

Wahlaufgaben

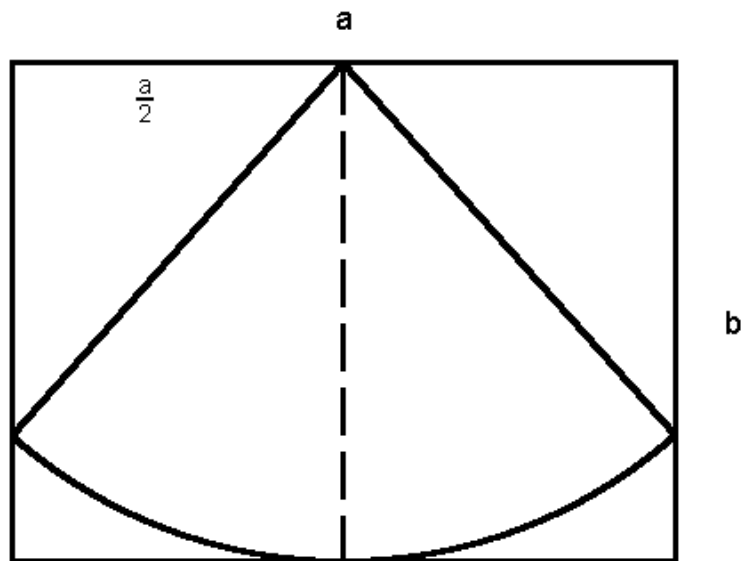
Aufgabe 2002 W3b:

3,5 P

Aus einem Rechteck mit den Seiten $a = 20,0 \text{ cm}$ und $b = 15,0 \text{ cm}$ wird ein Kreisausschnitt ausgeschnitten (siehe Skizze).

Der Kreisausschnitt wird Mantel eines Kegels.

Berechnen Sie das Volumen des Kegels.



Strategie 2002 W3b:

Gegeben:

Kreisausschnitt

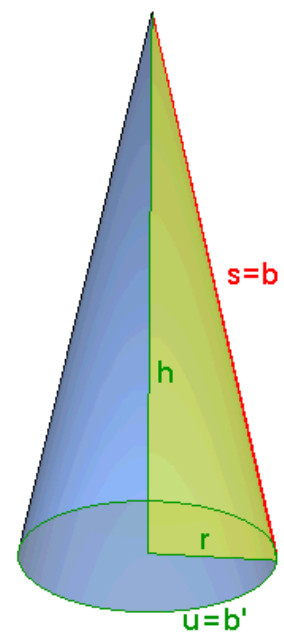
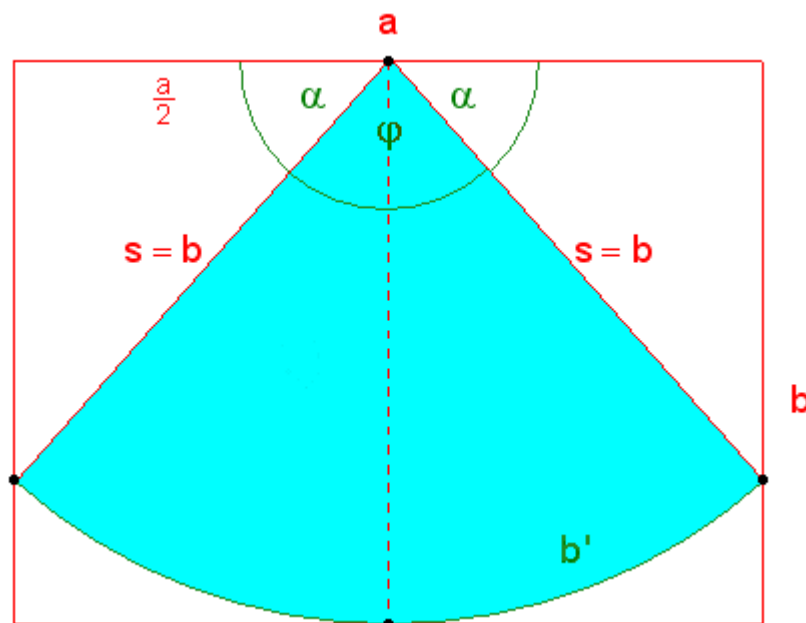
$a = 20,0 \text{ cm}$

$b = 15,0 \text{ cm}$

Gesucht:

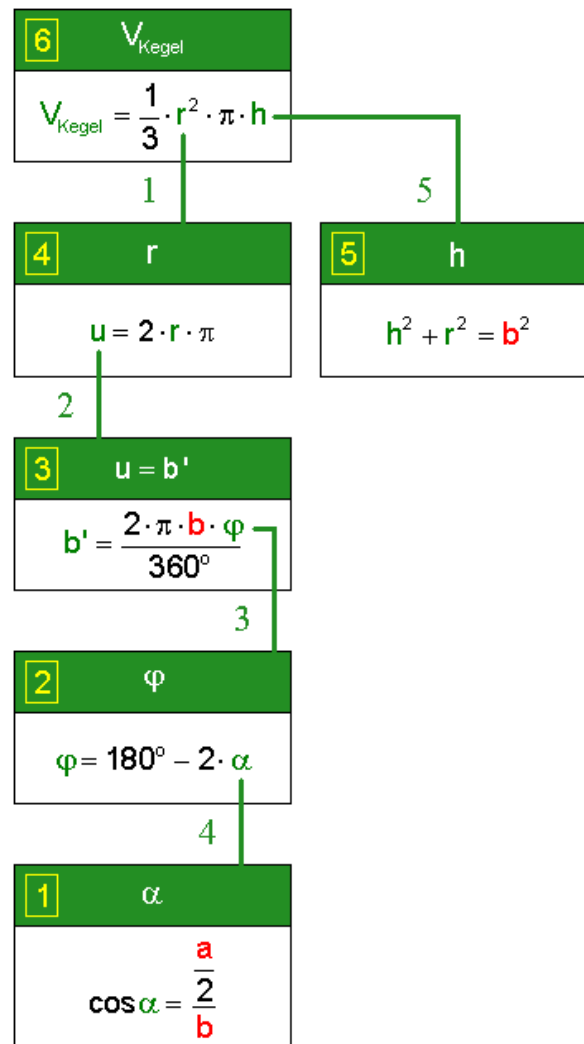
V_{Kegel}

Skizze:



Strategie 2002 W3b:

Struktogramm:



Lösung 2002 W3b:

1. Berechnung des Winkels α :

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{b}$$

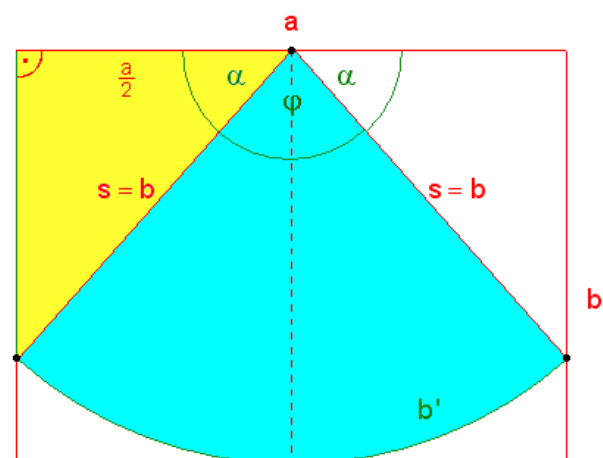
Kosinusfunktion im
gelben
Teildreieck

$$\cos \alpha = \frac{20}{15}$$

$$\cos \alpha = \frac{10}{15}$$

$$\cos \alpha = 0,6667$$

$$\alpha = 48,19^\circ$$



Lösung 2002 W3b:

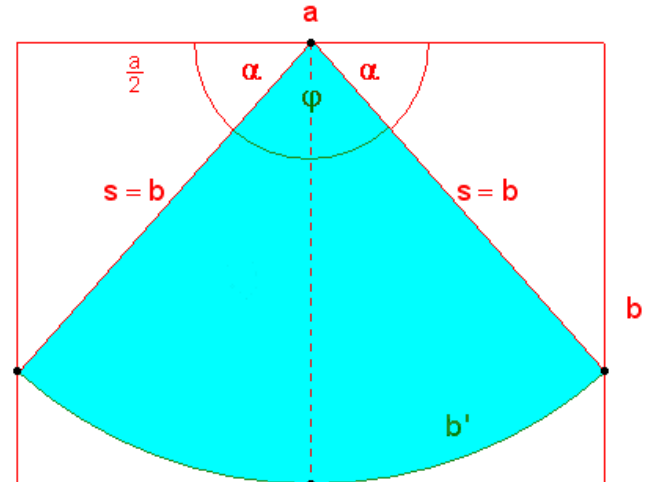
2. Berechnung des Winkels φ :

$$\varphi = 180^\circ - 2 \cdot \alpha$$

$$\varphi = 180^\circ - 2 \cdot 48,19^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ - 96,38^\circ$$

$$\underline{\varphi = 83,62^\circ}$$



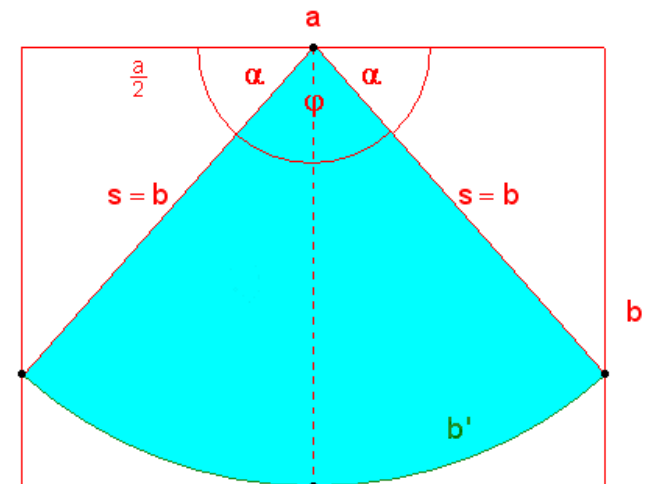
3. Berechnung der Bogenlinie b' :

$$b' = \frac{2 \cdot \pi \cdot b \cdot \varphi}{360^\circ}$$

$$b' = \frac{2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 83,62^\circ}{360^\circ}$$

$$\underline{b' = 21,89 \text{ cm}}$$

$$\underline{u = 21,89 \text{ cm}}$$



4. Berechnung von r :

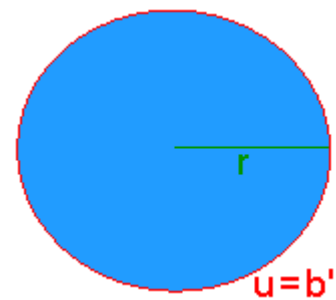
$$u = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$21,89 = 2 \cdot r \cdot \pi \quad | : 2$$

$$10,945 = r \cdot \pi \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$r \cdot \pi = 10,945 \quad | : \pi$$

$$\underline{r = 3,48 \text{ cm}}$$



Lösung 2002 W3b:

5. Berechnung der Höhe h des Kegels:

$$h^2 + r^2 = b^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
gelben

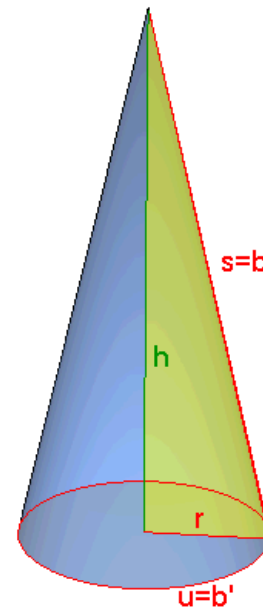
$$h^2 + 3,48^2 = 15^2$$

Teildreieck

$$h^2 + 12,1104 = 225 \quad | -12,1104$$

$$h^2 = 212,8896 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h = 14,59 \text{ cm}}$$



6. Berechnung des Kegelvolumens V_{Kegel} :

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot 3,48^2 \cdot \pi \cdot 14,59$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot 12,1104 \cdot \pi \cdot 14,59$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Kegel}} = 185,0 \text{ cm}^3}}$$

