

Wahlaufgaben

Aufgabe 2007 W4b:

Ein kegelförmiges Gefäß ist gegeben durch:

$$h = 8,0 \text{ cm}$$

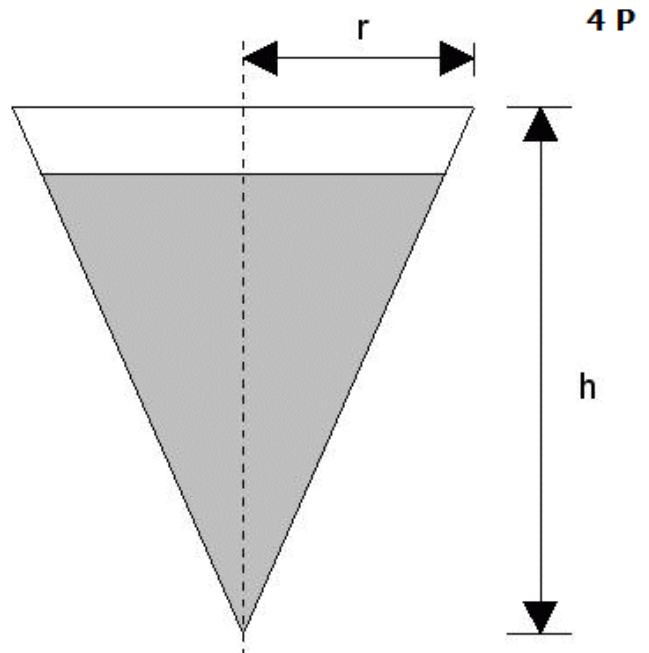
$$r = 3,5 \text{ cm}$$

Es ist zu $\frac{7}{8}$ seiner Höhe mit Wasser gefüllt.

Eine Kugel taucht vollständig in das Gefäß ein.

Dadurch steigt der Wasserspiegel genau bis zum Rand des Gefäßes.

Bestimmen Sie den Radius der Kugel.



Strategie 2007 W4b:

Gegeben:

$$h_1 = 8,0 \text{ cm}$$

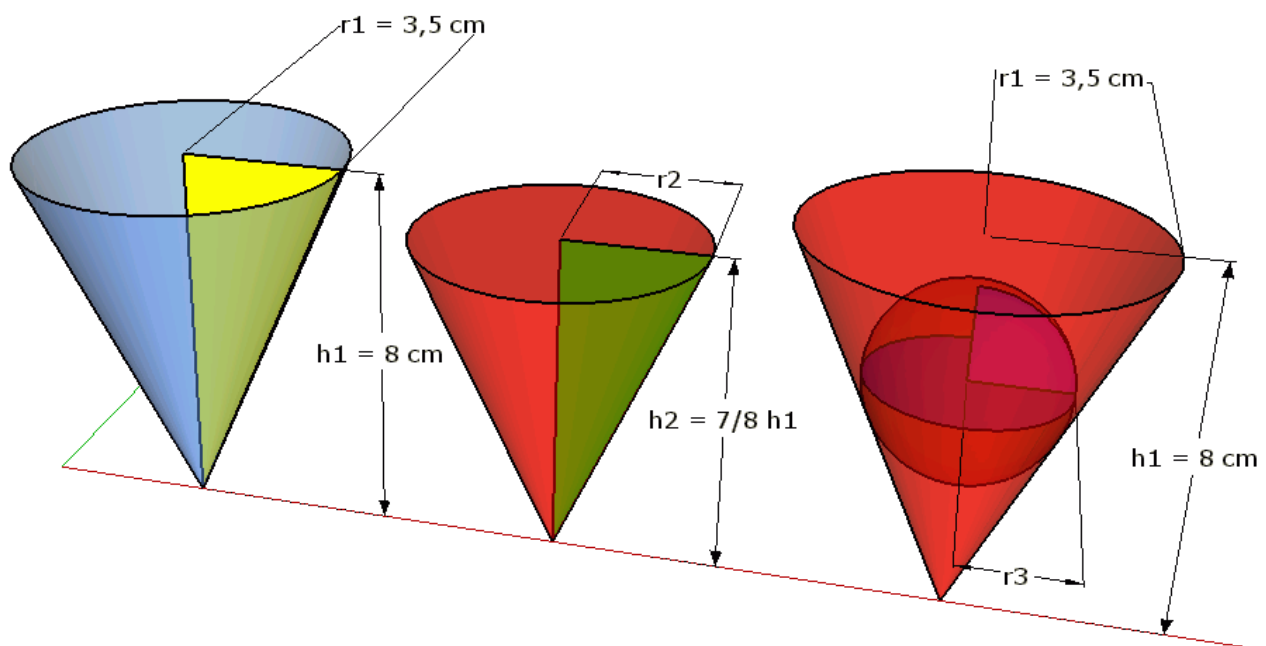
$$r = 3,5 \text{ cm}$$

$$h_2 = \frac{7}{8} \cdot h_1$$

Gesucht:

$$r_{\text{Kugel}}$$

Skizze:



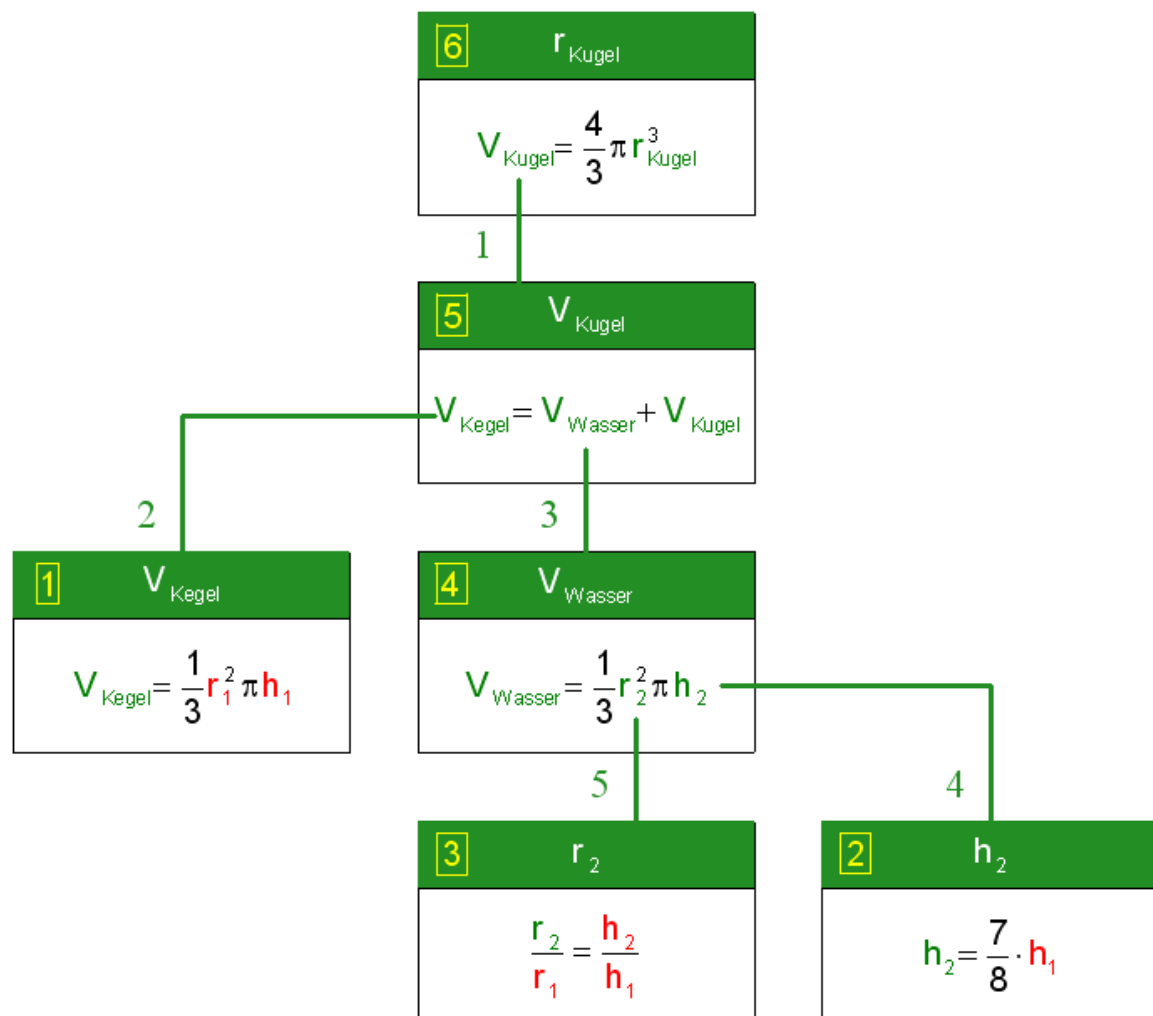
Die **linke Skizze** zeigt das **Volumen des leeren Kegels**.

Die **mittlere Skizze** zeigt das **Volumen des eingefüllten Wassers**.

Die **rechte Skizze** zeigt, dass das **Volumen des eingefüllten Wassers plus das Volumen der Kugel** gleich dem **Volumen des leeren Kegels** ist.

Strategie 2007 W4b:

Struktogramm:



Lösung 2007 W4b:

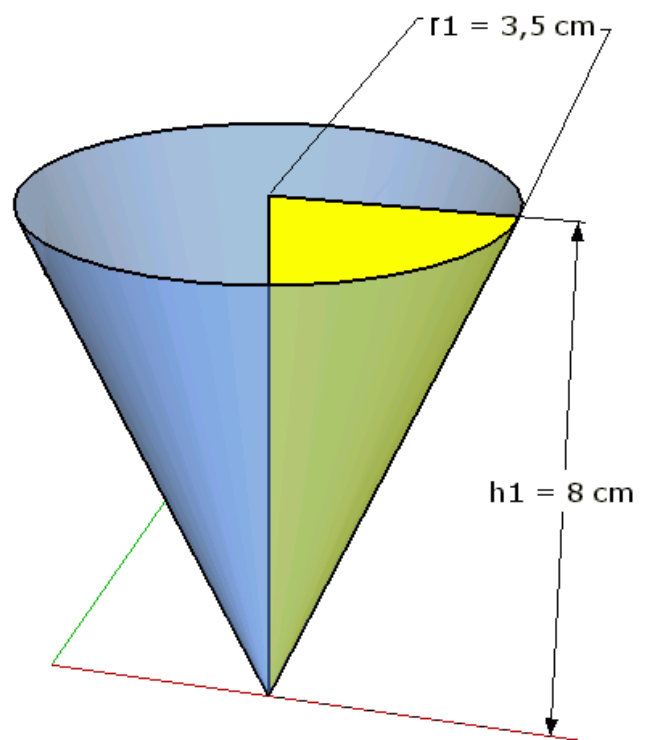
1. Berechnung des Volumens V_{Kegel} :

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot r_1^2 \cdot \pi \cdot h_1 \quad \text{Formel Kegelvolumen}$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot 3,5^2 \cdot \pi \cdot 8$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot 12,25 \cdot \pi \cdot 8$$

$$\underline{V_{\text{Kegel}} = 102,63 \text{ cm}^3}$$



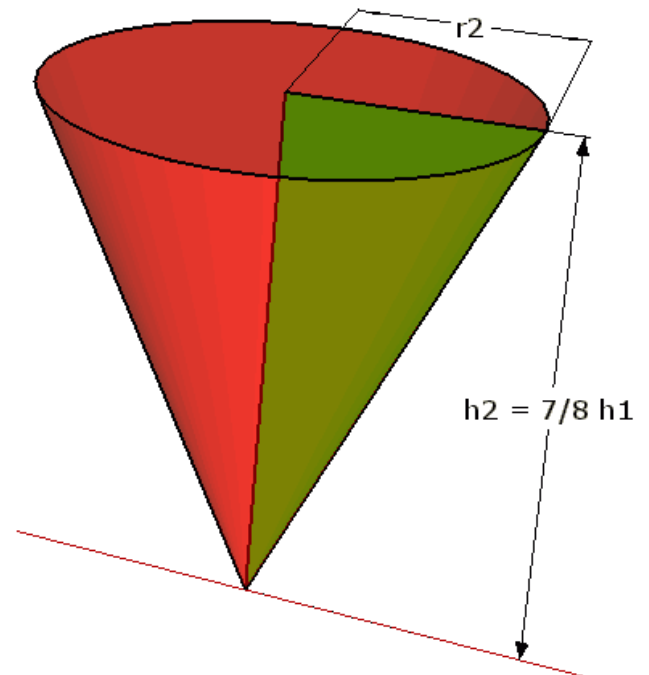
Lösung 2007 W4b:

2. Berechnung der Höhe h_2 :

$$h_2 = \frac{7}{8} \cdot h_1$$

$$h_2 = \frac{7}{8} \cdot 8$$

$$\underline{h_2 = 7 \text{ cm}}$$



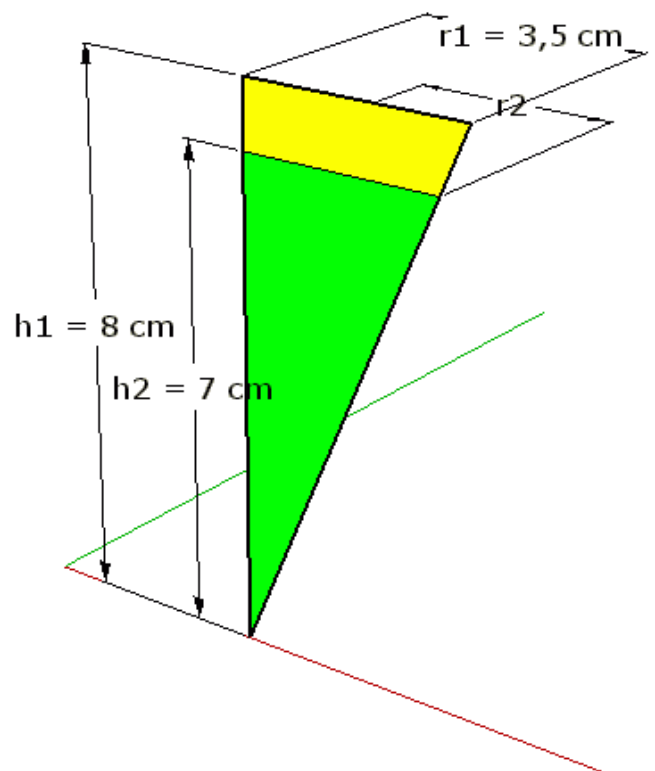
3. Berechnung Radius r_2 :

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{h_2}{h_1} \quad \text{2. Strahlensatz}$$

$$\frac{r_2}{3,5} = \frac{7}{8} \quad | \cdot 3,5$$

$$r_2 = \frac{7}{8} \cdot 3,5$$

$$\underline{r_2 = 3,0625 \text{ cm}}$$



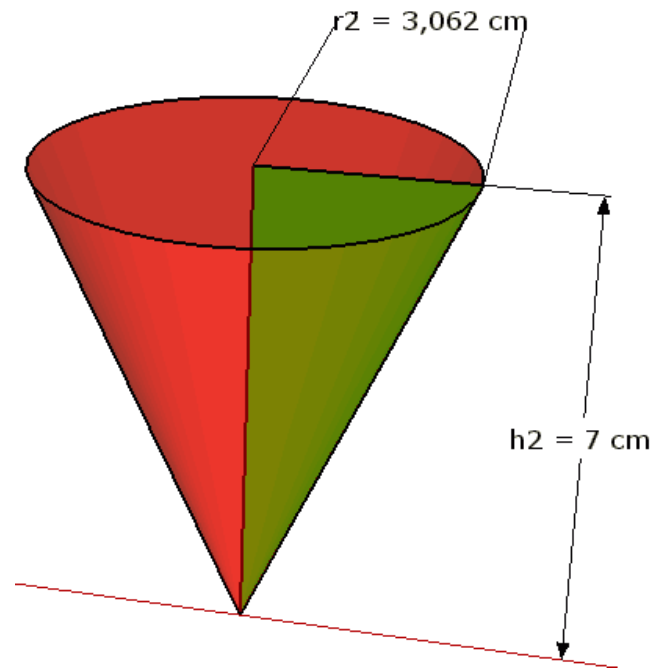
Lösung 2007 W4b:

4. Berechnung des Kegelvolumens V_{Wasser} :

$$V_{\text{Wasser}} = \frac{1}{3} \cdot r_2^2 \cdot \pi \cdot h_2 \quad \text{Formel Kegelvolumen}$$

$$V_{\text{Wasser}} = \frac{1}{3} \cdot 3,0625^2 \cdot \pi \cdot 7$$

$$\underline{V_{\text{Wasser}} = 68,75 \text{ cm}^3}$$

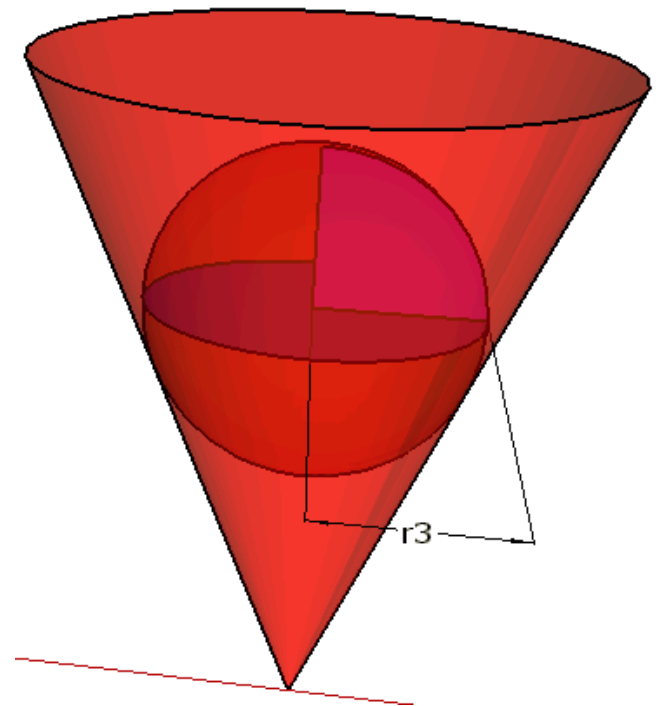


5. Berechnung des Volumens V_{Kugel} :

$$V_{\text{Kugel}} = V_{\text{Kegel}} - V_{\text{Wasser}}$$

$$V_{\text{Kugel}} = 102,63 - 68,75$$

$$\underline{V_{\text{Kugel}} = 33,88 \text{ cm}^3}$$



6. Berechnung von r_{Kugel} :

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{Kugel}}^3 \quad \text{Formel Kugelvolumen}$$

$$33,88 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{Kugel}}^3 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{Kugel}}^3 = 33,88 \quad \left| \cdot \frac{3}{4} \right.$$

$$\pi \cdot r_{\text{Kugel}}^3 = 25,41 \quad \left| : \pi \right.$$

$$r_{\text{Kugel}}^3 = 8,09 \quad \left| \sqrt[3]{} \right.$$

$$\underline{\underline{r_{\text{Kugel}} = 2,01 \text{ cm}}}$$