

Wahlaufgaben

Aufgabe 2006 W3a:

Ein quadratischer Pyramidenstumpf hat die Maße:

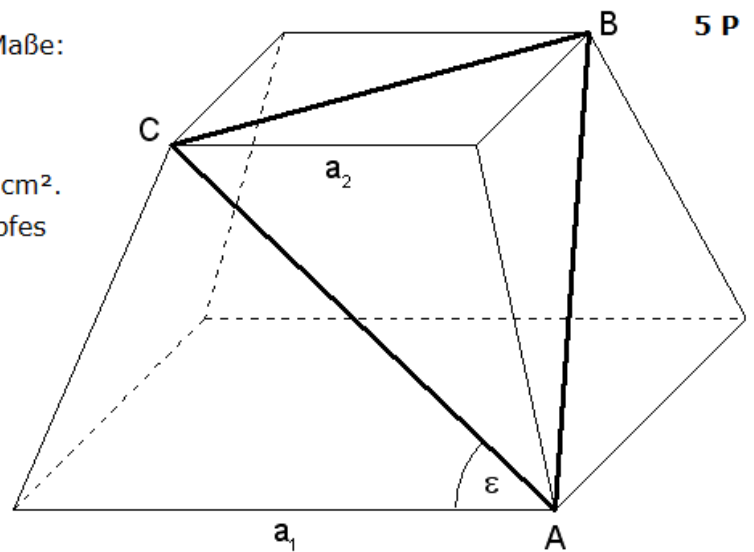
$$a_1 = 12,0 \text{ cm}$$

$$a_2 = 6,4 \text{ cm}$$

Das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt $82,2 \text{ cm}^2$.

Berechnen Sie die Höhe des Pyramidenstumpfes und seine Mantelfläche.

Wie groß ist der Winkel ε ?



5 P

Strategie 2006 W3a:

Gegeben:

Quadratischer
Pyramidenstumpf

$$a_1 = 12,0 \text{ cm}$$

$$a_2 = 6,4 \text{ cm}$$

$$A_{ABC} = 82,2 \text{ cm}^2$$

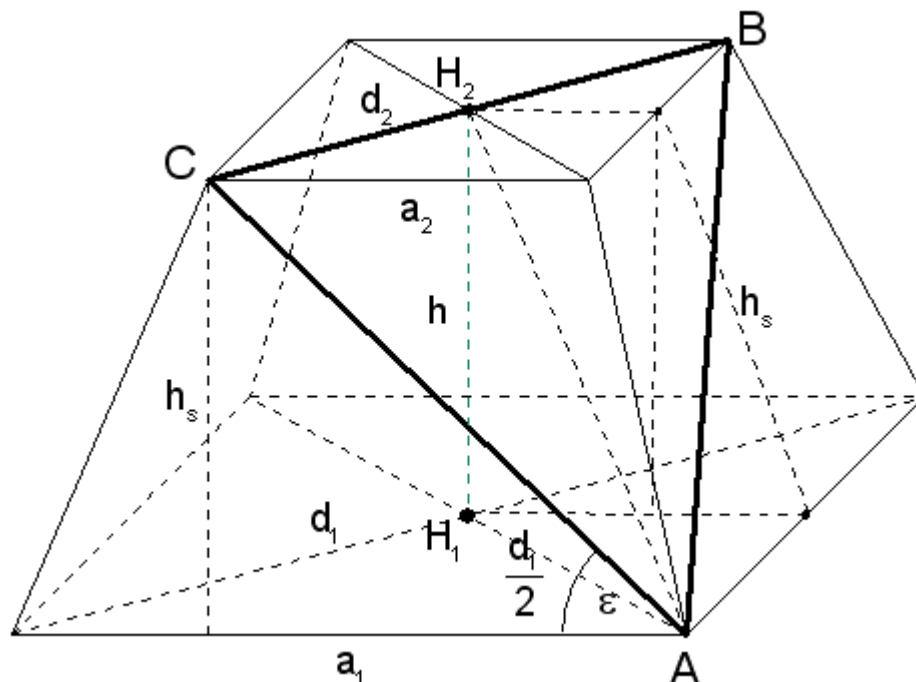
Gesucht:

$$h_{\text{Pst}}$$

$$M_{\text{Pst}}$$

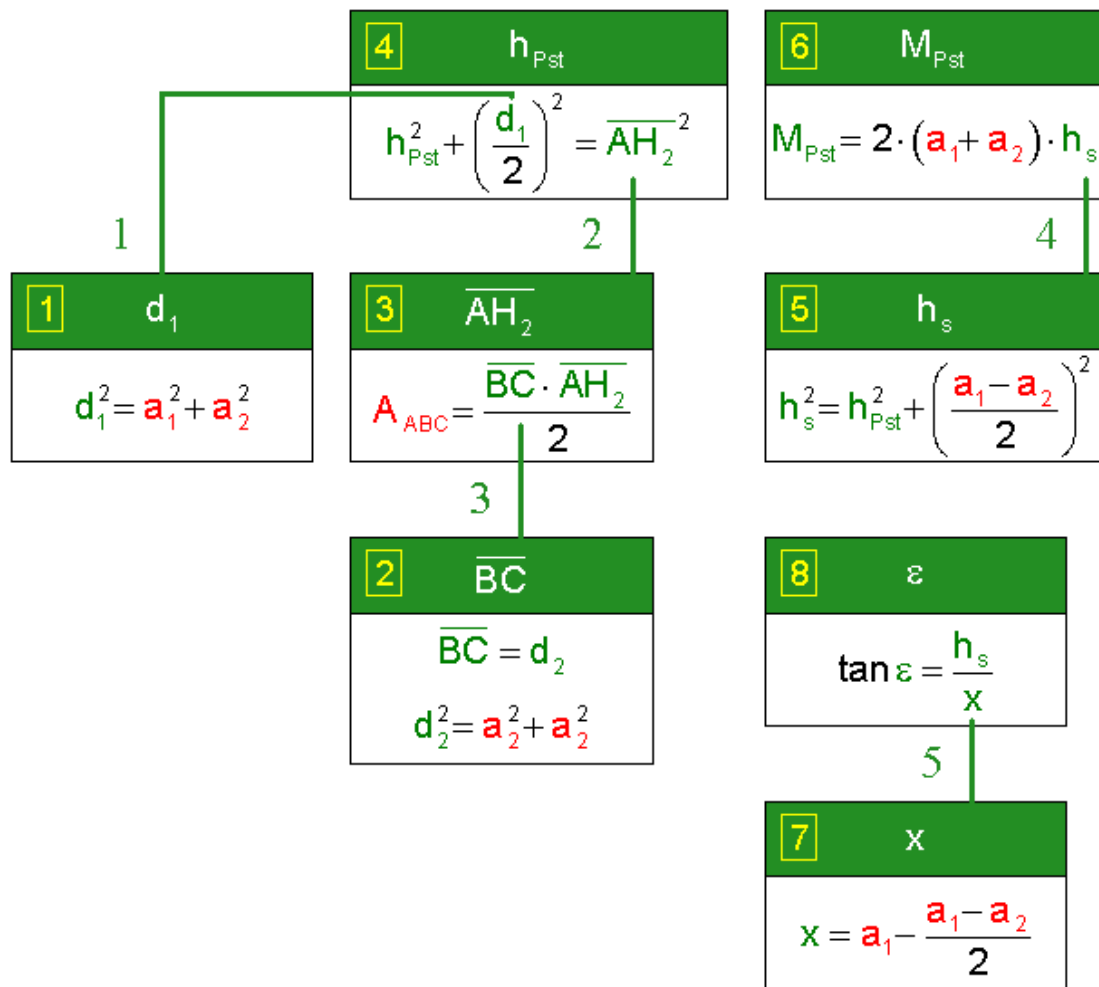
$$\varepsilon$$

Skizze:



Strategie 2006 W3a:

Struktogramm:



Lösung 2006 W3a:

1. Berechnung der Strecke d_1 :

$$d_1^2 = a_1^2 + a_1^2$$

$$d_1^2 = 12^2 + 12^2$$

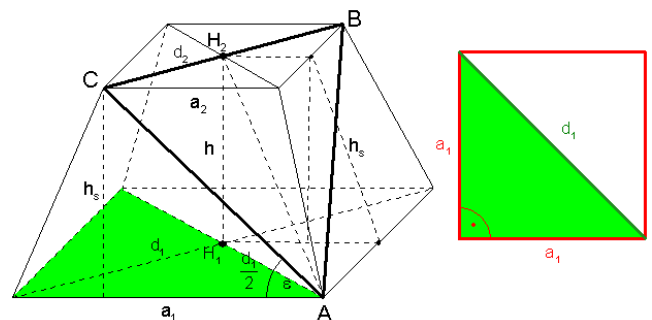
$$d_1^2 = 144 + 144$$

$$d_1^2 = 288$$

$$d_1 = 16,97 \text{ cm}$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
grünen
Teildreieck

$\sqrt{\quad}$



Lösung 2006 W3a:

2. Berechnung der Strecke $d_2 = \overline{BC}$:

$$d_2^2 = a_2^2 + a_2^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
gelben
Teildreieck

$$d_2^2 = 6,4^2 + 6,4^2$$

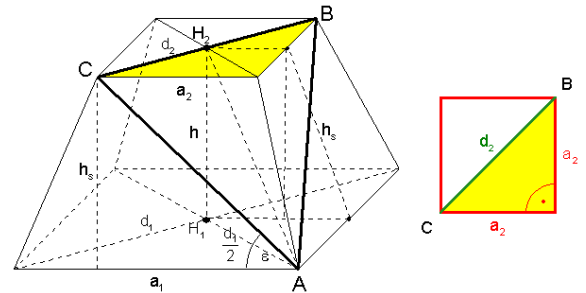
$$d_2^2 = 40,96 + 40,96$$

$$d_2^2 = 81,92$$

$\sqrt{\quad}$

$$d_2 = 9,05 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 9,05 \text{ cm}$$



3. Berechnung der Strecke $\overline{AH_2}$:

$$A_{ABC} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{AH_2}}{2}$$

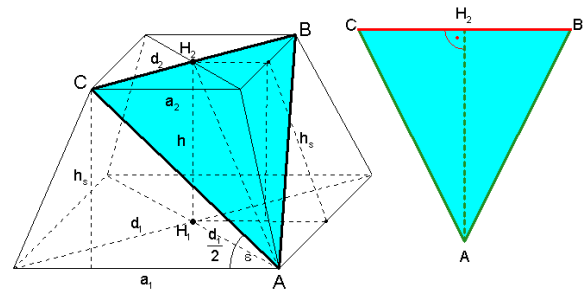
Flächenformel im
hellblauen Dreieck

$$82,2 = \frac{9,05 \cdot \overline{AH_2}}{2} \quad | \cdot 2$$

$$164,4 = 9,05 \cdot \overline{AH_2} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$9,05 \cdot \overline{AH_2} = 164,4 \quad | : 9,05$$

$$\overline{AH_2} = 18,17 \text{ cm}$$



4. Berechnung der Pyramidenstumpfhöhe h_{pst} :

$$h_{\text{pst}}^2 + \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = \overline{AH_2}^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
gelben
Dreieck AH_1H_2

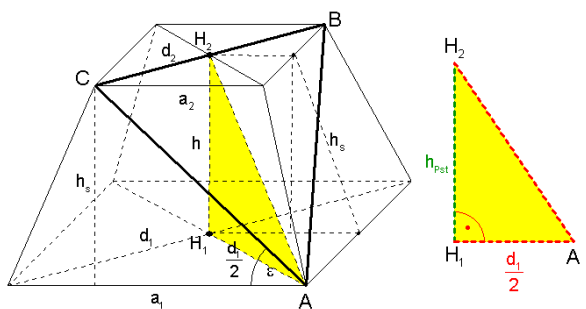
$$h_{\text{pst}}^2 + \left(\frac{16,97}{2}\right)^2 = 18,17^2$$

$$h_{\text{pst}}^2 + 72,08 = 330,15 \quad | - 72,08$$

$$h_{\text{pst}}^2 = 258,07$$

$\sqrt{\quad}$

$$h_{\text{pst}} = 16,06 \text{ cm}$$



Lösung 2006 W3a:

5. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s :

$$h_s^2 = h_{\text{Pst}}^2 + \left(\frac{a_1 - a_2}{2} \right)^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$h_s^2 = 16,06^2 + \left(\frac{12 - 6,4}{2} \right)^2$$

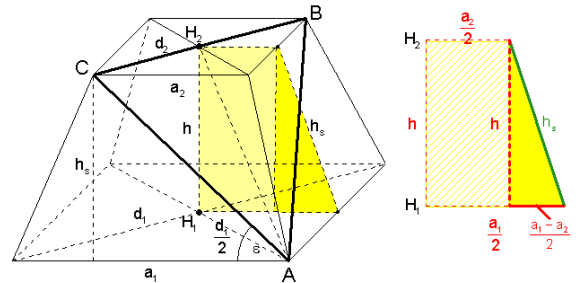
$$h_s^2 = 16,06^2 + \left(\frac{5,6}{2} \right)^2$$

$$h_s^2 = 16,06^2 + 2,8^2$$

$$h_s^2 = 257,92 + 7,84$$

$$h_s^2 = 265,76$$

$$h_s = 16,3 \text{ cm}$$



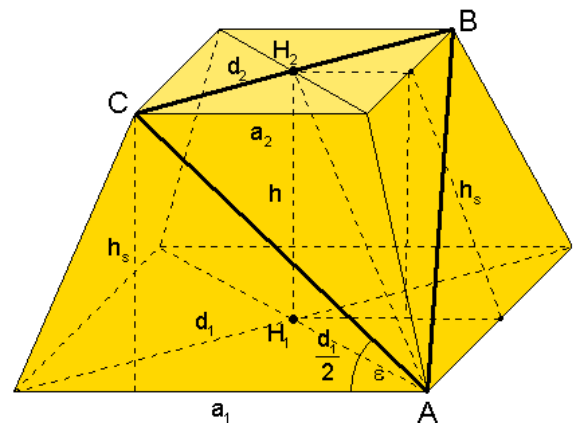
6. Berechnung des Mantels M_{Pst} :

$$M_{\text{Pst}} = 2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_s \quad \text{Mantelformel}$$

$$M_{\text{Pst}} = 2 \cdot (12 + 6,4) \cdot 16,3$$

$$M_{\text{Pst}} = 2 \cdot 18,4 \cdot 16,3$$

$$M_{\text{Pst}} = 600 \text{ cm}^2$$



7. Berechnung der Strecke x :

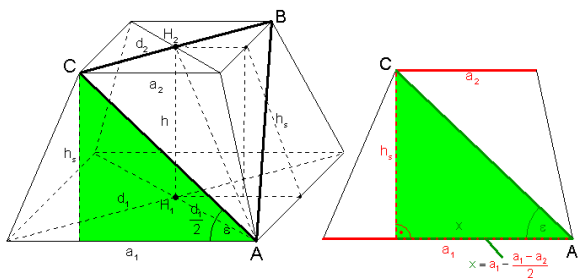
$$x = a_1 - \frac{a_1 - a_2}{2}$$

$$x = 12 - \frac{12 - 6,4}{2}$$

$$x = 12 - \frac{5,6}{2}$$

$$x = 12 - 2,8$$

$$x = 9,2 \text{ cm}$$



8. Berechnung des Winkels ε :

$$\tan \varepsilon = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_s}{x} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$\tan \varepsilon = \frac{16,3}{9,2}$$

$$\tan \varepsilon = 1,7717$$

$$\varepsilon = 60,6^\circ$$

