

Wahlaufgaben

Aufgabe 2006 W2a:

Eine nach oben geöffnete Normalparabel p und eine Gerade g_1 schneiden sich in den Punkten

$$A(2|5) \text{ und } B(6|-3).$$

Berechnen Sie die Gleichungen von Parabel und Gerade.

Die Gerade g_2 ist parallel zur Geraden g_1 und geht durch den Scheitelpunkt der Parabel.

Die Koordinatenachsen bilden mit g_2 ein Dreieck. Berechnen Sie den Umfang und die Innenwinkel dieses Dreiecks.

Lösung 2006 W2a:

1. Bestimmung der Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

$$y = m \cdot x + b$$

Allgemeine Geradengleichung

$$A(2|5)$$

$$B(6|-3)$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\text{I: } 5 = m \cdot 2 + b$$

$$\text{II: } -3 = m \cdot 6 + b$$

Seiten tauschen

$$\text{I: } m \cdot 2 + b = 5$$

$$\text{II: } m \cdot 6 + b = -3$$

$$-2m$$

$$-6m$$

$$\text{I: } b = 5 - 2m$$

$$\text{II: } b = -3 - 6m$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\text{I} = \text{II: } 5 - 2m = -3 - 6m \quad | +6m$$

$$5 + 4m = -3 \quad | -5$$

$$4m = -8 \quad | :4$$

$$m = -2$$

$$\text{I: } 5 = m \cdot 2 + b$$

$m = (-2)$ in I einsetzen

$$5 = (-2) \cdot 2 + b$$

$$5 = -4 + b$$

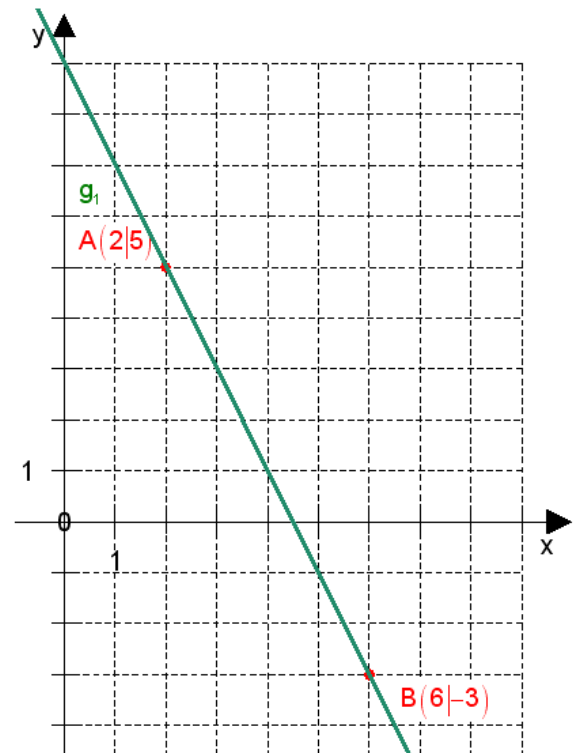
Seiten tauschen

$$-4 + b = 5$$

$$| +4$$

$$b = 9$$

$$\underline{\underline{g_1: y = -2x + 9}}$$



Lösung 2006 W2a:

2. Bestimmung der Funktionsgleichung der Parabel p:

$$y = x^2 + p \cdot x + q$$

Allgemeine Parabelgleichung

$$\left| \begin{array}{l} A(2|5) \\ B(6|-3) \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} A(2|5) \\ B(6|-3) \end{array} \right.$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\text{I: } 5 = 2^2 + p \cdot 2 + q$$

$$\text{II: } -3 = 6^2 + p \cdot 6 + q$$

$$\text{I: } 5 = 4 + 2p + q$$

$$\text{II: } -3 = 36 + 6p + q$$

Seiten tauschen

$$\text{I: } 4 + 2p + q = 5$$

$$\text{II: } 36 + 6p + q = -3$$

$$\left| \begin{array}{l} -4 - 2p \\ -36 - 6p \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} -4 - 2p \\ -36 - 6p \end{array} \right.$$

$$\text{I: } q = 1 - 2p$$

$$\text{II: } q = -39 - 6p$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\text{I} = \text{II: } 1 - 2p = -39 - 6p \quad | +6p$$

$$1 + 4p = -39 \quad | -1$$

$$4p = -40 \quad | :4$$

$$p = -10$$

$$\text{I: } 5 = 2^2 + p \cdot 2 + q$$

$$5 = 4 + (-10) \cdot 2 + q$$

$$5 = 4 - 20 + q$$

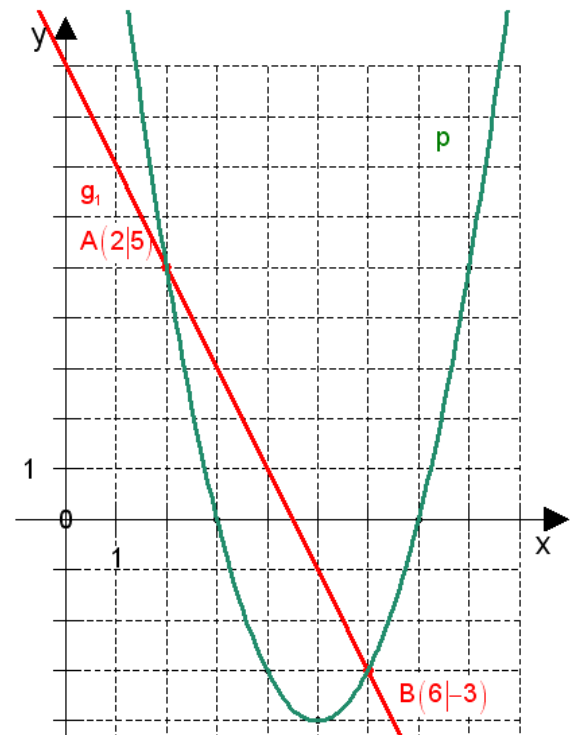
$$5 = -16 + q$$

$$-16 + q = 5$$

Seiten tauschen

$$q = 21$$

$$\underline{\underline{p: y = x^2 - 10x + 21}}$$



Lösung 2006 W2a:

3. Bestimmung des Scheitelpunktes S der Parabel p:

$$y = x^2 - 10x + 21 \quad \text{quadratische Ergänzung}$$

$$y = x^2 - 10x + 25 - 25 + 21$$

$$y = (x^2 - 10x + 25) - 25 + 21 \quad \text{2. binomische Formel}$$

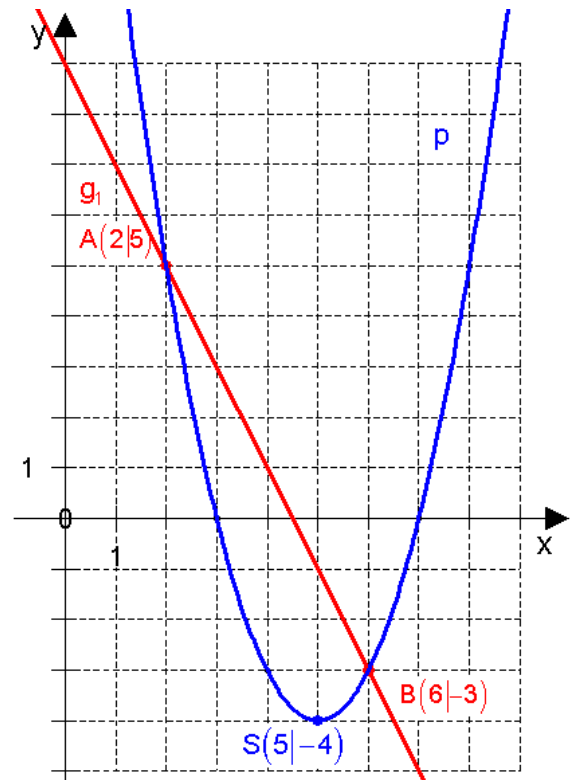
$$y = (x - 5)^2 - 25 + 21 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$y = (x - 5)^2 - 4$$

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d) \quad \text{Scheitelform}$$

$$y = (x - 5)^2 + (-4); S(5|-4)$$

$$\underline{S(5|-4)}$$



4. Bestimmung der Funktionsgleichung der Geraden g2:

$$y = m \cdot x + b \quad \text{Allgemeine Geradengleichung}$$

$$| m = -2, \text{ da } g_2 \parallel g_1$$

$$y = -2x + b \quad S(5|-4)$$

$$\text{Punktkoordinaten einsetzen}$$

$$-4 = -2 \cdot 5 + b$$

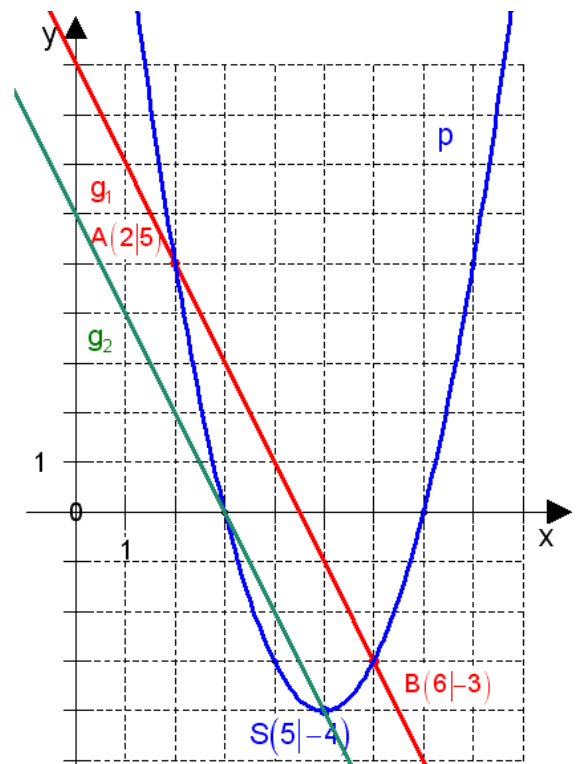
$$-4 = -10 + b$$

$$\text{Seiten tauschen}$$

$$-10 + b = -4 \quad | +10$$

$$\underline{b = 6}$$

$$\underline{g_2 : y = -2x + 6}$$



Lösung 2006 W2a:

5. Bestimmung der Koordinaten des Eckpunktes C:

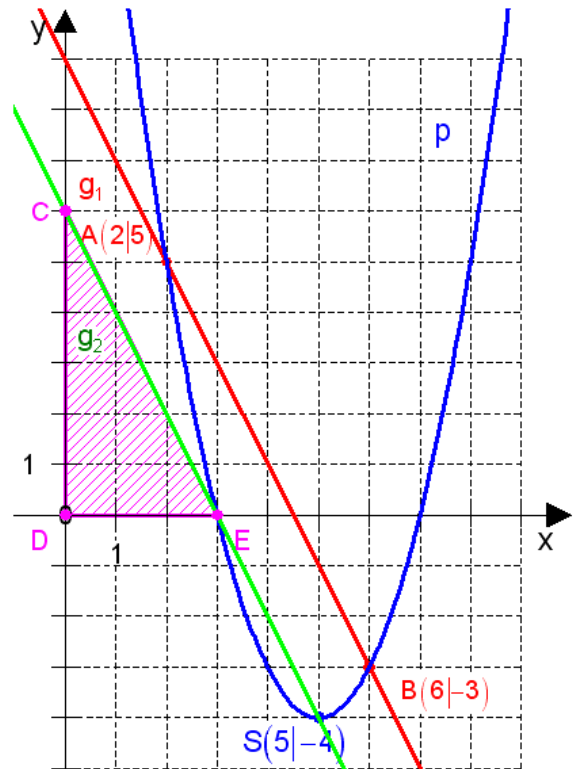
$$y = -2x + 6 \quad \wedge \quad x = 0 \quad \text{Schnittpunkt mit der y-Achse}$$

$$y = -2 \cdot 0 + 6$$

$$y = 0 + 6$$

$$y = 6$$

$$\underline{C(0|6)}$$



6. Bestimmung der Koordinaten des Eckpunktes E:

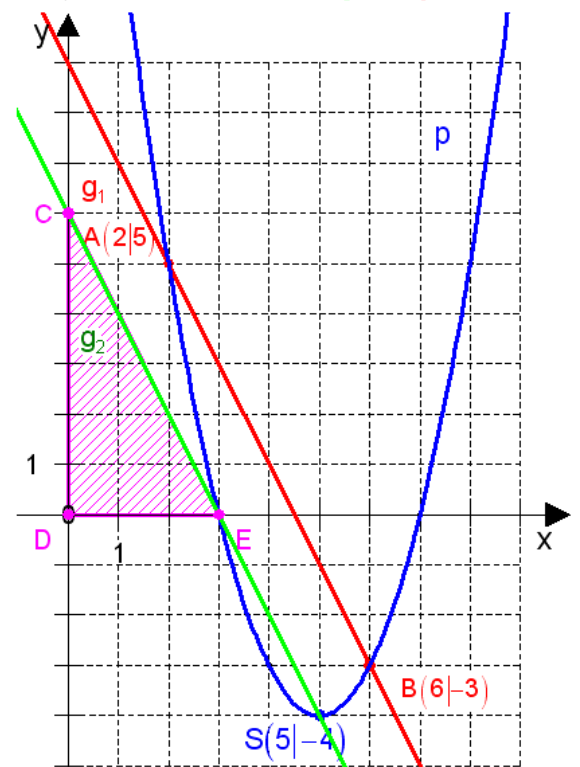
$$y = -2x + 6 \quad \wedge \quad y = 0 \quad \text{Schnittpunkt mit der x-Achse}$$

$$0 = -2x + 6 \quad | +2x$$

$$2x = 6 \quad | :2$$

$$x = 3$$

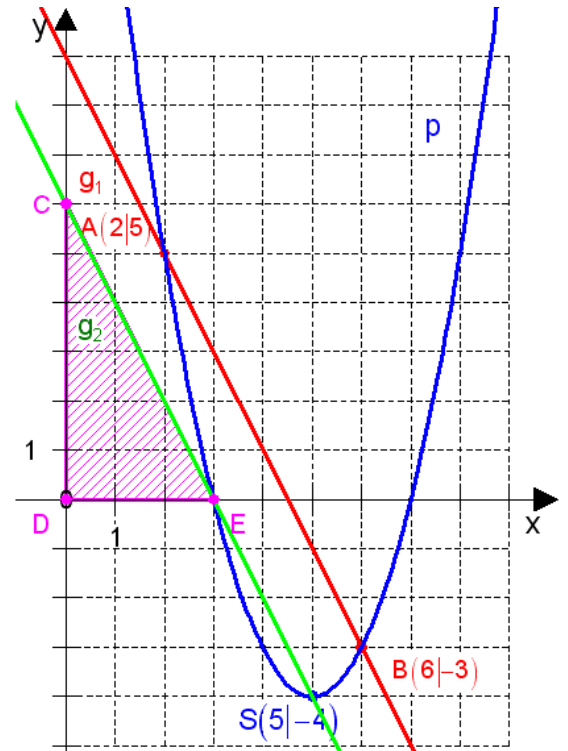
$$\underline{E(3|0)}$$



Lösung 2006 W2a:

7. Bestimmung der Koordinaten des Eckpunktes D:

D(0|0) Ursprung des Koordinatensystems



8. Berechnung des Umfangs u des Dreiecks:

$$u = \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{CE}$$

$$\overline{CD} = 6 \text{ LE}$$

$$\overline{DE} = 3 \text{ LE}$$

$$\overline{CE}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{DE}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck CDE}$$

$$\overline{CE}^2 = 6^2 + 3^2$$

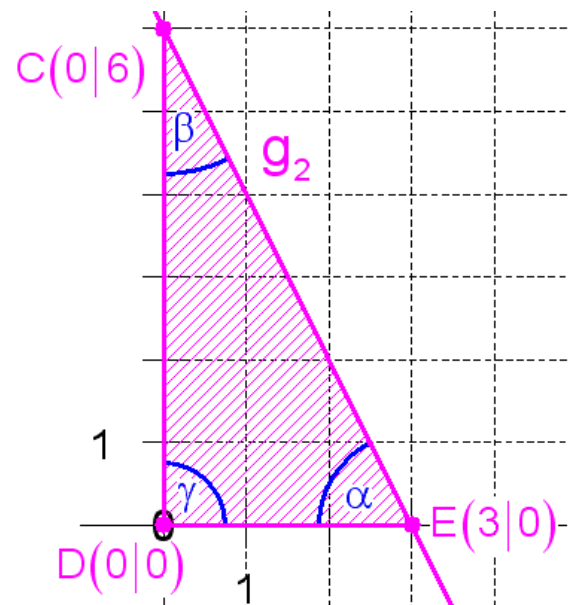
$$\overline{CE}^2 = 36 + 9$$

$$\overline{CE}^2 = 45$$

$\sqrt{\quad}$

$$\overline{CE} = 6,71 \text{ LE}$$

$$\underline{\underline{u = 15,71 \text{ LE}}}$$



Lösung 2006 W2a:

9. Bestimmung der Innenwinkel des Dreiecks:

$$\underline{\underline{\gamma = 90^\circ}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DE}} \quad \begin{array}{l} \text{Tangensfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{Dreieck CDE} \end{array}$$

$$\tan \alpha = \frac{6}{3} = 2$$

$$\underline{\underline{\alpha = 63,4^\circ}}$$

$$\beta = 180^\circ - \gamma - \alpha$$

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - 63,4^\circ$$

$$\underline{\underline{\beta = 26,6^\circ}}$$

