

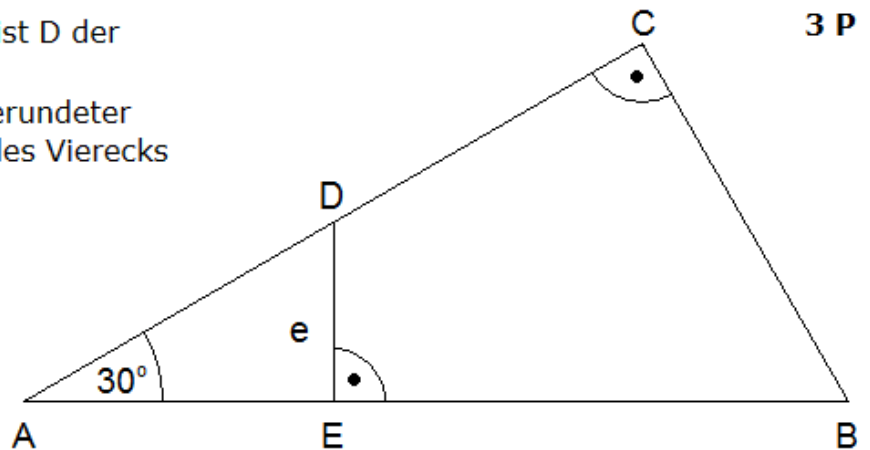
Wahlaufgaben

Aufgabe 2007 W1b:

Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist D der Mittelpunkt der Seite $\overline{AC}$. Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass der Flächeninhalt des Vierecks EBCD mit der Formel

$$A = \frac{13}{6} e^2 \sqrt{3}$$

berechnet werden kann.



Strategie 2007 W1b:

Gegeben:

rechtwinkliges Dreieck ABC

$$\overline{DE} = e$$

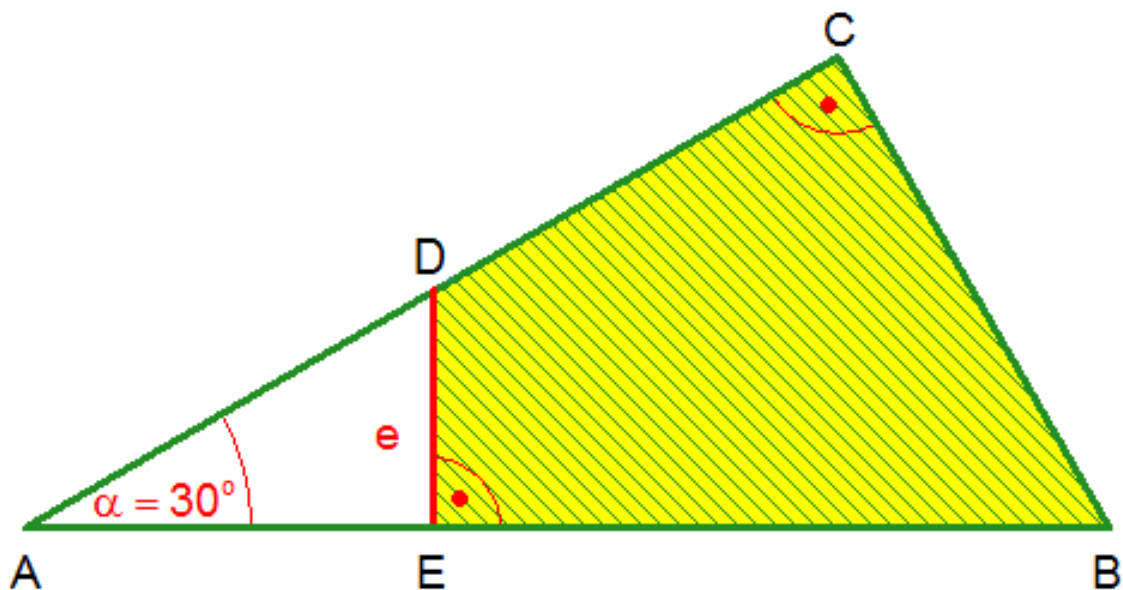
$$\overline{AD} = \overline{DC}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Gesucht:

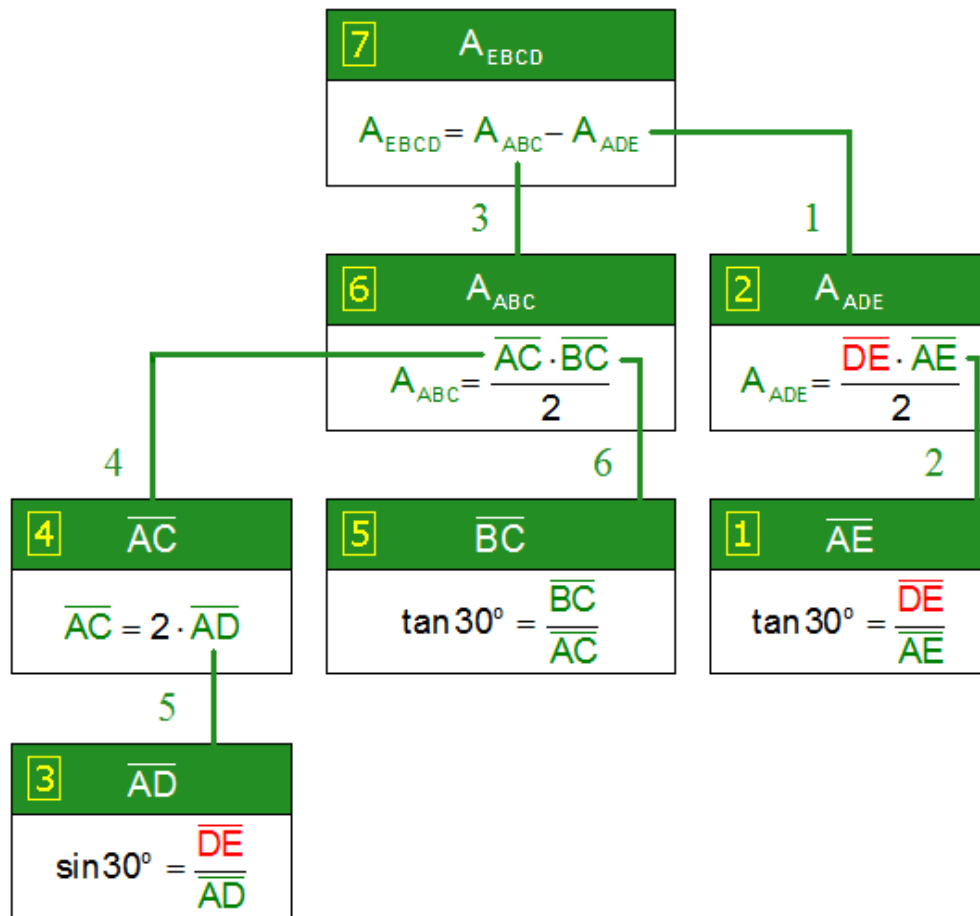
$$A_{\text{EBCD}} = \frac{13}{6} e^2 \sqrt{3}$$

Skizze:



Strategie 2007 W1b:

Struktogramm:



Lösung 2007 W1b:

1. Berechnung der Strecke $\overline{AE}$:

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$$

Tangensfunktion im
rechtwinkligen
grünen
Teildreieck

$$\tan 30^\circ = \frac{e}{\overline{AE}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{e}{\overline{AE}}$$

$$| \cdot \overline{AE}$$

$$\overline{AE} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} = e$$

$$| \cdot 3$$

$$\overline{AE} \cdot \sqrt{3} = 3e$$

$$| : \sqrt{3}$$

$$\overline{AE} = \frac{3e}{\sqrt{3}}$$

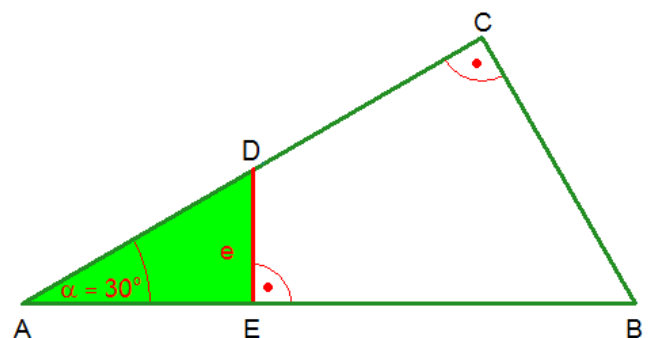
Nenner des Bruches
rational machen

$$\overline{AE} = \frac{3e \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

Bruch erweitern

$$\overline{AE} = \frac{3e \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

Nenner vereinfachen



Lösung 2007 W1b:

$$\overline{AE} = \frac{3e\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{AE} = \frac{\cancel{3}e\sqrt{3}}{\cancel{3}}$$

Bruch kürzen

$$\overline{AE} = e\sqrt{3}$$

2. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ADE} :

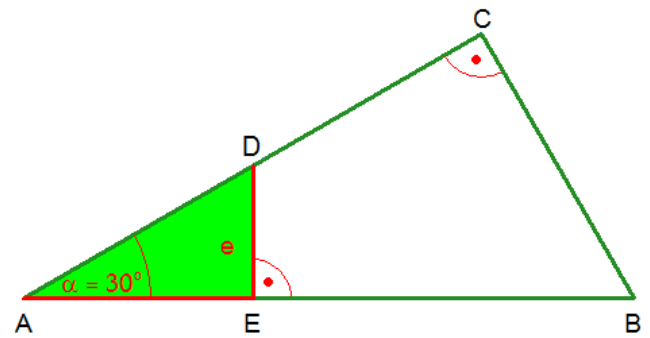
$$A_{ADE} = \frac{\text{Kathete} \cdot \text{Kathete}}{2} = \frac{\overline{DE} \cdot \overline{AE}}{2}$$

Flächenformel
rechtwinklige
grüne
Dreiecksfläche

$$A_{ADE} = \frac{e \cdot e\sqrt{3}}{2}$$

$$A_{ADE} = \frac{e^2\sqrt{3}}{2}$$

$$A_{ADE} = \frac{1}{2}e^2\sqrt{3}$$



3. Berechnung der Strecke $\overline{AD}$:

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$$

Sinusfunktion im
rechtwinkligen
grünen
Teildreieck

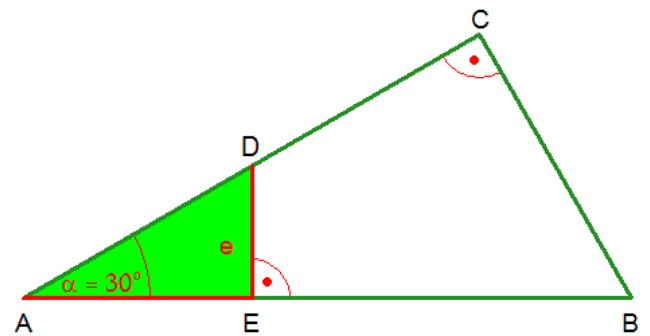
$$\sin 30^\circ = \frac{e}{\overline{AD}}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{e}{\overline{AD}} \quad | \cdot \overline{AD}$$

$$\overline{AD} \cdot \frac{1}{2} = e \quad | \cdot 2$$

$$\overline{AD} = 2e$$



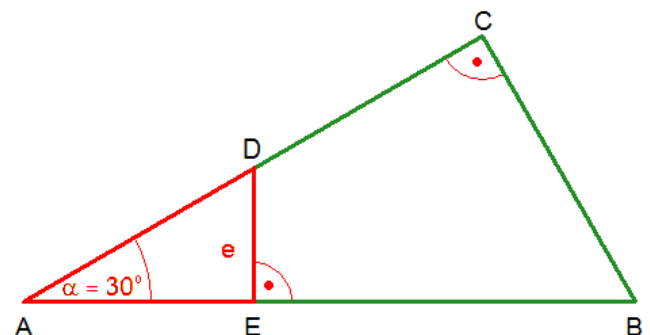
4. Berechnung der Dreiecksseite $\overline{AC}$:

$$\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AD}$$

D ist Mittelpunkt der
Strecke $\overline{AC}$

$$\overline{AC} = 2 \cdot 2e$$

$$\overline{AC} = 4e$$



Lösung 2007 W1b:

5. Berechnung der Dreiecksseite $\overline{BC}$:

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \quad \begin{array}{l} \text{Tangensfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{hellblauen Dreieck} \end{array}$$

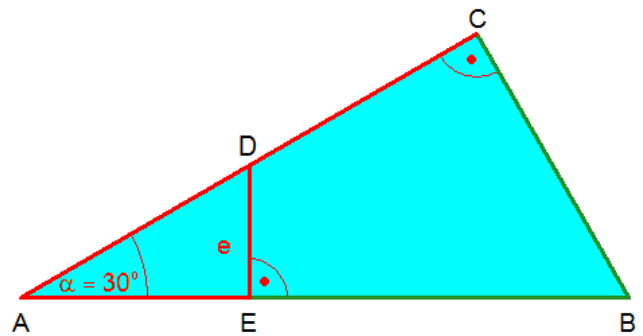
$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{4e} \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{\overline{BC}}{4e} \quad | \cdot 4e$$

$$4e \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} = \overline{BC} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\overline{BC} = 4e \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\overline{BC} = \frac{4}{3}\sqrt{3}e$$



6. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ABC} :

$$A_{ABC} = \frac{\text{Kathete} \cdot \text{Kathete}}{2} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BC}}{2} \quad \begin{array}{l} \text{Flächenformel} \\ \text{rechtwinklige} \\ \text{hellblaue} \\ \text{Dreiecksfläche} \end{array}$$

$$A_{ABC} = \frac{4e \cdot \frac{4}{3}\sqrt{3}e}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{4 \cdot \frac{4}{3}\sqrt{3}e \cdot e}{2}$$

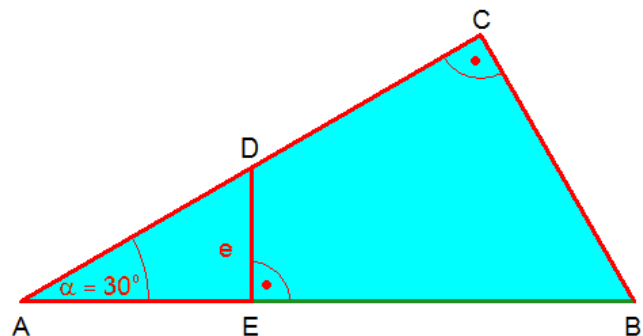
$$A_{ABC} = \frac{\frac{16}{3}\sqrt{3}e \cdot e}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{\frac{16}{3}\sqrt{3}e^2}{2}$$

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{3}\sqrt{3}e^2$$

$$A_{ABC} = \frac{16}{6}\sqrt{3}e^2$$

$$A_{ABC} = \frac{8}{3}\sqrt{3}e^2$$



7. Berechnung der Vierecksfläche $A_{EB CD}$:

$$A_{EB CD} = A_{ABC} - A_{ADE}$$

$$A_{EB CD} = \frac{8}{3}\sqrt{3}e^2 - \frac{1}{2}e^2\sqrt{3} \quad \text{Plätze tauschen im Produkt}$$

$$A_{EB CD} = \frac{8}{3}e^2\sqrt{3} - \frac{1}{2}e^2\sqrt{3}$$

$$A_{EB CD} = \frac{8}{3}e^2\sqrt{3} - \frac{1}{2}e^2\sqrt{3} \quad \begin{array}{l} \text{gemeinsame Faktoren} \\ \text{ausklammern} \end{array}$$

$$A_{EB CD} = e^2\sqrt{3}\left(\frac{8}{3} - \frac{1}{2}\right)$$

Lösung 2007 W1b:

$$A_{\text{EBOD}} = e^2 \sqrt{3} \left(\frac{8 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} \right)$$

Brüche gleichnamig machen
durch Erweiterung

$$A_{\text{EBOD}} = e^2 \sqrt{3} \left(\frac{16}{6} - \frac{3}{6} \right)$$

Brüche subtrahieren

$$A_{\text{EBOD}} = e^2 \sqrt{3} \cdot \frac{13}{6}$$

Plätze tauschen im Produkt

$$\underline{\underline{A_{\text{EBOD}} = \frac{13}{6} e^2 \sqrt{3}}}$$