

Wahlaufgaben

Aufgabe 2002 W3a:

4,5 P

Von einem regelmäßigen sechsseitigen Pyramidenstumpf sind bekannt:

$$a_1 = 9,4 \text{ cm}$$

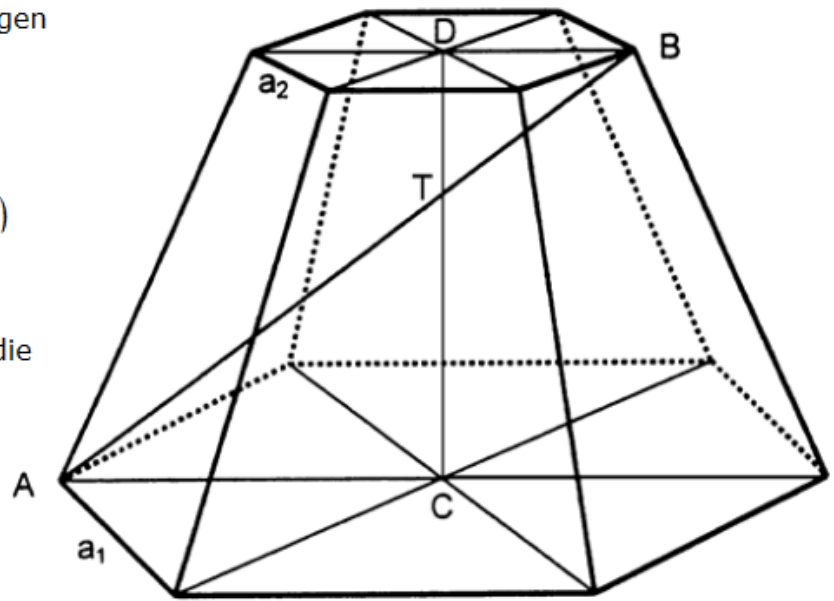
$$a_2 = 4,8 \text{ cm}$$

$$M = 426 \text{ cm}^2 \text{ (Mantelfläche)}$$

Berechnen Sie die Länge der Raumdiagonalen $\overline{AB}$.

Die Raumdiagonale $\overline{AB}$ schneidet die Höhe $\overline{CD}$ im Punkt T.

Berechnen Sie die Länge von $\overline{TC}$.



Strategie 2002 W3a:

Gegeben:

Regelmäßiger 6-seitiger
Pyramidenstumpf

$$a_1 = 9,4 \text{ cm}$$

$$a_2 = 4,8 \text{ cm}$$

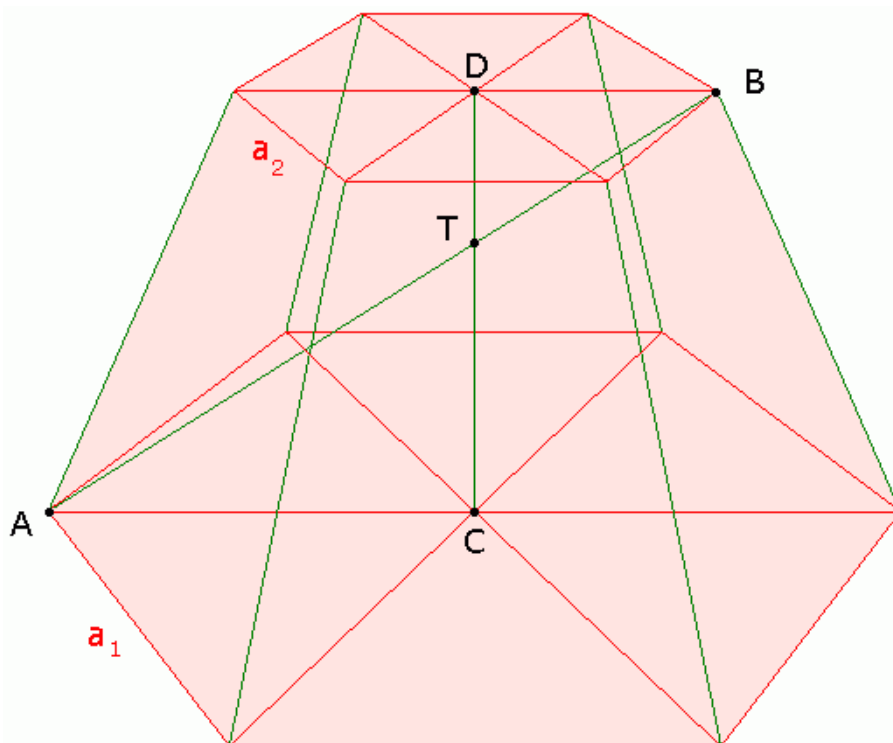
$$M = 426 \text{ cm}^2 \text{ (Mantelfläche)}$$

Gesucht:

$$\overline{AB}$$

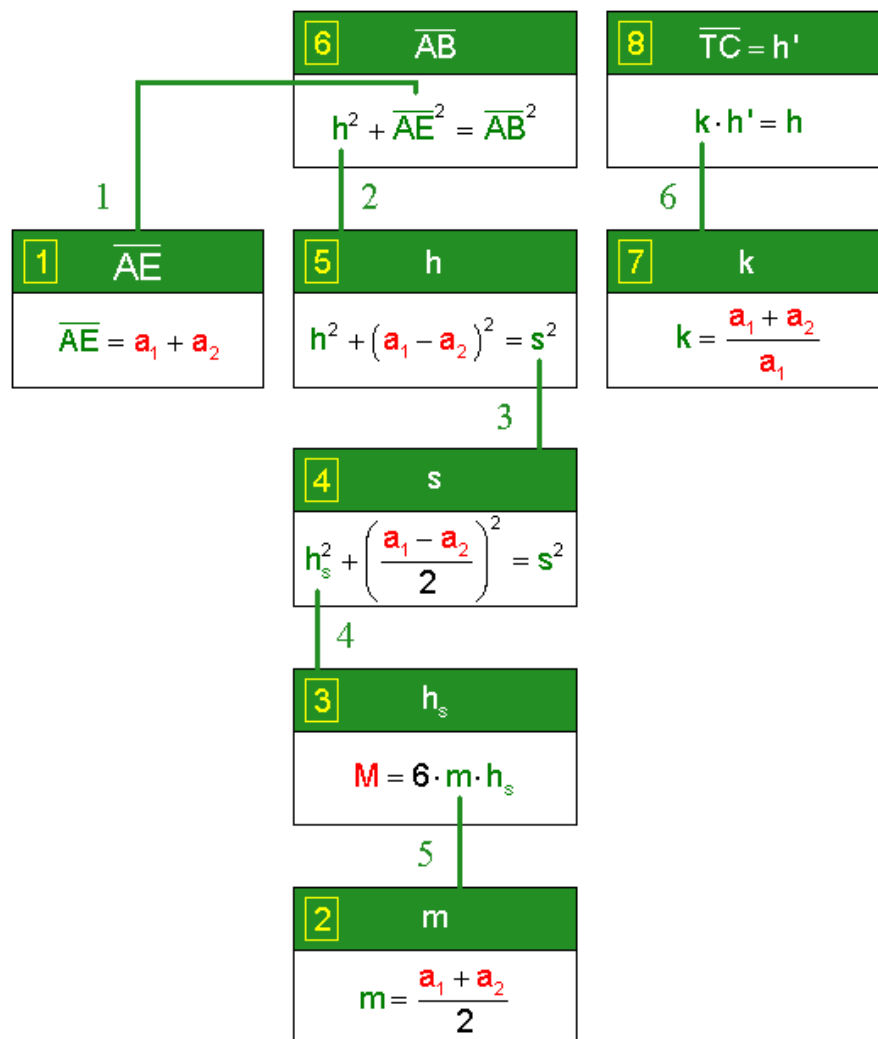
$$\overline{TC}$$

Skizze:



Strategie 2002 W3a:

Struktogramm:



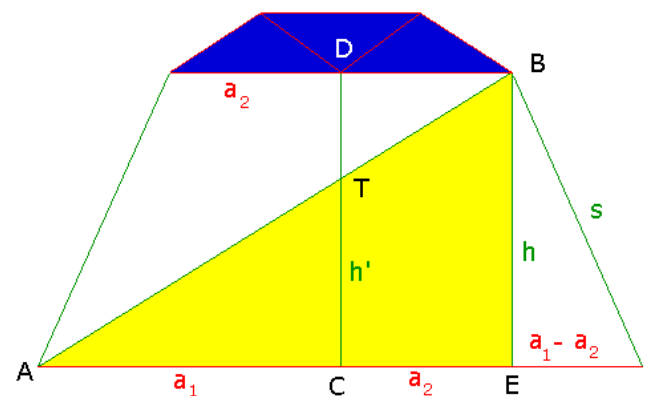
Lösung 2002 W3a:

1. Berechnung der Strecke $\overline{AE}$:

$$\overline{AE} = a_1 + a_2$$

$$\overline{AE} = 9,4 + 4,8$$

$$\overline{AE} = 14,2 \text{ cm}$$



Lösung 2002 W3a:

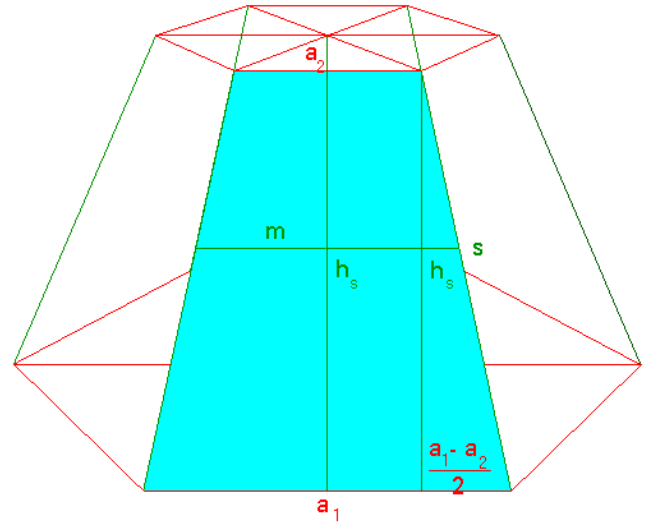
2. Berechnung der Trapez-Mittellinie m :

$$m = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$m = \frac{9,4 + 4,8}{2}$$

$$m = \frac{14,2}{2}$$

$$m = 7,1 \text{ cm}$$



3. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s :

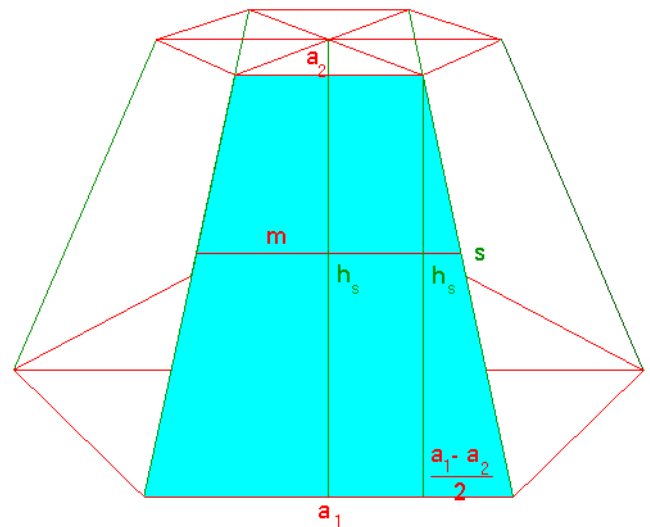
$$M = 6 \cdot m \cdot h_s$$

$$426 = 6 \cdot 7,1 \cdot h_s$$

$$426 = 42,6 \cdot h_s \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$42,6 \cdot h_s = 426 \quad | : 42,6$$

$$h_s = 10 \text{ cm}$$



4. Berechnung der Seitenkante s :

$$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a_1 - a_2}{2} \right)^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen orangefarbenen Teildreieck}$$

$$s^2 = 10^2 + \left(\frac{9,4 - 4,8}{2} \right)^2$$

$$s^2 = 10^2 + \left(\frac{4,6}{2} \right)^2$$

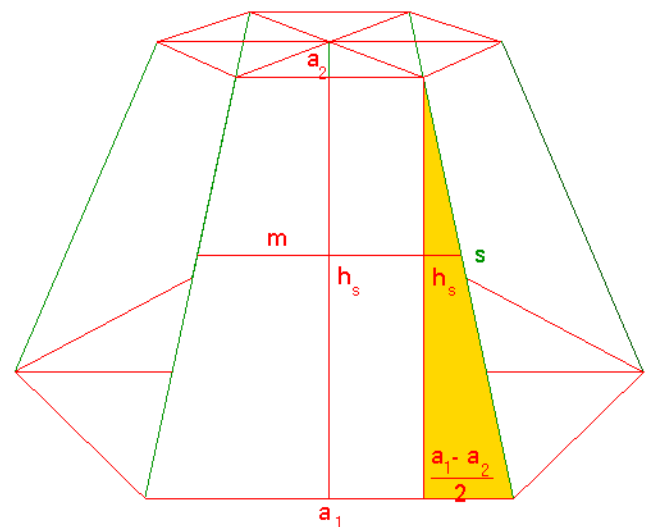
$$s^2 = 10^2 + 2,3^2$$

$$s^2 = 100 + 5,29$$

$$s^2 = 105,29$$

$$s = 10,26 \text{ cm}$$

$\sqrt{\quad}$



Lösung 2002 W3a:

5. Berechnung der Höhe h des Pyramidenstumpfes:

$$h^2 + (a_1 - a_2)^2 = s^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen hellgrauen Teildreieck}$$

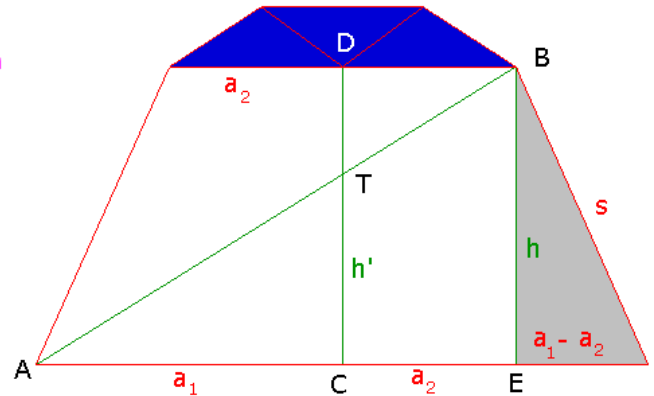
$$h^2 + (9,4 - 4,8)^2 = 10,26^2$$

$$h^2 + 4,6^2 = 10,26^2$$

$$h^2 + 21,16 = 105,2676 \quad | -21,16$$

$$h^2 = 84,1076 \quad | \sqrt{}$$

$$h = 9,17 \text{ cm}$$



6. Berechnung der Strecke $\overline{AB}$:

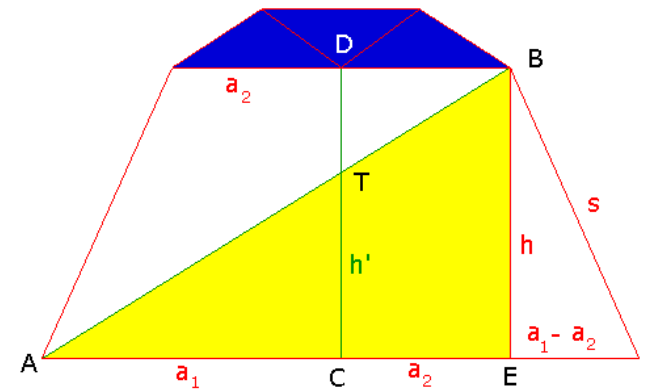
$$\overline{AB}^2 = h^2 + \overline{AE}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\overline{AB}^2 = 9,17^2 + 14,2^2$$

$$\overline{AB}^2 = 84,0889 + 201,64$$

$$\overline{AB}^2 = 285,7289 \quad | \sqrt{}$$

$$\overline{AB} = 16,9 \text{ cm}$$



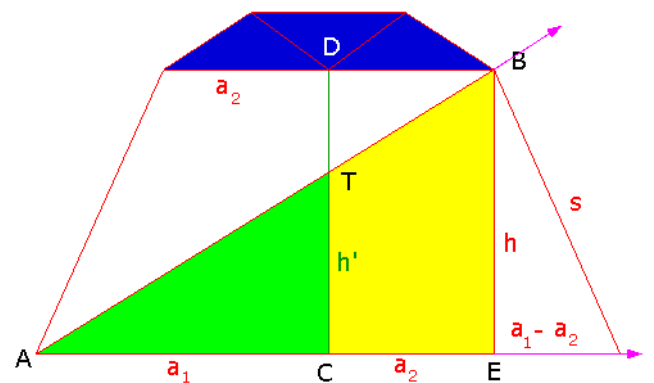
7. Berechnung des Streckfaktors k :

$$k = \frac{a_1 + a_2}{a_1} \quad \text{Streckung mit Zentrum A}$$

$$k = \frac{9,4 + 4,8}{9,4}$$

$$k = \frac{14,2}{9,4}$$

$$k = 1,5106$$



8. Berechnung der Strecke $\overline{TC} = h'$:

$$k \cdot h' = h$$

$$1,5106 \cdot h' = 9,17 \quad | :1,5106$$

$$h' = \overline{TC} = 6,07 \text{ cm}$$

