

Wahlaufgaben

Aufgabe 2008 W3b:

Von einer nach oben geöffneten Normalparabel p_1 sind die Schnittpunkte mit der x-Achse bekannt: **4,5 P**

$$N_1(1|0) \text{ und } N_2(5|0)$$

Durch den Scheitelpunkt der Parabel p_1 verläuft die Gerade g mit der Steigung $m = -1$.

Auf dieser Geraden liegt der Scheitelpunkt einer zweiten nach oben geöffneten Normalparabel, die mit der x-Achse nur einen gemeinsamen Punkt hat.

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der beiden Parabeln.

Lösung 2008 W3b:

1. Bestimmung der Funktionsgleichung p_1 :

$$y = x^2 + p x + q \quad \text{Allgemeine Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten Normalparabel}$$

$$\text{I: } 0 = 1^2 + p \cdot 1 + q \quad \text{Punktkoordinaten } N_1(1|0) \text{ einsetzen}$$

$$\text{II: } 0 = 5^2 + p \cdot 5 + q \quad \text{Punktkoordinaten } N_2(5|0) \text{ einsetzen}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{I: } 1 + p + q = 0 & -1 \\ \text{II: } 25 + 5p + q = 0 & -25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{I: } p + q = -1 & \\ \text{II: } 5p + q = -25 & \cdot (-1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{I: } p + q = -1 & \\ \text{II: } -5p - q = 25 & \text{Additionsverfahren} \end{array}$$

$$\text{I + II: } -4p = 24 \quad | :(-4)$$

$$p = -6$$

$$\text{I: } p + q = -1 \quad p = -6 \text{ in I einsetzen}$$

$$\text{I: } -6 + q = -1 \quad | +6$$

$$q = 5$$

$$p_1: y = x^2 - 6x + 5$$

2. Bestimmung des Scheitelpunktes S_1 von p_1 :

$$p_1: y = x^2 - 6x + 5$$

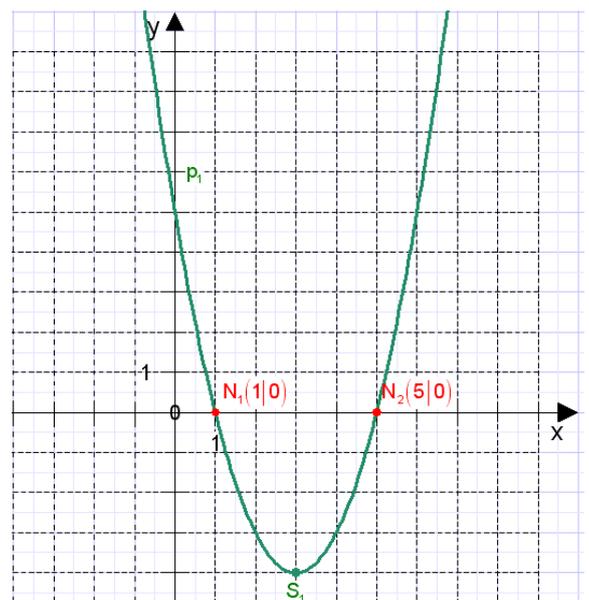
$$y = x^2 - 6x + 9 - 9 + 5 \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

$$y = (x^2 - 6x + 9) - 9 + 5$$

$$y = (x^2 - 6x + 9) - 9 + 5 \quad \text{2. binomische Formel}$$

$$y = (x - 3)^2 - 9 + 5$$

$$y = (x - 3)^2 - 9 + 5 \quad \text{Zusammenfassen}$$



Lösung 2008 W3b:

$$y = (x - 3)^2 - 4$$

$$y = (x - 3)^2 - 4$$

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d) \quad \text{Scheitelform}$$

$$y = (x - 3)^2 + (-4); S(3|-4)$$

$$\underline{S_1(3|-4)}$$

3. Berechnung der Geraden g durch S_1 mit $m = -1$:

$$y = m \cdot x + b \quad \text{Allgemeine Geradengleichung}$$

$$y = (-1) \cdot x + b \quad m = -1$$

$$y = -x + b$$

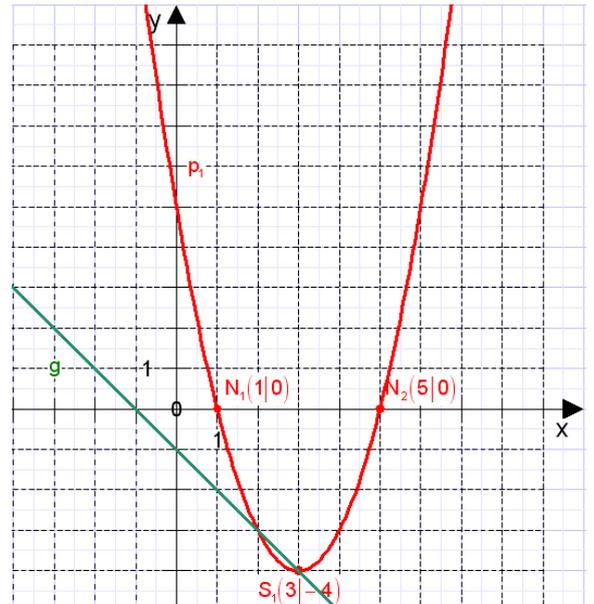
$$-4 = -3 + b \quad S_1(3|-4)$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$-3 + b = -4 \quad | +3$$

$$\underline{b = -1}$$

$$\underline{g: y = -x - 1}$$



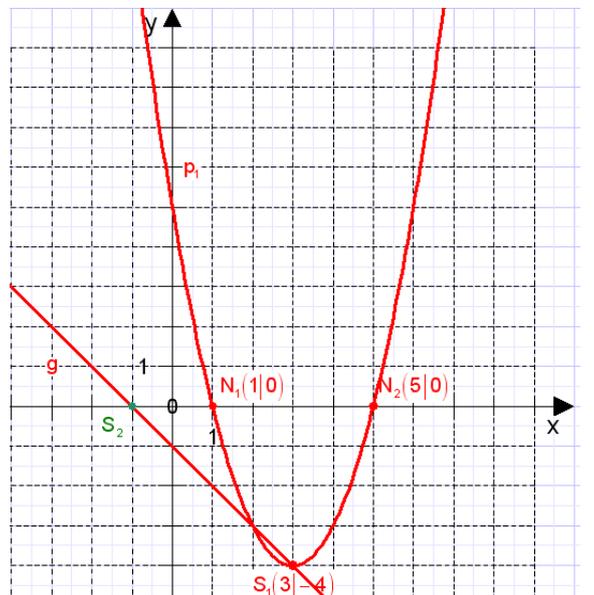
4. Bestimmung der Koordinaten des Scheitels S_2 :

$$y = -x - 1 \quad \wedge \quad y = 0 \quad \text{Schnittpunkt mit der x-Achse}$$

$$0 = -x - 1 \quad | +x$$

$$\underline{x = -1}$$

$$\underline{S_2(-1|0)}$$



Lösung 2008 W3b:

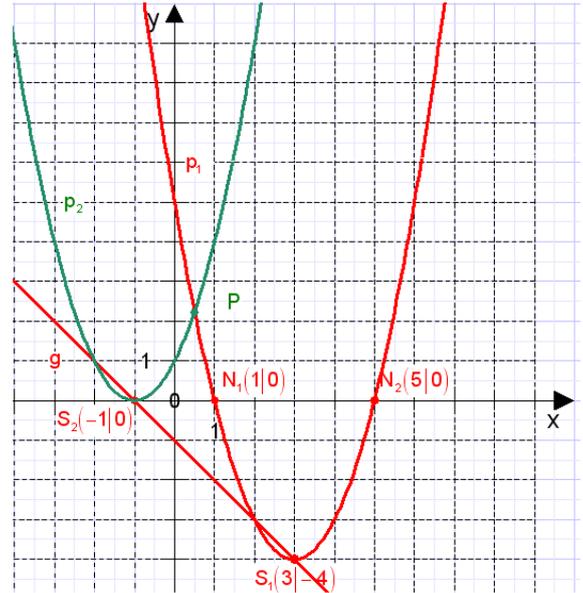
5. Bestimmung der Funktionsgleichung p_2 :

$y = (x - b)^2 + d ; S(b|d)$ Scheiteltgleichung

$y = (x - (-1))^2 + 0 ; S_2(-1|0)$

$y = (x + 1)^2$ 1. binomische Formel

$p_2 : y = x^2 + 2x + 1$



6. Bestimmung des Schnittpunktes P von p_1 und p_2 :

$p_1 : y = x^2 - 6x + 5$

$p_2 : y = x^2 + 2x + 1$

Gleichsetzverfahren

$x^2 - 6x + 5 = x^2 + 2x + 1 \quad | -x^2$

$-6x + 5 = 2x + 1 \quad | -2x$

$-8x + 5 = 1 \quad | -5$

$-8x = -4 \quad | :(-8)$

$x = 0,5$

$p_2 : y = x^2 + 2x + 1$

$x = 0,5$ in p_2 einsetzen

$p_2 : y = 0,5^2 + 2 \cdot 0,5 + 1$

$p_2 : y = 0,25 + 1 + 1$

$y = 2,25$

$P(0,5|2,25)$

