Wahlaufgaben

Aufgabe 2002 W2a: 5 P

Eine Parabel p_1 hat die Gleichung $y = x^2 + 2x + 3$.
Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S(4|-3)$.
Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden g_1, die durch die Scheitelpunkte der beiden Parabeln geht.
Eine Gerade g_2 ist parallel zu g_1 und geht durch den Schnittpunkt der beiden Parabeln.
Berechnen Sie die Gleichung der Geraden g_2.
Zeichnen Sie die beiden Parabeln und die beiden Geraden in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Lösung 2002 W2a:

1. Berechnung des Scheitelpunktes S_1 der Parabel p_1:

$y = x^2 + 2x + 3$

$y = x^2 + 2x + 1 - 1 + 3$ Quadratische Ergänzung

$y = (x^2 + 2x + 1) - 1 + 3$ 1. binomische Formel

$y = (x+1)^2 - 1 + 3$ Zusammenfassen

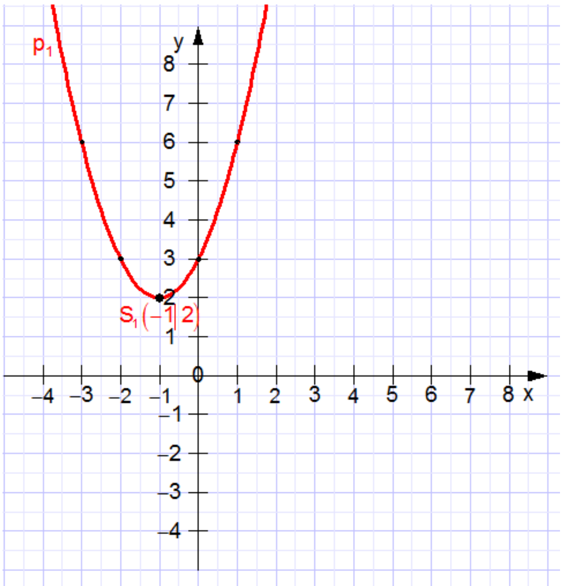
$y = (x+1)^2 + 2$

$y = (x-b)^2 + d\,;\ S(b|d)$ Scheitelgleichung

$y = (x-(-1))^2 + 2$

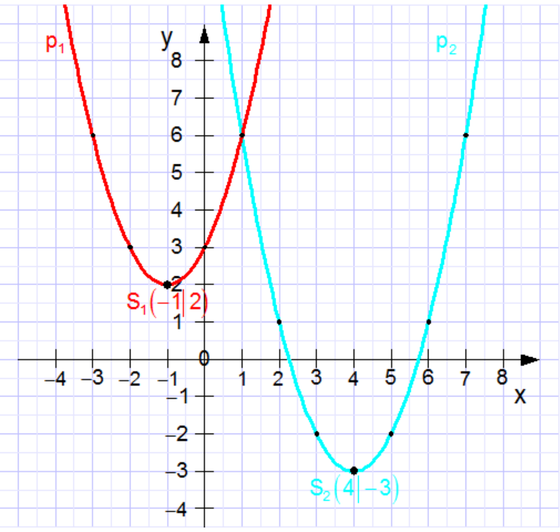
$S(-1|+2)$

$\underline{S_1(-1|2)}$



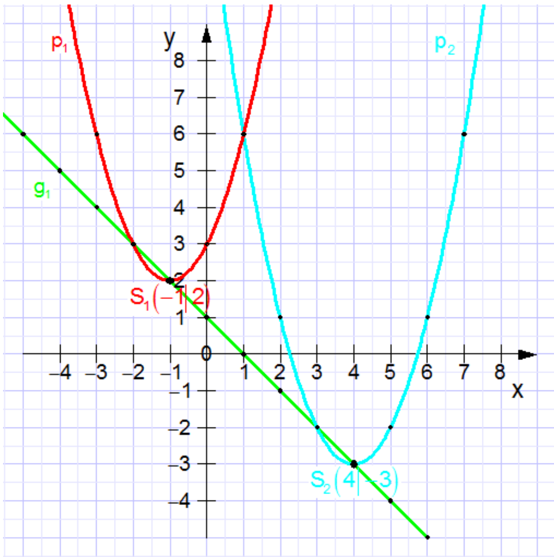
2. Zeichnung der Parabel p_2 ins Koordinatensystem:

$\underline{S_2(4|-3)}$ Schablone an den Scheitel anlegen



Lösung 2002 W2a:

3. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g_1:



$y = m \cdot x + b$ Allgemeine Geradengleichung

$\text{I}: \; 2 = m \cdot (-1) + b$ $S_1(-1|2)$ liegt auf g_1

$\text{II}: -3 = m \cdot 4 + b$ $S_2(4|-3)$ liegt auf g_1

$\text{I}: \; 2 = -m + b$ $| \cdot 4$

$\text{II}: -3 = 4m + b$

$\text{I}: \; 8 = -4m + 4b$

$\text{II}: -3 = 4m + b$ Additionsverfahren

$\text{I} + \text{II}: 8 + (-3) = -4m + 4b + 4m + b$ Zusammenfassen

$5 = 5b$ Seiten tauschen

$5b = 5$ $|:5$

$\underline{b = 1}$ b = 1 in I einsetzen

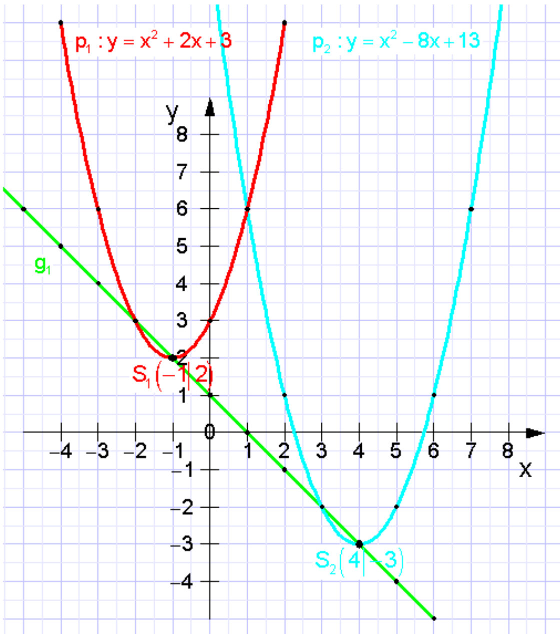
$2 = -m + 1$ $|+m$

$2 + m = 1$ $|-2$

$\underline{m = -1}$

$\underline{\underline{g_1: y = -x + 1}}$

4. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_2:



$y = (x - b)^2 + d \; ; \; S(b|d)$ Scheitelgleichung

$y = (x - 4)^2 - 3 \; ; \; S(4|-3)$ $S_2(4|-3)$

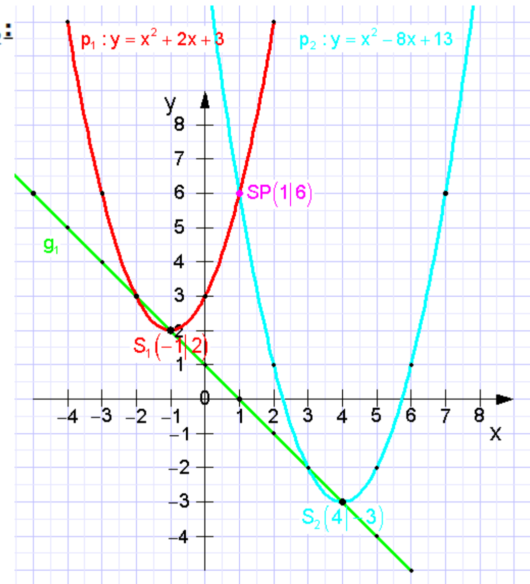
$y = (x - 4)^2 - 3$ 2. binomische Formel

$y = (x^2 - 8x + 16) - 3$

$y = x^2 - 8x + 16 - 3$ Zusammenfassen

$\underline{p_2: y = x^2 - 8x + 13}$

5. Berechnung des Schnittpunktes SP der Parabeln p_1 und p_2:



$\text{I}: y = x^2 + 2x + 3$

$\text{II}: y = x^2 - 8x + 13$ Gleichsetzungsverfahren

$\text{I} = \text{II}: x^2 + 2x + 3 = x^2 - 8x + 13$ $|-x^2$

$2x + 3 = -8x + 13$ $|+8x$

$10x + 3 = 13$ $|-3$

$10x = 10$ $|:10$

$\underline{x = 1}$ x = 1 in I einsetzen

$y = 1^2 + 2 \cdot 1 + 3$

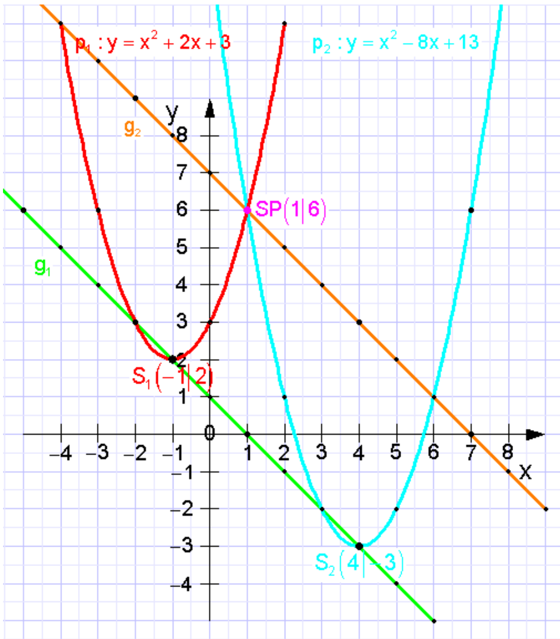
$y = 1 + 2 + 3$

$\underline{y = 6}$

$\underline{SP(1|6)}$

Lösung 2002 W2a:

6. Berechnung der Funktionsgleichung von g_2:



$y = m \cdot x + b$ Allgemeine Geradengleichung

$\underline{m = -1}$ da $g_2 \parallel g_1$

$y = -x + b$ $SP(1|6)$ liegt auf g_2

$6 = -1 + b$ Seiten tauschen

$-1 + b = 6$ $| +1$

$\underline{b = 7}$

$\underline{\underline{g_2 : y = -x + 7}}$

7. Zeichnung der Parabeln und Geraden ins Koordinatensystem:

Die Zeichnung der beiden Parabeln und Geraden im Koordinatensystem haben wir schon erledigt!!!