Wahlaufgaben

Aufgabe 2008 W3a:

Eine Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -x^2 + 5$. **5,5 P**
Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitel $S_2(2|-5)$.

Durch die gemeinsamen Punkte der beiden Parabeln verläuft eine Gerade.

Bestimmen Sie die Gleichung dieser Geraden rechnerisch.

Berechnen Sie die Winkel, unter denen die Gerade die x-Achse schneidet.

Lösung 2008 W3a:

1. Bestimmung der Funktionsgleichung p_2:

$y = (x - b)^2 + d \; ; \; S(b | d)$ Scheitelgleichung

$y = (x - 2)^2 + (-5) \; ; \; S(2 | -5)$

$y = (x - 2)^2 - 5$

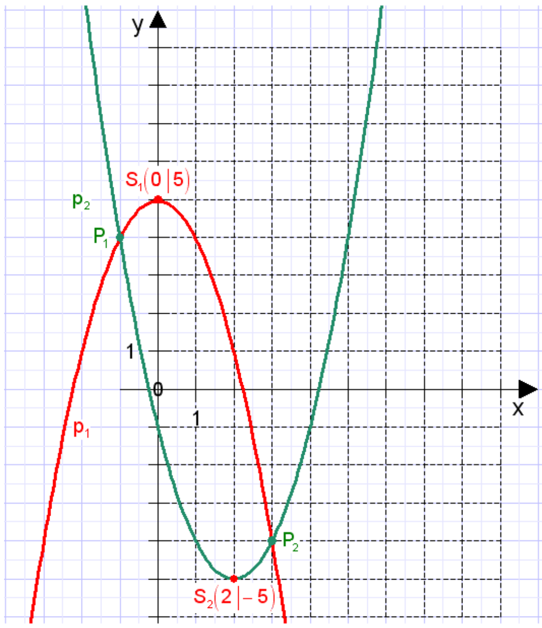
$y = (x - 2)^2 - 5$ 2. binomische Formel

$y = x^2 - 4x + 4 - 5$

$y = x^2 - 4x + 4 - 5$

$y = x^2 - 4x + 4 - 5$ Zusammenfassen

$y = x^2 - 4x - 1$



2. Bestimmung des Scheitelpunktes S_1 von p_1:

$y = -x^2 + 5$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	1	4	5	4	1	-4

Parabel p_1 ist nach unten geöffnet mit $S_1(0|5)$.

Lösung 2008 W3a:

3. Berechnung der Schnittpunkte P_1 und P_2:

$x^2 - 4x - 1 = -x^2 + 5$ Gleichsetzung der Funktionsgleichungen von p_1 und p_2.

$x^2 - 4x - 1 = -x^2 + 5 \quad | + x^2$

$2x^2 - 4x - 1 = 5 \quad | - 5$

$2x^2 - 4x - 6 = 0 \quad | : 2$

$x^2 - 2x - 3 = 0$ Quadratische Gleichung in der Normalform

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$x^2 + px + q = 0$ p und q bestimmen

$p = -2$

$q = -3$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\frac{(-2)^2}{4} - (-3)}$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 3}$

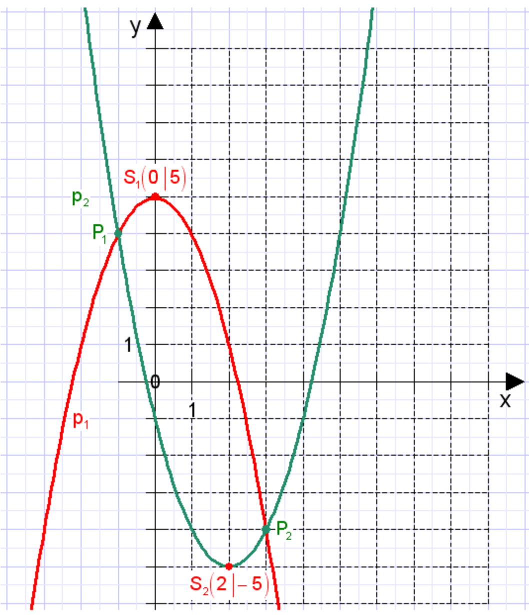
$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 3}$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{4}$

$x_{1,2} = 1 \pm 2$

$\underline{x_1} = 1 + 2 = \underline{3}$

$\underline{x_2} = 1 - 2 = \underline{-1}$



$p_1: y = -x^2 + 5$ x_1 in p_1 einsetzen

$y = -3^2 + 5$

$y = -9 + 5$

$\underline{y_1 = -4}$

$p_1: y = -x^2 + 5$ x_2 in p_1 einsetzen

$y = -(-1)^2 + 5$

$y = -1 + 5$

$\underline{y_2 = 4}$

$\underline{P_1(-1|4) \quad P_2(3|-4)}$

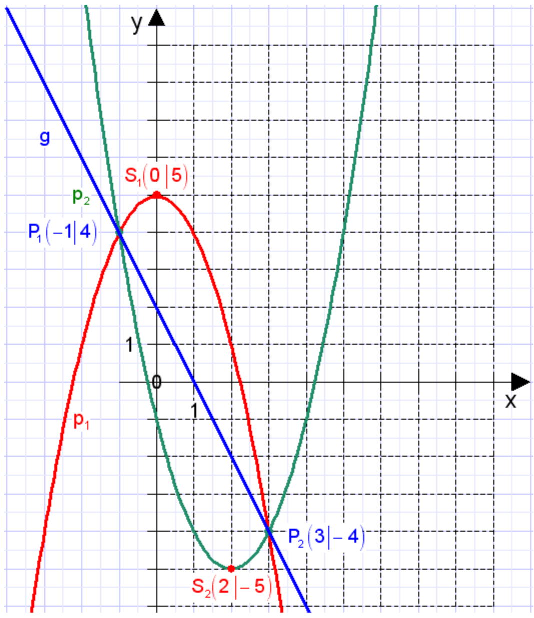
Lösung 2008 W3a:

4. Berechnung der Geraden g durch P_1 und P_2:

$y = m \cdot x + b$ — Allgemeine Geradengleichung

$\mathrm{I}: \quad 4 = m \cdot (-1) + b$ — $P_1(-1|4)$ Punktkoordinaten einsetzen

$\mathrm{II}: -4 = m \cdot 3 + b$ — $P_2(3|-4)$ Punktkoordinaten einsetzen



$$\begin{array}{l|} \mathrm{I}: \quad 4 = m \cdot (-1) + b \\ \mathrm{II}: -4 = m \cdot 3 + b \\ \hline \end{array}$$

Gleichungssystem mit 2 Unbekannten
Lösung durch Additionsverfahren

$$\begin{array}{l|} \mathrm{I}: \quad 4 = -m + b \\ \mathrm{II}: -4 = 3m + b \\ \hline \end{array} \quad |\cdot 3$$

$$\begin{array}{l|} \mathrm{I}: 12 = -3m + 3b \\ \mathrm{II}: -4 = 3m + b \\ \hline \end{array}$$

$\mathrm{I}+\mathrm{II}: 8=4b$ — Seiten tauschen

$4b=8 \quad |:4$

$\underline{b=2}$

$\mathrm{II}: -4 = 3m + 2$ — $b=2$ in II einsetzen

$-4 = 3m + 2$ — Seiten tauschen

$3m + 2 = -4 \quad |-2$

$3m = -6 \quad |:3$

$\underline{m = -2}$

$\underline{g: \ y = -2x + 2}$

5. Bestimmung der Koordinaten des Punktes P_3:

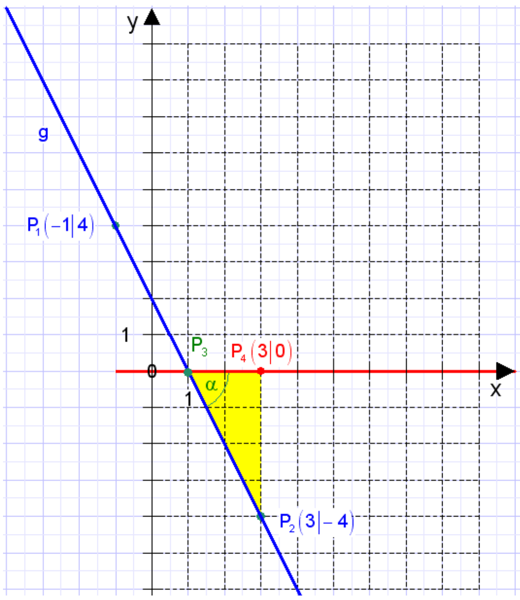
$y = -2x + 2 \quad \wedge \quad y = 0$ — Schnittpunkt mit der x-Achse

$0 = -2x + 2 \quad |+2x$

$2x = 2 \quad |:2$

$x = 1$

$\underline{P_3(1|0)}$



Lösung 2008 W3a:

6. Berechnung der Winkel α und β:

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{4}{2}$$ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Dreieck

$$\tan\alpha = 2$$

$$\underline{\underline{\alpha = 63,4^\circ}}$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

$$\underline{\underline{\beta = 116,6^\circ}}$$