

Wahlaufgaben

Aufgabe 2007 W2b:

Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung an:

3 P

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{(6x + 4)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

Lösung 2007 W2b:

1. Bestimmung der Definitionsmenge:

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{(6x + 4)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

1. Nenner

$$(6x + 4)(3x - 2) \neq 0$$

$$6x + 4 \neq 0 \quad | -4$$

$$3x - 2 \neq 0 \quad | +2$$

$$6x \neq -4 \quad | :6$$

$$3x \neq 2 \quad | :3$$

$$x \neq -\frac{4}{6}$$

kürzen

$$x \neq \frac{2}{3}$$

$$x \neq -\frac{2}{3}$$

$$x \neq \frac{2}{3}$$

2. Nenner

$$3x - 2 \neq 0 \quad | +2$$

$$3x \neq 2 \quad | :3$$

$$x \neq \frac{2}{3}$$

3. Nenner

$$2(3x + 2) \neq 0 \quad | :2$$

$$3x + 2 \neq 0 \quad | -2$$

$$3x \neq -2 \quad | :3$$

$$x \neq -\frac{2}{3}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right\}$$

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{(6x + 4)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{(2 \cdot 3x + 2 \cdot 2)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)} \quad \begin{array}{l} \text{gemeinsame} \\ \text{Faktoren} \\ \text{ausklammern} \end{array}$$

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{2(3x + 2)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{2(3x + 2)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

Hauptnenner:

$$\text{HN: } 2(3x + 2)(3x - 2)$$

Lösung 2007 W2b:

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{(6x + 4)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{(2 \cdot 3x + 2 \cdot 2)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

gemeinsame Faktoren
ausklammern

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{2(3x + 2)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{2(3x + 2)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

· HN · [2(3x + 2)(3x - 2)]

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{2(3x + 2)(3x - 2)} \cdot 2(3x + 2)(3x - 2) = \frac{4x - 5}{3x - 2} \cdot 2(3x + 2)(3x - 2) - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)} \cdot 2(3x + 2)(3x - 2)$$

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{2(3x + 2)(3x - 2)} \cdot 2(3x + 2)(3x - 2) = \frac{4x - 5}{3x - 2} \cdot 2(3x + 2)(3x - 2) - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)} \cdot 2(3x + 2)(3x - 2)$$

im Zähler und Nenner gleiche
Faktoren kürzen

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{\cancel{2(3x + 2)(3x - 2)}} \cdot \cancel{2(3x + 2)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{\cancel{3x - 2}} \cdot 2(3x + 2) \cdot \cancel{(3x - 2)} - \frac{2x + 3}{\cancel{2(3x + 2)}} \cdot \cancel{2(3x + 2)} \cdot (3x - 2)$$

$$24x^2 - 5x - 26 = (4x - 5) \cdot 2(3x + 2) - (2x + 3) \cdot (3x - 2)$$

$$24x^2 - 5x - 26 = (4x - 5) \cdot 2(3x + 2) - (2x + 3) \cdot (3x - 2)$$

Zahl mal Summe

$$24x^2 - 5x - 26 = (4x - 5) \cdot (6x + 4) - (2x + 3) \cdot (3x - 2)$$

$$24x^2 - 5x - 26 = (4x - 5) \cdot (6x + 4) - (2x + 3) \cdot (3x - 2)$$

Summe mal Summe

$$24x^2 - 5x - 26 = 24x^2 + 16x - 30x - 20 - (2x + 3) \cdot (3x - 2)$$

$$24x^2 - 5x - 26 = 24x^2 + 16x - 30x - 20 - (2x + 3) \cdot (3x - 2)$$

Summe mal Summe

$$24x^2 - 5x - 26 = 24x^2 + 16x - 30x - 20 - (6x^2 - 4x + 9x - 6)$$

Minusklammer auflösen

$$24x^2 - 5x - 26 = 24x^2 + 16x - 30x - 20 - 6x^2 + 4x - 9x + 6$$

$$24x^2 - 5x - 26 = 24x^2 + 16x - 30x - 20 - 6x^2 + 4x - 9x + 6$$

Zusammenfassen

$$24x^2 - 5x - 26 = 18x^2 - 19x - 14$$

$$24x^2 - 5x - 26 = 18x^2 - 19x - 14$$

| - 18x²

$$6x^2 - 5x - 26 = -19x - 14$$

| + 19x

$$6x^2 + 14x - 26 = -14$$

| + 14

$$6x^2 + 14x - 12 = 0$$

| : 6

$$x^2 + \frac{14x}{6} - \frac{12}{6} = 0$$

kürzen

$$x^2 + \frac{7}{3}x - 2 = 0$$

Quadratische Gleichung in der
Normalform

$$x^2 + \frac{7}{3}x - 2 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = \frac{7}{3}$$

$$q = -2$$

p und q bestimmen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{7}{3} \pm \sqrt{\frac{\left(\frac{7}{3}\right)^2}{4} - (-2)}$$

$$x_{1,2} = -\frac{7}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{9} + 2}$$

$$x_{1,2} = -\frac{7}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{36} + 2}$$

erweitern

$$x_{1,2} = -\frac{7}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{36} + 2 \cdot \frac{36}{36}}$$

Lösung 2007 W2b:

$$x_{1,2} = -\frac{7}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{36} + \frac{72}{36}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{7}{6} \pm \sqrt{\frac{121}{36}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{7}{6} \pm \frac{11}{6}$$

$$x_1 = -\frac{7}{6} + \frac{11}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = -\frac{7}{6} - \frac{11}{6} = -\frac{18}{6} = -3$$

$$\underline{\underline{L = \{-3\}}}$$

x_1 ist nicht in der
Definitionsmenge
enthalten