Wahlaufgaben

Aufgabe 2003 W3b:

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung: **3,5 P**

$$\frac{2x+1}{3x-9}-\frac{x+2}{2x+6}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

Lösung 2003 W3b:

1. Bestimmung der Definitionsmenge:

$$\frac{2x+1}{3x-9}-\frac{x+2}{2x+6}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

1. Nenner

$$3x-9\neq 0 \quad |+9$$
$$3x\neq 9 \quad |:3$$
$$\underline{x\neq 3}$$

2. Nenner

$$2x+6\neq 0 \quad |-6$$
$$2x\neq -6 \quad |:2$$
$$\underline{x\neq -3}$$

3. Nenner

$$x^2-9\neq 0 \quad |+9$$
$$x^2\neq 9 \quad |\sqrt{\ }$$
$$\underline{x_1\neq 3}$$
$$\underline{x_2\neq -3}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{D}=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}}}$$

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$$\frac{2x+1}{3x-9}-\frac{x+2}{2x+6}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

gemeinsame Faktoren ausklammern

$$\frac{2x+1}{3\cdot x-3\cdot 3}-\frac{x+2}{2\cdot x+2\cdot 3}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}-\frac{x+2}{2(x+3)}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}-\frac{x+2}{2(x+3)}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

3. binomische Formel

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}-\frac{x+2}{2(x+3)}=\frac{x^2+2x-1}{(x+3)(x-3)}$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}-\frac{x+2}{2(x+3)}=\frac{x^2+2x-1}{(x+3)(x-3)}$$

Hauptnenner:

$$\underline{HN: 6(x+3)(x-3)}$$

Lösung 2003 W3b:

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{2x+1}{3x-9}-\frac{x+2}{2x+6}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$ gemeinsame Faktoren ausklammern

$$\frac{2x+1}{3\cdot x-3\cdot 3}-\frac{x+2}{2\cdot x+2\cdot 3}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}-\frac{x+2}{2(x+3)}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}-\frac{x+2}{2(x+3)}=\frac{x^2+2x-1}{x^2-9}$$ 3. binomische Formel

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}-\frac{x+2}{2(x+3)}=\frac{x^2+2x-1}{(x+3)(x-3)}$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}-\frac{x+2}{2(x+3)}=\frac{x^2+2x-1}{(x+3)(x-3)} \qquad |\cdot HN \quad \cdot[6(x+3)(x-3)]$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}\cdot 6(x+3)(x-3)-\frac{x+2}{2(x+3)}\cdot 6(x+3)(x-3)=\frac{x^2+2x-1}{(x+3)(x-3)}\cdot 6(x+3)(x-3)$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}\cdot 2\cdot 3(x+3)(x-3)-\frac{x+2}{2(x+3)}\cdot 2\cdot 3(x+3)(x-3)=\frac{x^2+2x-1}{(x+3)(x-3)}\cdot 6(x+3)(x-3)$$

$$\frac{2x+1}{3(x-3)}\cdot 2\cdot 3(x+3)(x-3)-\frac{x+2}{2(x+3)}\cdot 2\cdot 3(x+3)(x-3)=\frac{x^2+2x-1}{(x+3)(x-3)}\cdot 6(x+3)(x-3)$$ im Zähler und Nenner gleiche Faktoren kürzen

$$\frac{2x+1}{\cancel{3}\cancel{(x-3)}}\cdot 2\cdot\cancel{3}(x+3)\cancel{(x-3)}-\frac{x+2}{\cancel{2}\cancel{(x+3)}}\cdot\cancel{2}\cdot 3\cancel{(x+3)}(x-3)=\frac{x^2+2x-1}{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-3)}}\cdot 6\cancel{(x+3)}\cancel{(x-3)}$$

$$(2x+1)\cdot 2(x+3)-(x+2)\cdot 3(x-3)=(x^2+2x-1)\cdot 6$$

$$(2x+1)\cdot 2(x+3)-(x+2)\cdot 3(x-3)=(x^2+2x-1)\cdot 6$$ Zahl mal Summe

$$(2x+1)\cdot(2x+6)-(x+2)(3x-9)=6x^2+12x-6$$

$$(2x+1)\cdot(2x+6)-(x+2)(3x-9)=6x^2+12x-6$$ Eckige Klammern setzen

$$(2x+1)\cdot(2x+6)-[(x+2)(3x-9)]=6x^2+12x-6$$ Summe mal Summe

$$4x^2+12x+2x+6-[3x^2-9x+6x-18]=6x^2+12x-6$$

$$4x^2+12x+2x+6-[3x^2-9x+6x-18]=6x^2+12x-6$$ Minusklammer auflösen

$$4x^2+12x+2x+6-3x^2+9x-6x+18=6x^2+12x-6$$

$$4x^2+12x+2x+6-3x^2+9x-6x+18=6x^2+12x-6$$ Zusammenfassen

$$x^2+17x+24=6x^2+12x-6$$

$$x^2+17x+24=6x^2+12x-6$$ Seiten tauschen

$$6x^2+12x-6=x^2+17x+24 \qquad |-x^2-17x-24$$

$$5x^2-5x-30=0 \qquad |:5$$

$$x^2-x-6=0$$ Quadratische Gleichung in der Normalform

$$x^2+(-1)\cdot x+(-6)=0$$

$$x^2+px+q=0$$ p und q bestimmen

$$p=-1$$

$$q=-6$$

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$$ Lösungsformel

$$x_{1,2}=-\frac{-1}{2}\pm\sqrt{\frac{(-1)^2}{4}-(-6)}$$

$$x_{1,2}=0,5\pm\sqrt{\frac{1}{4}+6}$$

$$x_{1,2}=0,5\pm\sqrt{0,25+6}$$

$$x_{1,2}=0,5\pm\sqrt{6,25}$$

$$x_{1,2}=0,5\pm 2,5$$

$$\underline{x_1}=0,5+2,5=\cancel{3}$$ x_1 ist nicht in der Definitionsmenge enthalten

$$\underline{x_2}=0,5-2,5=\underline{-2}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L}=\{-2\}}}$$