

Wahlaufgaben

Aufgabe 2017 W4a:

Bei einer Wohltätigkeitsveranstaltung wird ein Glücksrad eingesetzt. Die Mittelpunktwinkel betragen 60° , 90° und 210° . Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man höchstens einmal das Symbol 😊?

Das Glücksrad wird für ein Glücksspiel verwendet. Berechnen Sie den Erwartungswert unter Berücksichtigung des nebenstehenden Gewinnplans.

Der Gewinnplan soll so verändert werden, dass das Spiel fair wird.

Wie hoch muss der Gewinn für das Ereignis "zweimal 😊" sein, wenn alles andere unverändert bleibt?



Ereignisse	Gewinn
zweimal 😊	4,00 €
zweimal 😐	2,00 €
sonstige	kein Gewinn
Einsatz pro Spiel: 0,50 €	

Lösung 2017 W4a:

1. Berechnung der Wahrscheinlichkeit höchstens einmal das Symbol 😊 zu erhalten:

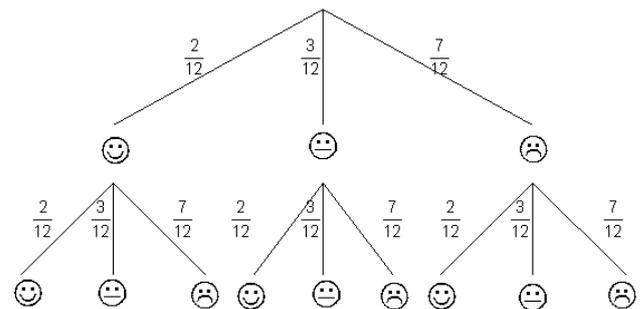
Für unsere Aufgabe gibt es 9 mögliche Ereignisse. Das Experiment wird durch einen Ereignisbaum dargestellt.

Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$60^\circ \text{ entspricht } \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$$

$$90^\circ \text{ entspricht } \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

$$210^\circ \text{ entspricht } \frac{210^\circ}{360^\circ} = \frac{7}{12}$$

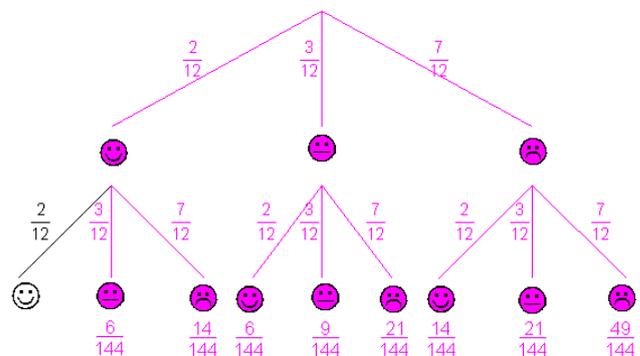


Für das Ereignis höchstens einmal das Symbol 😊 zu erhalten ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$\begin{aligned} \text{😊😊} & \frac{2}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{6}{144} \\ \text{😊😐} & \frac{2}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{14}{144} \\ \text{😊😊} & \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{12} = \frac{6}{144} \\ \text{😊😐} & \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{9}{144} \\ \text{😊😞} & \frac{3}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{21}{144} \\ \text{😐😊} & \frac{7}{12} \cdot \frac{2}{12} = \frac{14}{144} \\ \text{😐😐} & \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{21}{144} \\ \text{😐😞} & \frac{7}{12} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{144} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{6}{144} + \frac{14}{144} + \frac{6}{144} + \frac{9}{144} + \frac{21}{144} + \frac{14}{144} + \frac{21}{144} + \frac{49}{144} &= \frac{140}{144} \\ &= 0,972 = \frac{97,2}{100} = \underline{\underline{97,2\%}} \end{aligned}$$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit höchstens einmal das Symbol 😊 zu erhalten beträgt 97,2 %.



Lösung 2017 W4a:

2. Berechnung des Erwartungswertes:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \dots x_n$: Werte

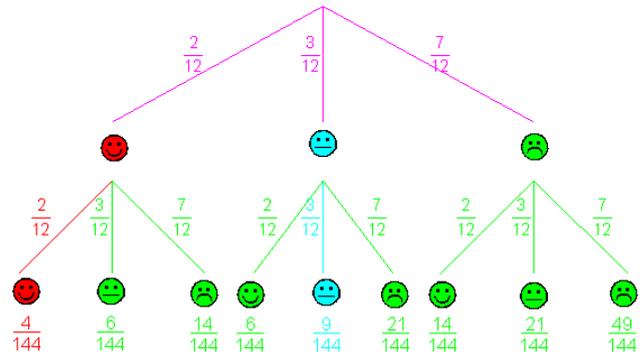
$p_1 \dots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es $n = 3$ mögliche Ereignisse

1. zweimal 😊

2. zweimal: 😐

3. sonstige: alle anderen



Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$\text{😊😊} \quad \frac{4}{144}$$

$$\text{😊😐} \quad \frac{9}{144}$$

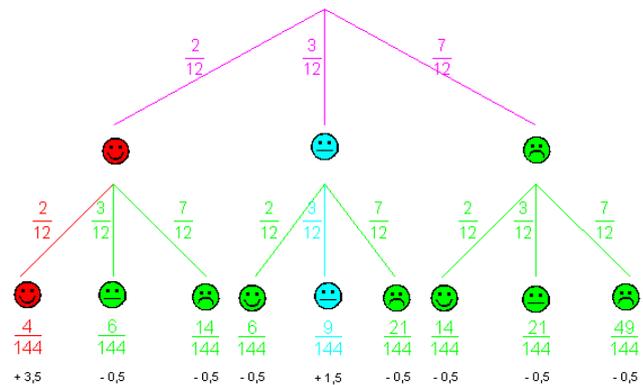
$$\text{alle anderen} \quad \frac{131}{144}$$

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

$$\text{😊😊} \quad \text{man hat einen Gewinn von 4 €, muß aber den Kaufpreis von 0,50 € abziehen} \quad + 3,50$$

$$\text{😊😐} \quad \text{man hat einen Gewinn von 2 €, muß aber den Kaufpreis von 0,50 € abziehen} \quad + 1,50$$

$$\text{alle anderen} \quad \text{man verliert den Einsatz von 0,50 €} \quad - 0,50$$



$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E = 3,50 \cdot \frac{4}{144} + 1,50 \cdot \frac{9}{144} - 0,50 \cdot \frac{131}{144}$$

$$E = \frac{14}{144} + \frac{13,5}{144} - \frac{65,5}{144}$$

$$E = -\frac{38}{144}$$

$$E = -0,2639 \text{ €}$$

Antwort: Der Erwartungswert beträgt - 0,26 €

Lösung 2017 W4a:

3. Faires Spiel:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \dots x_n$: Werte

$p_1 \dots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

$$0 = (x - 0,5) \cdot \frac{4}{144} + 1,50 \cdot \frac{9}{144} - 0,5 \cdot \frac{131}{144}$$

Das Spiel ist fair, wenn $E = 0$

$$0 = (x - 0,5) \cdot \frac{4}{144} + 1,50 \cdot \frac{9}{144} - 0,5 \cdot \frac{131}{144}$$

Seiten tauschen

$$(x - 0,5) \cdot \frac{4}{144} + 1,50 \cdot \frac{9}{144} - 0,5 \cdot \frac{131}{144} = 0$$

$$\frac{4}{144} \cdot x - \frac{2}{144} + \frac{13,5}{144} - \frac{65,5}{144} = 0$$

| · 144

$$4x - 2 + 13,5 - 65,5 = 0$$

Zusammenfassen

$$4x - 54 = 0$$

| + 54

$$4x = 54$$

| : 4

$$x = 13,5$$

Antwort: Ein faires Spiel erhält man, wenn man für "2 mal 😊" einen Gewinn von 13,50 € erhält.

