

Wahlaufgaben

Aufgabe 2008 W2b:

4,5 P

Aus einem massiven Kegel wurde ein Teil ausgeschnitten.

Es gilt:

$$h = 4e$$

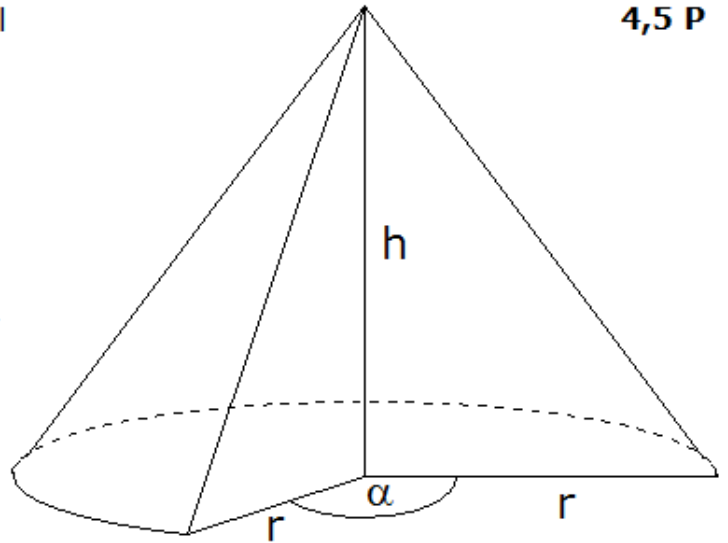
$$r = 3e$$

$$\alpha = 120^\circ$$

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass die Oberfläche des neu entstandenen Körpers um

$$4e^2(2\pi - 3)$$

kleiner ist.



Strategie 2008 W2b:

Gegeben:

Kegel

$$h = 4e$$

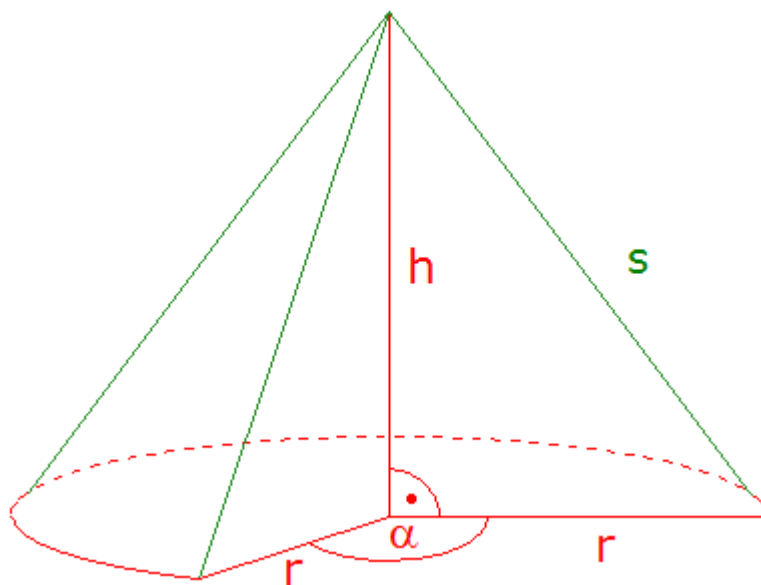
$$r = 3e$$

$$\alpha = 120^\circ$$

Gesucht:

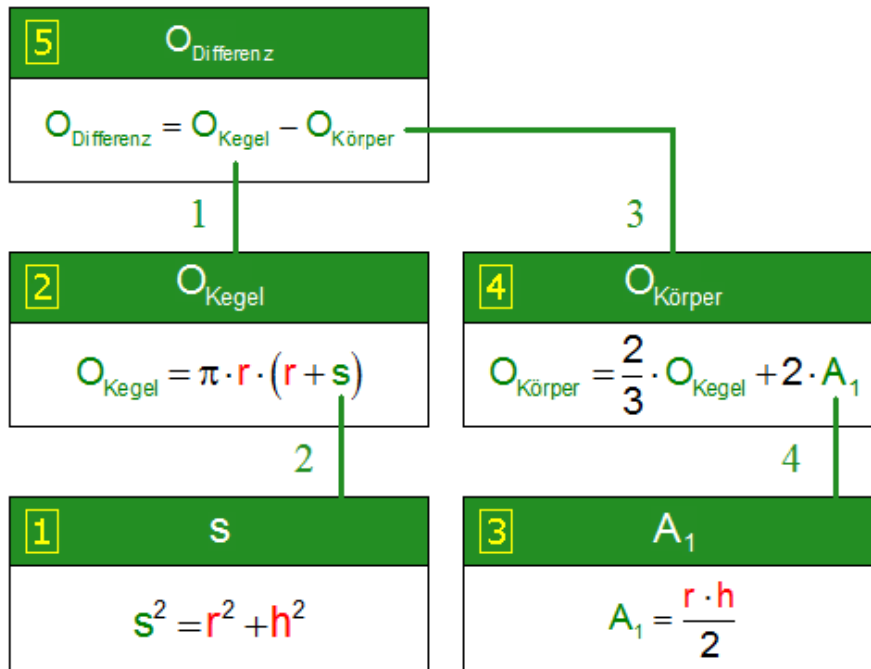
$$O_{\text{Kegel}} - O_{\text{Körper}} = 4e^2(2\pi - 3)$$

Skizze:



Strategie 2008 W2b:

Struktogramm:



Lösung 2008 W2b:

1. Berechnung der Mantellinie s:

$$s^2 = r^2 + h^2$$

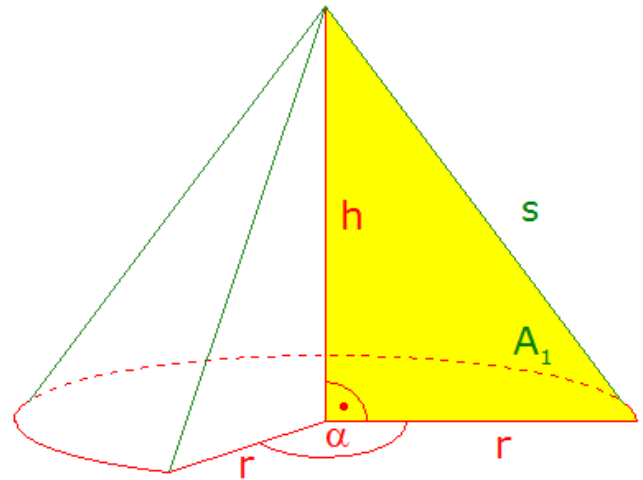
Pythagoras im
rechtwinkligen gelben
Teildreieck

$$s^2 = (3e)^2 + (4e)^2$$

$$s^2 = 9e^2 + 16e^2$$

$$s^2 = 25e^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{s = 5e}$$



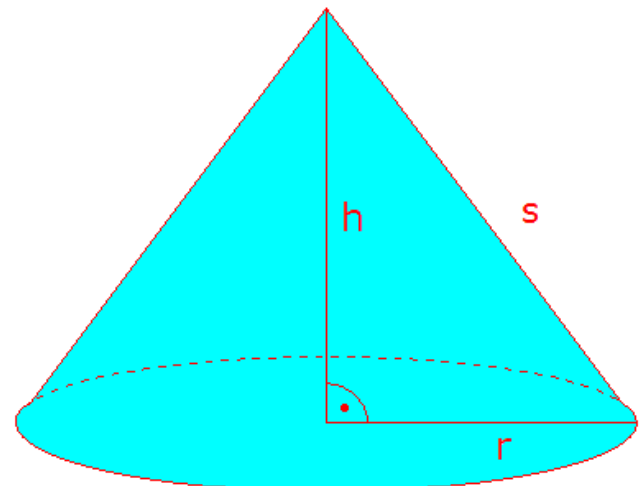
2. Berechnung der Oberfläche des Kegels O_{Kegel}:

$$O_{\text{Kegel}} = \pi \cdot r \cdot (r + s)$$

$$O_{\text{Kegel}} = \pi \cdot 3e \cdot (3e + 5e)$$

$$O_{\text{Kegel}} = \pi \cdot 3e \cdot 8e$$

$$\underline{O_{\text{Kegel}} = 24e^2 \pi}$$



Lösung 2008 W2b:

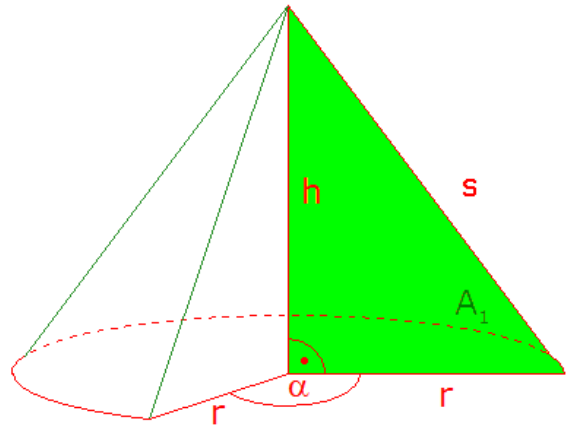
3. Berechnung der Schnittfläche A_1 :

$$A_1 = \frac{r \cdot h}{2} \quad \text{Formel Dreiecksfläche}$$

$$A_1 = \frac{3e \cdot 4e}{2}$$

$$A_1 = \frac{12e^2}{2}$$

$$\underline{A_1 = 6e^2}$$



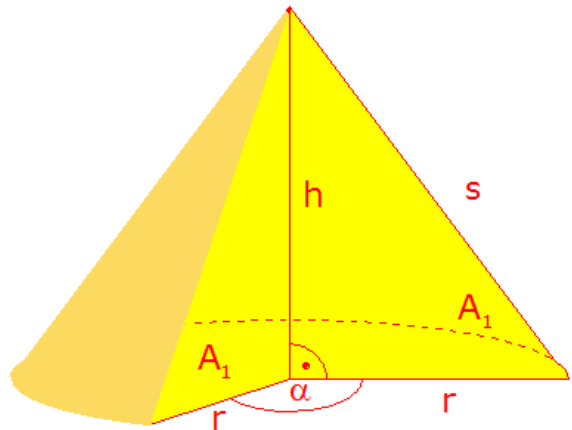
4. Berechnung der Oberfläche des Körpers $O_{\text{Körper}}$:

$$O_{\text{Körper}} = \frac{2}{3} O_{\text{Kegel}} + 2 \cdot A_1$$

Da $\alpha = 120^\circ$, wurde die Oberfläche des Kegels auf zwei Drittel reduziert. Zusätzlich entstehen zwei gleich große Schnittflächen.

$$O_{\text{Körper}} = \frac{2}{3} 24e^2\pi + 2 \cdot 6e^2$$

$$\underline{O_{\text{Körper}} = 16e^2\pi + 12e^2}$$



5. Berechnung der Differenz der Körper $O_{\text{Differenz}}$:

$$O_{\text{Differenz}} = O_{\text{Kegel}} - O_{\text{Körper}}$$

$$O_{\text{Differenz}} = 24e^2\pi - (16e^2\pi + 12e^2) \quad \text{negative Klammer auflösen}$$

$$O_{\text{Differenz}} = 24e^2\pi - 16e^2\pi - 12e^2$$

$$O_{\text{Differenz}} = 24e^2\pi - 16e^2\pi - 12e^2 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$O_{\text{Differenz}} = 8e^2\pi - 12e^2$$

$$O_{\text{Differenz}} = 2 \cdot 4e^2\pi - 3 \cdot 4e^2$$

$$O_{\text{Differenz}} = 2 \cdot 4e^2\pi - 3 \cdot 4e^2 \quad \text{gleiche Faktoren ausklammern}$$

$$O_{\text{Differenz}} = 4e^2(2 \cdot \pi - 3)$$

$$\underline{\underline{O_{\text{Differenz}} = 4e^2(2 \cdot \pi - 3)}}$$