

Wahlaufgaben

Aufgabe 2008 W2a:

Von einer quadratischen Pyramide sind bekannt:

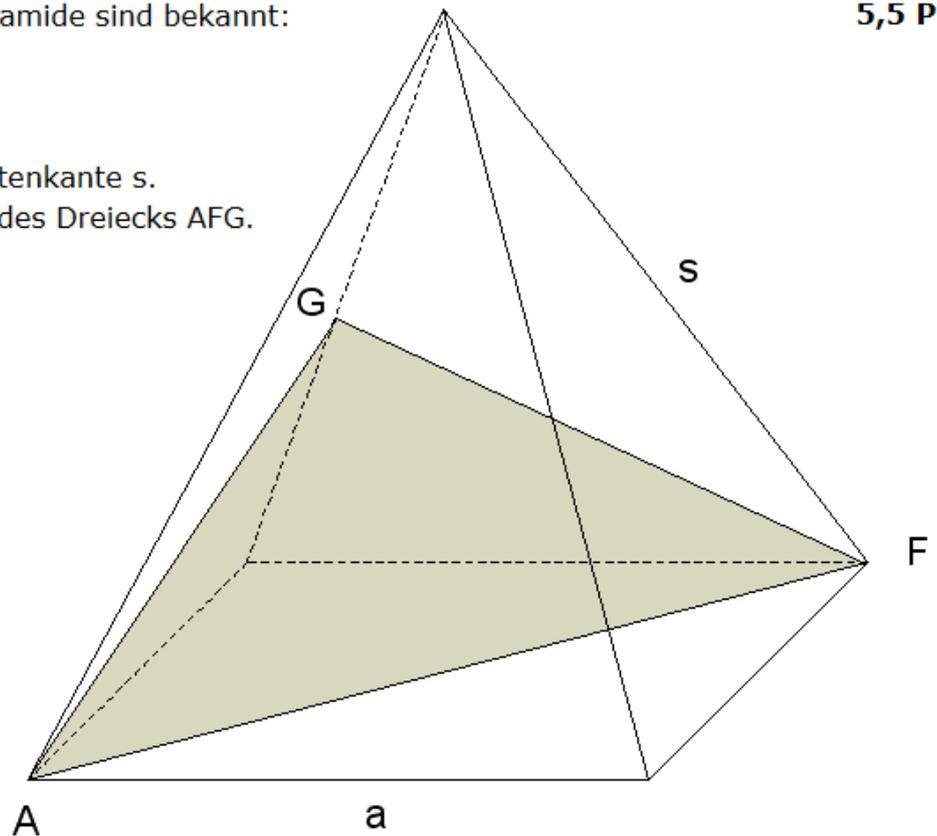
$$a = 7,6 \text{ cm}$$

$$s = 10,2 \text{ cm}$$

Der Punkt G halbiert die Seitenkante s.

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks AFG.

5,5 P



Strategie 2008 W2a:

Gegeben:

quadratische Pyramide

$$a = 7,6 \text{ cm}$$

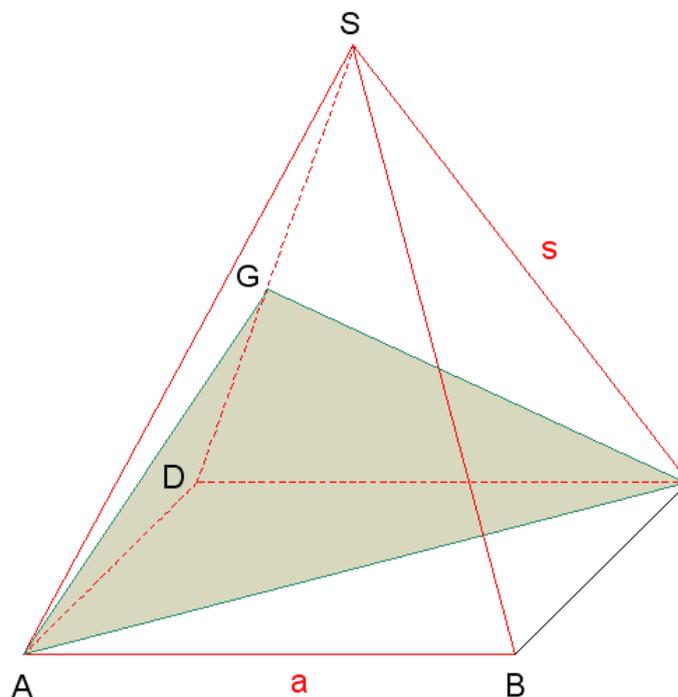
$$s = 10,2 \text{ cm}$$

G halbiert s

Gesucht:

$$u_{AFG}$$

Skizze:



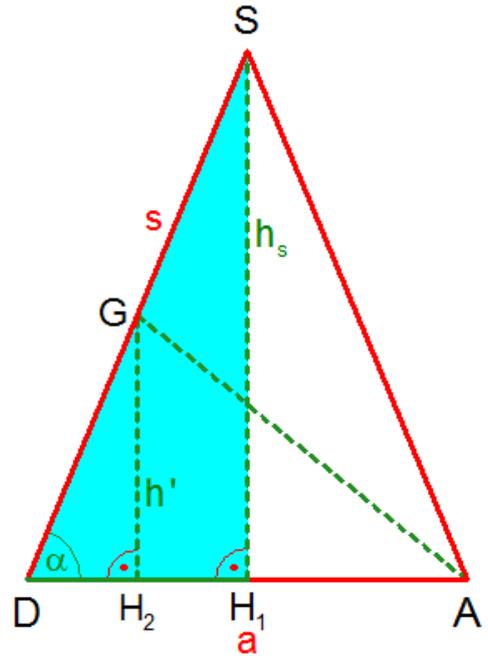
Lösung 2008 W2a:

2. Berechnung der Strecke $\overline{DH_1}$:

$\overline{DH_1} = \frac{a}{2}$ Linke Seitenfläche der Pyramide:
siehe rechtwinkliges hellblaues
Teildreieck DH_1S

$\overline{DH_1} = \frac{7,6}{2}$

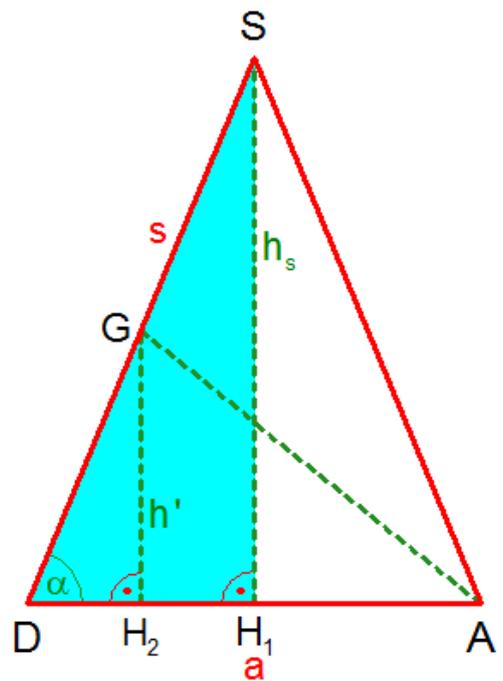
$\overline{DH_1} = 3,8 \text{ cm}$



3. Berechnung der Strecke \overline{DS} :

$\overline{DS} = s$ Linke Seitenfläche der Pyramide:
siehe rechtwinkliges hellblaues
Teildreieck DH_1S

$\overline{DS} = 10,2 \text{ cm}$



Lösung 2008 W2a:

4. Berechnung des Winkels α :

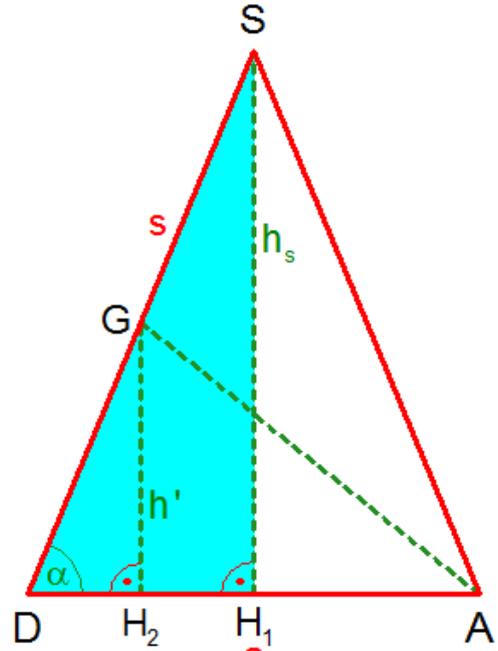
$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{DH_1}}{\overline{DS}}$$

Linke Seitenfläche der Pyramide:
Kosinusfunktion im rechtwinkligen
hellblauen Teildreieck DH_1S

$$\cos \alpha = \frac{3,8}{10,2}$$

$$\cos \alpha = 0,3725$$

$$\alpha = 68,1^\circ$$



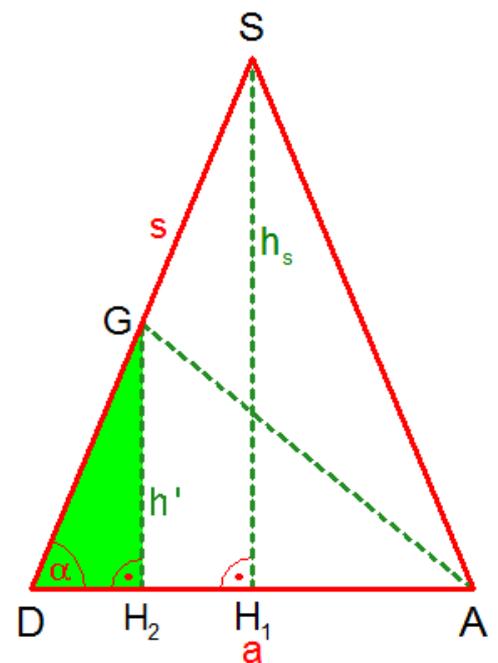
5. Berechnung der Strecke \overline{DG} :

$$\overline{DG} = \frac{s}{2}$$

Linke Seitenfläche der Pyramide:
siehe rechtwinkliges grünes
Teildreieck
G halbiert s

$$\overline{DG} = \frac{10,2}{2}$$

$$\overline{DG} = 5,1 \text{ cm}$$



Lösung 2008 W2a:

6. Berechnung der Strecke $\overline{GH_2}$:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{GH_2}}{\overline{DG}}$$

Linke Seitenfläche der Pyramide:
Sinusfunktion im rechtwinkligen
grünen Teildreieck DGH_2

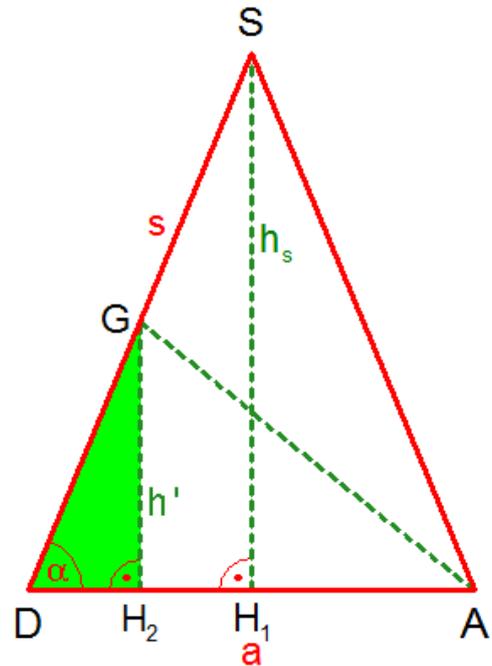
$$\sin 68,1^\circ = \frac{\overline{GH_2}}{5,1}$$

$$0,9278 = \frac{\overline{GH_2}}{5,1}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{GH_2}}{5,1} = 0,9278 \quad | \cdot 5,1$$

$$\underline{\overline{GH_2} = 4,73 \text{ cm}}$$



7. Berechnung der Strecke $\overline{DH_2}$:

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{DH_2}}{\overline{DG}}$$

Linke Seitenfläche der Pyramide:
Kosinusfunktion im rechtwinkligen
grünen Teildreieck DGH_2

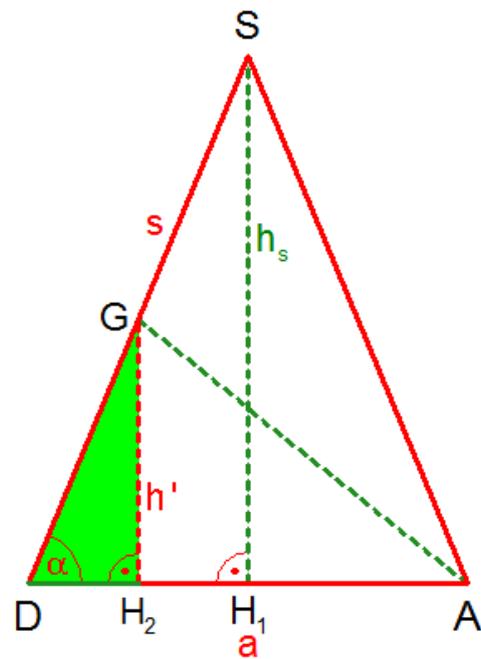
$$\cos 68,1^\circ = \frac{\overline{DH_2}}{5,1}$$

$$0,3730 = \frac{\overline{DH_2}}{5,1}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{DH_2}}{5,1} = 0,3730 \quad | \cdot 5,1$$

$$\underline{\overline{DH_2} = 1,90 \text{ cm}}$$

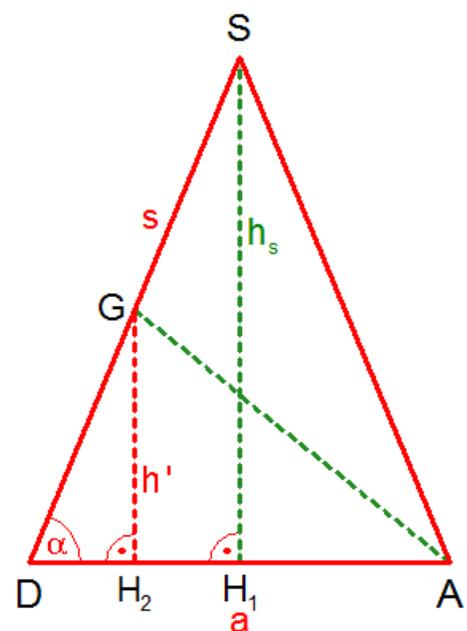


8. Berechnung der Strecke \overline{AD} :

$$\overline{AD} = a$$

Linke Seitenfläche der Pyramide:
siehe Grundseite des Dreiecks ADS

$$\underline{\overline{AD} = 7,6 \text{ cm}}$$



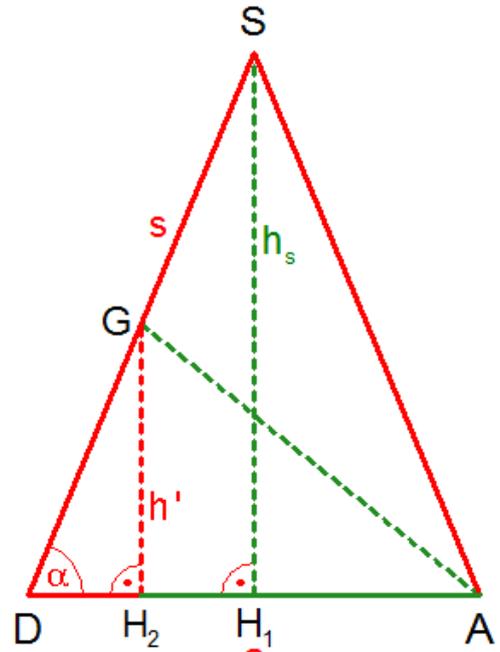
Lösung 2008 W2a:

9. Berechnung der Strecke $\overline{AH_2}$:

$\overline{AH_2} = \overline{AD} - \overline{DH_2}$ Linke Seitenfläche der Pyramide:
siehe Grundseite des Dreiecks ADS

$\overline{AH_2} = 7,6 - 1,90$

$\overline{AH_2} = 5,7 \text{ cm}$



10. Berechnung der Strecke \overline{AG} :

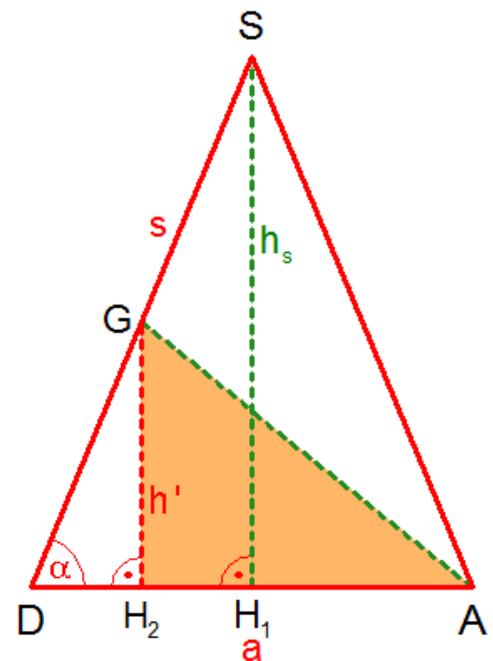
$\overline{AG}^2 = \overline{GH_2}^2 + \overline{AH_2}^2$ Linke Seitenfläche der Pyramide:
Pythagoras im rechtwinkligen
orangefarbenen Teildreieck AGH₂

$\overline{AG}^2 = 4,73^2 + 5,7^2$

$\overline{AG}^2 = 22,3729 + 32,49$

$\overline{AG}^2 = 54,8629$ $\sqrt{\quad}$

$\overline{AG} = 7,41 \text{ cm}$



11. Berechnung des Dreieckumfangs u_{AFG} :

$u_{AFG} = \overline{AF} + 2 \cdot \overline{AG}$ $\overline{FG} = \overline{AG}$, da Dreieck ADS
deckungsgleich mit Dreieck BFS ist.

$u_{AFG} = 10,75 + 2 \cdot 7,41$

$u_{AFG} = 10,75 + 14,82$

$u_{AFG} = 25,6 \text{ cm}$

