

Wahlaufgaben

Aufgabe 2008 W1a:

Gegeben ist das Trapez ABCD.

5,5 P

Es gilt:

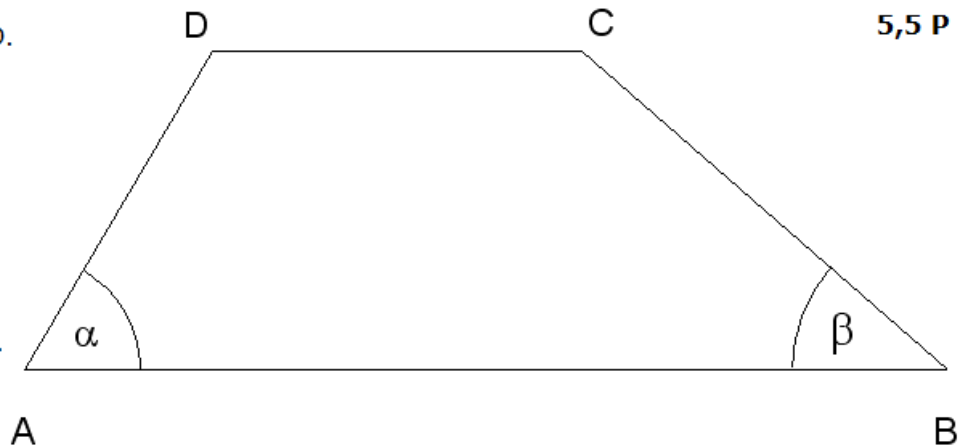
$$\overline{AB} = 8,0 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 4,2 \text{ cm}$$

$$\beta = 41,0^\circ$$

$$\overline{AD} = \overline{CD}$$

Berechnen Sie den Winkel α .



Strategie 2008 W1a:

Gegeben:

Trapez ABCD

$$\overline{AB} = 8,0 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 4,2 \text{ cm}$$

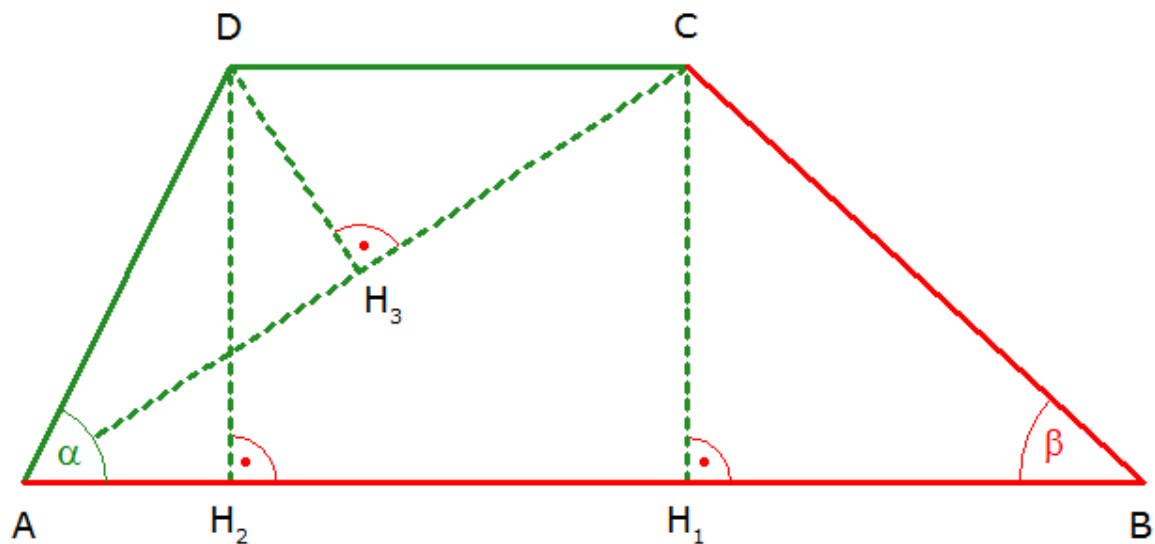
$$\beta = 41,0^\circ$$

$$\overline{AD} = \overline{CD}$$

Gesucht:

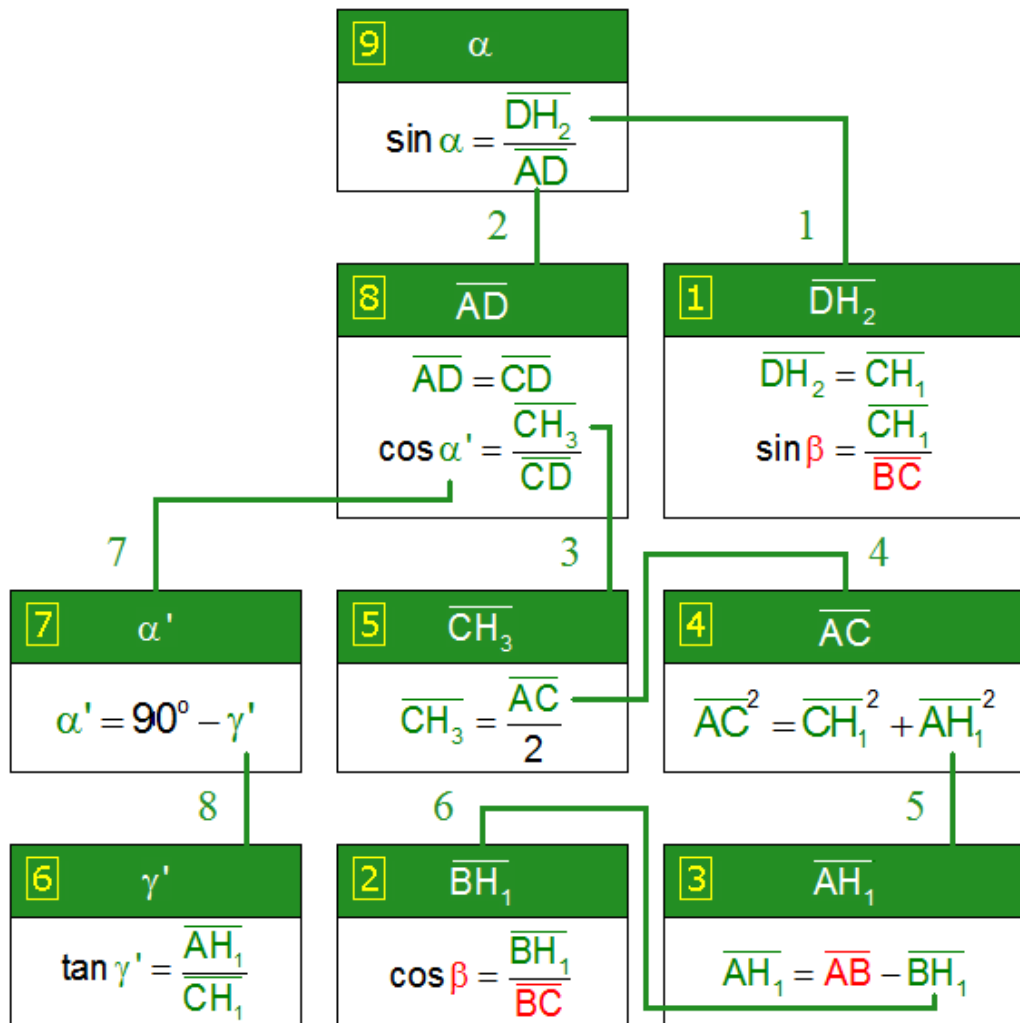
α

Skizze:



Strategie 2008 W1a:

Struktogramm:



Lösung 2008 W1a:

1. Berechnung der Höhe $\overline{DH_2} = \overline{CH_1}$:

$\sin \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{CH_1}}{\overline{BC}}$ Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$\sin 41^\circ = \frac{\overline{CH_1}}{4,2}$

$0,6561 = \frac{\overline{CH_1}}{4,2}$

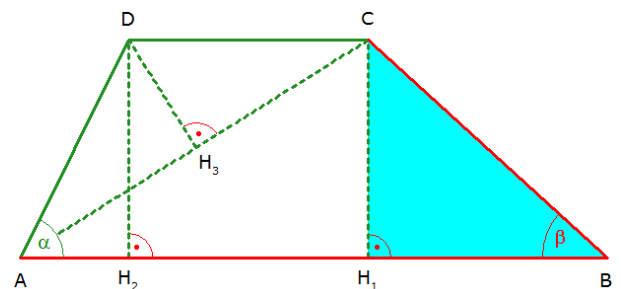
$\frac{\overline{CH_1}}{4,2} = 0,6561$

$\overline{CH_1} = 2,76 \text{ cm}$

$\overline{DH_2} = 2,76 \text{ cm}$

Seiten tauschen

$\cdot 4,2$



Lösung 2008 W1a:

2. Berechnung der Strecke $\overline{BH_1}$:

$$\cos \beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{BH_1}}{\overline{BC}}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\cos 41^\circ = \frac{\overline{BH_1}}{4,2}$$

$$0,7547 = \frac{\overline{BH_1}}{4,2}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{BH_1}}{4,2} = 0,7547 \quad | \cdot 4,2$$

$$\overline{BH_1} = 3,17 \text{ cm}$$

3. Berechnung der Strecke $\overline{AH_1}$:

$$\overline{AH_1} = \overline{AB} - \overline{BH_1}$$

$$\overline{AH_1} = 8,0 - 3,17$$

$$\overline{AH_1} = 4,83 \text{ cm}$$

4. Berechnung der Strecke $\overline{AC}$:

$$\overline{AC}^2 = \overline{CH_1}^2 + \overline{AH_1}^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen orangefarbenen Teildreieck

$$\overline{AC}^2 = 2,76^2 + 4,83^2$$

$$\overline{AC}^2 = 7,6176 + 23,3289$$

$$\overline{AC}^2 = 30,9465 \quad | \sqrt{}$$

$$\overline{AC} = 5,56 \text{ cm}$$

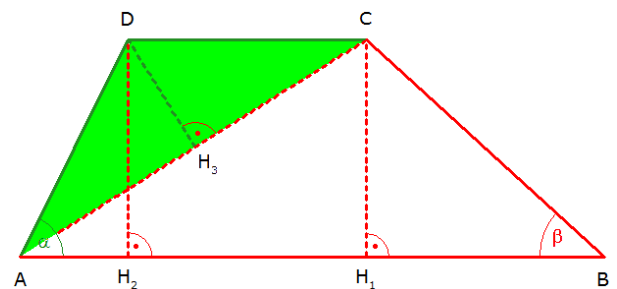
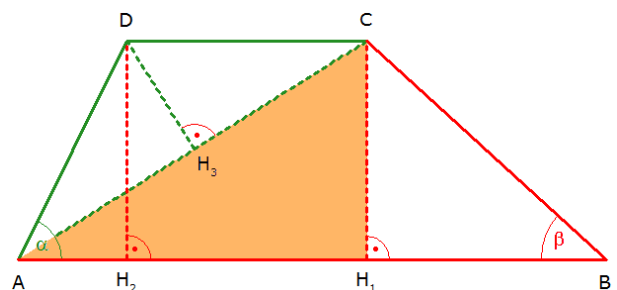
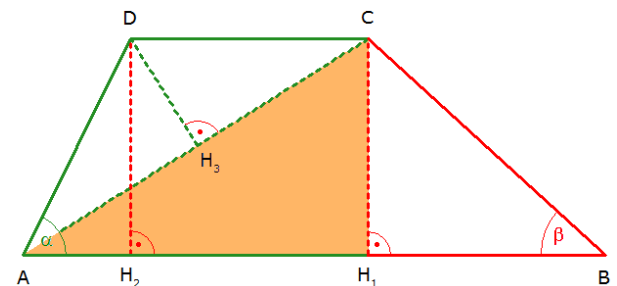
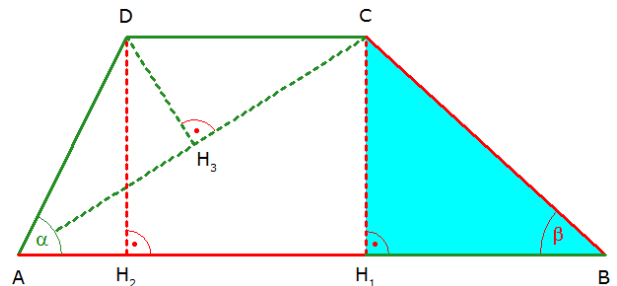
5. Berechnung der Strecke $\overline{CH_3}$:

$$\overline{CH_3} = \frac{\overline{AC}}{2}$$

Dreieck ACD ist gleichschenkelig, daher teilt H_3 die Strecke $\overline{AC}$ in der Mitte

$$\overline{CH_3} = \frac{5,56}{2}$$

$$\overline{CH_3} = 2,78 \text{ cm}$$



Lösung 2008 W1a:

6. Berechnung des Winkels γ' :

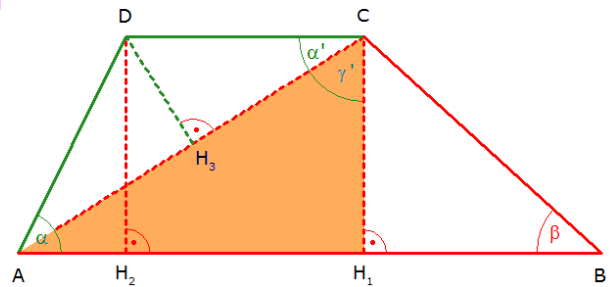
$$\tan \gamma' = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AH_1}}{\overline{CH_1}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen orangefarbenen Teildreieck

$$\tan \gamma' = \frac{4,83}{2,76}$$

$$\tan \gamma' = 1,75$$

$$\gamma' = 60,3^\circ$$

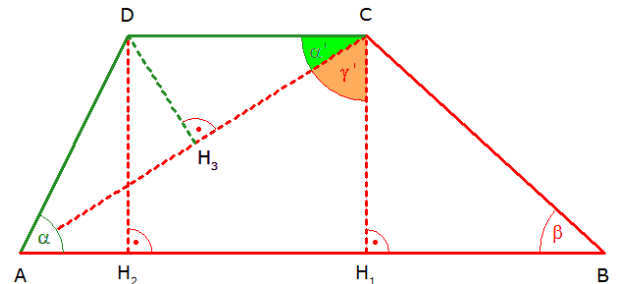


7. Berechnung des Winkels α' :

$$\alpha' = 90^\circ - \gamma'$$

$$\alpha' = 90^\circ - 60,3^\circ$$

$$\alpha' = 29,7^\circ$$



8. Berechnung der Strecke $\overline{AD} = \overline{CD}$:

$$\cos \alpha' = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{CH_3}}{\overline{CD}}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck

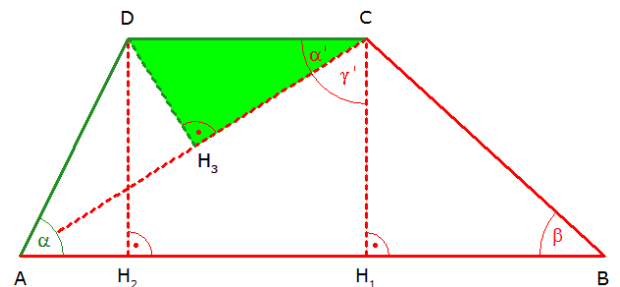
$$\cos 29,7^\circ = \frac{2,78}{\overline{CD}}$$

$$0,8686 = \frac{2,78}{\overline{CD}} \quad | \cdot \overline{CD}$$

$$\overline{CD} \cdot 0,8686 = 2,78 \quad | : 0,8686$$

$$\overline{CD} = 3,20 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 3,20 \text{ cm}$$



9. Berechnung des Winkels α :

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{DH_2}}{\overline{AD}}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\sin \alpha = \frac{2,76}{3,20}$$

$$\sin \alpha = 0,8625$$

$$\alpha = 59,6^\circ$$

