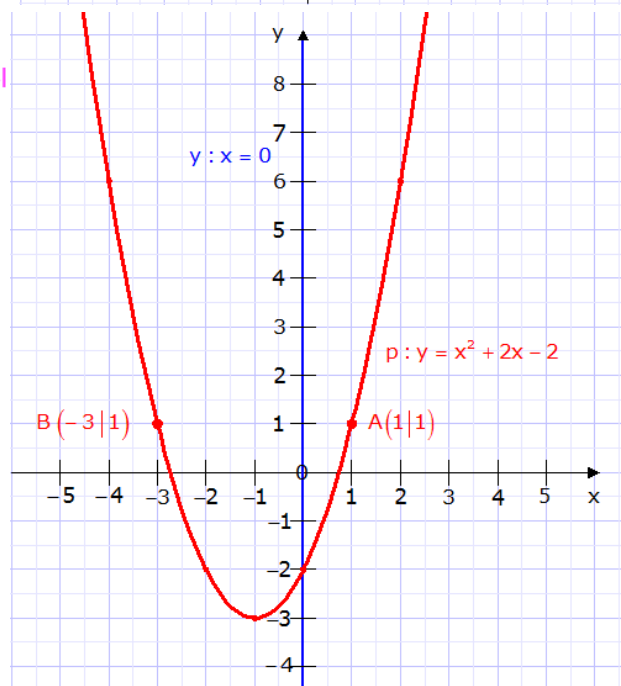
$$\text{II: } x = 0 \quad \text{Gleichung der y-Achse}$$

II in I: Einsetzverfahren

$$\text{I: } y = 0^2 + 2 \cdot 0 - 2$$

$$y = 0 + 0 - 2$$

$$\underline{y = -2} \Rightarrow \underline{C(0 | -2)}$$



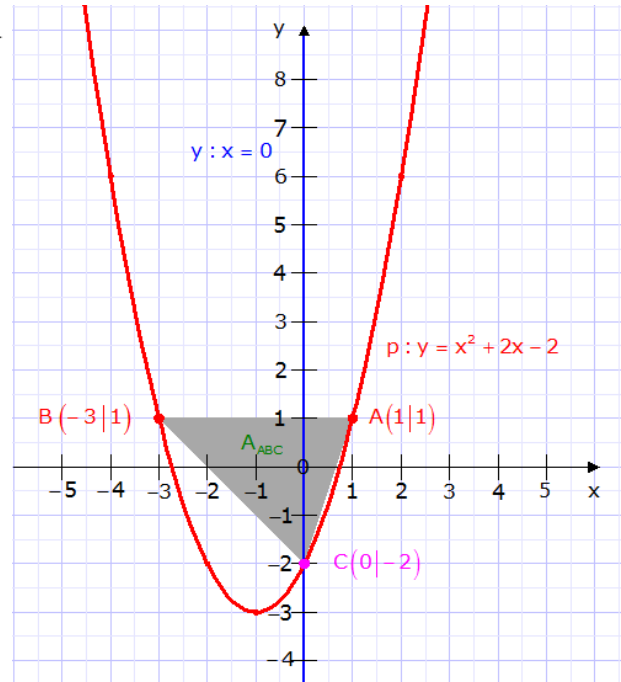
Lösung 2023 B/1b:

4. Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks A_{ABC} :

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \quad \text{Formel Dreiecksfläche}$$

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3$$

$$\underline{\underline{A_{ABC} = 6 \text{ FE}}}$$



5. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g :

$$g: y = m \cdot x + b \quad \text{Allgemeine Geradengleichung}$$

$$y = m \cdot x + b \quad m = -3$$

$$y = (-3) \cdot x + b$$

$$C(0|-2)$$

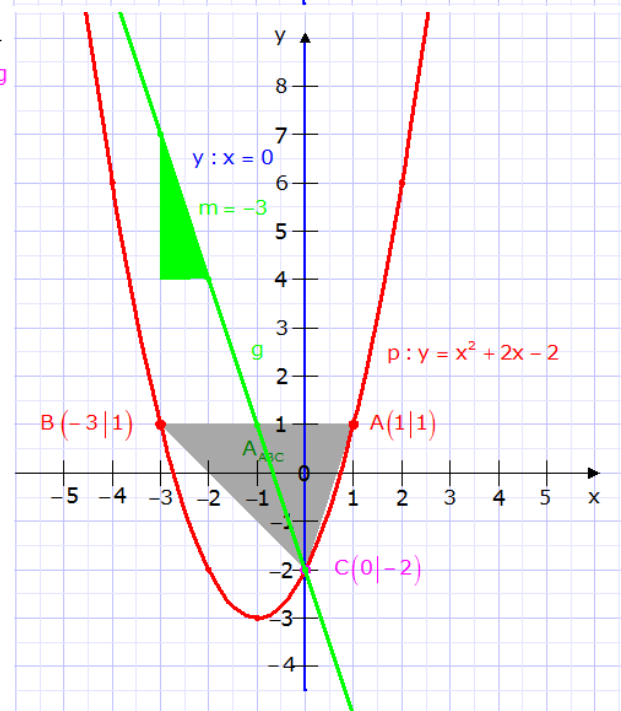
Punktkoordinaten einsetzen

$$-2 = (-3) \cdot 0 + b$$

$$-2 = 0 + b$$

$$-2 = b$$

$$\underline{\underline{b = -2 \Rightarrow g: y = -3x - 2}}$$



Lösung 2023 B/1b:

6. Berechnung der Koordinaten des Punktes D:

$$\text{I: } y = -3x - 2 \quad \text{Funktionsgleichung der Geraden } g$$

$$\text{II: } y = 1 \quad \text{Gerade durch die Punkte A und B}$$

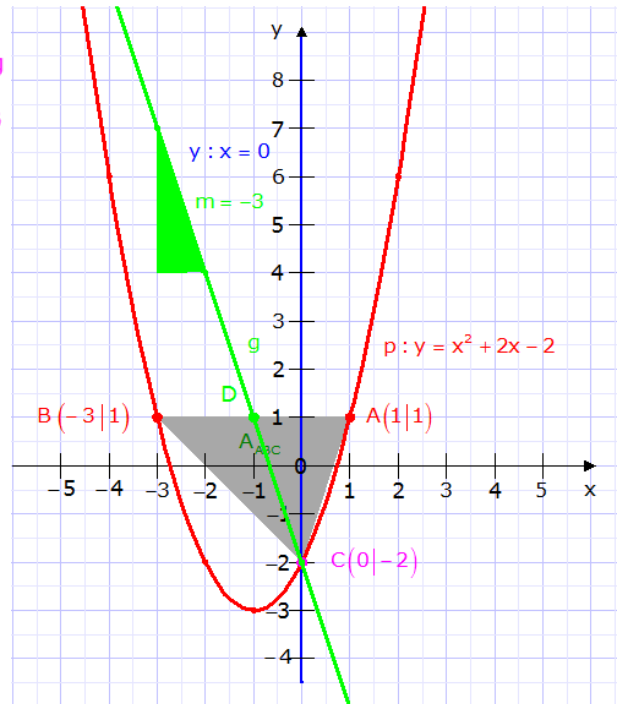
I = II : Gleichsetzverfahren

$$-3x - 2 = 1 \quad | \cdot (-1)$$

$$3x + 2 = -1 \quad | -2$$

$$3x = -3 \quad | :3$$

$$\underline{x = -1} \Rightarrow \underline{D(-1|1)}$$

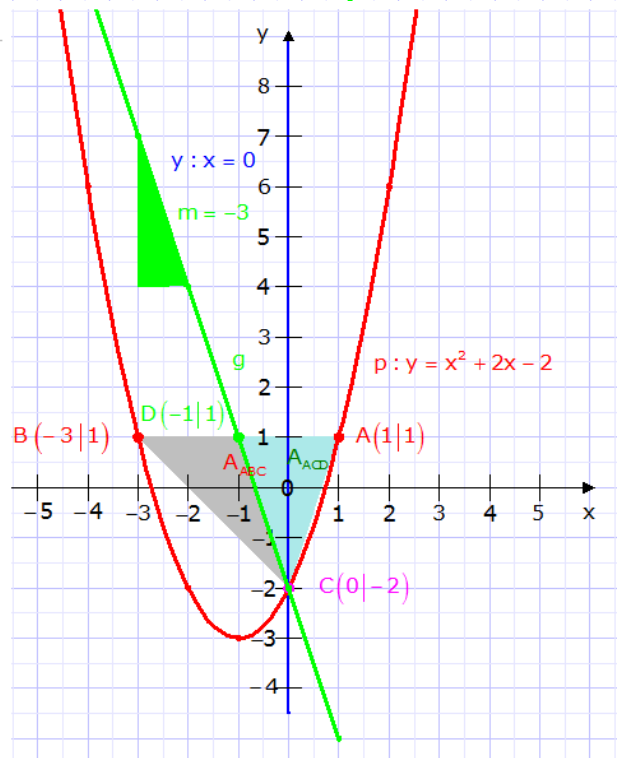


7. Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks A_{ACD} :

$$A_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \quad \text{Formel Dreiecksfläche}$$

$$A_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3$$

$$\underline{A_{ACD} = 3 \text{ FE}}$$



8. Behauptung von Julius:

Antwort: Julius hat Recht, da A_{ACD} die Hälfte von A_{ABC} beträgt.