

## Wahlaufgaben

### Aufgabe 2001 W1a:

4,5 P

Der Diagonalschnitt eines quadratischen Pyramidenstumpfs hat die Maße:

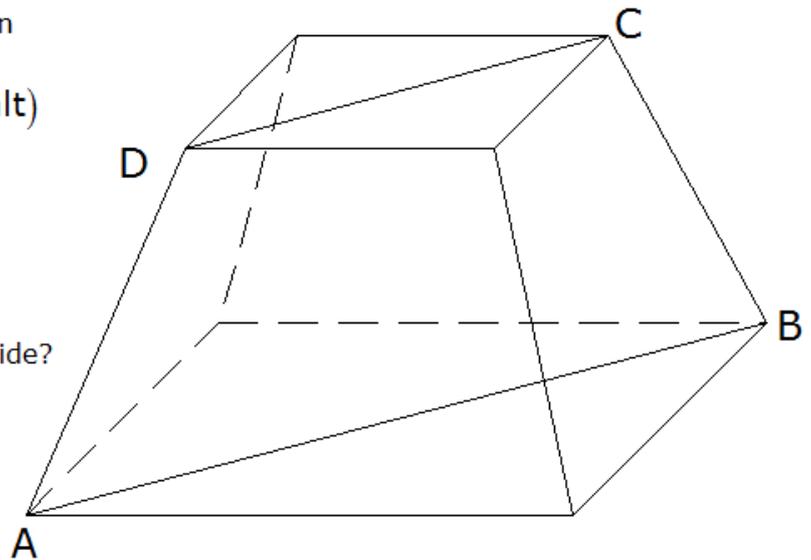
$$A_{ABCD} = 55,0 \text{ cm}^2 \text{ (Flächeninhalt)}$$

$$\overline{AB} = 9,8 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 4,8 \text{ cm}$$

Berechnen Sie die Mantelfläche des Pyramidenstumpfs.

Welche Höhe hat die Ergänzungspyramide?



### Strategie 2001 W1a:

#### Gegeben:

Quadratischer Pyramidenstumpf  
mit Ergänzungspyramide

$$A_{ABCD} = 55,0 \text{ cm}^2$$

$$\overline{AB} = 9,8 \text{ cm}$$

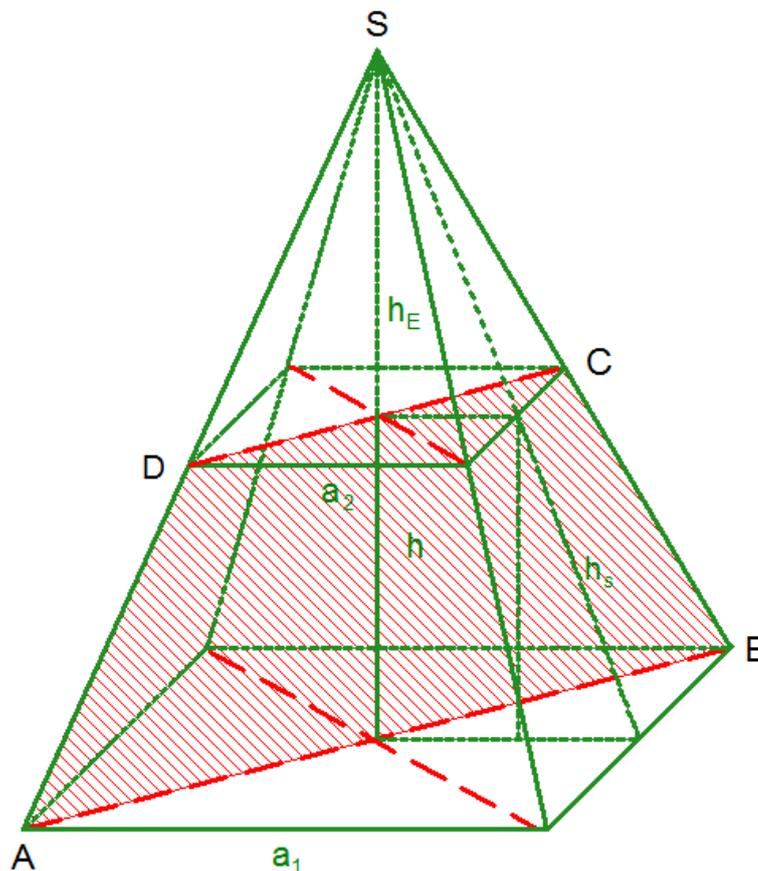
$$\overline{CD} = 4,8 \text{ cm}$$

#### Gesucht:

$$M_{\text{Pyst}}$$

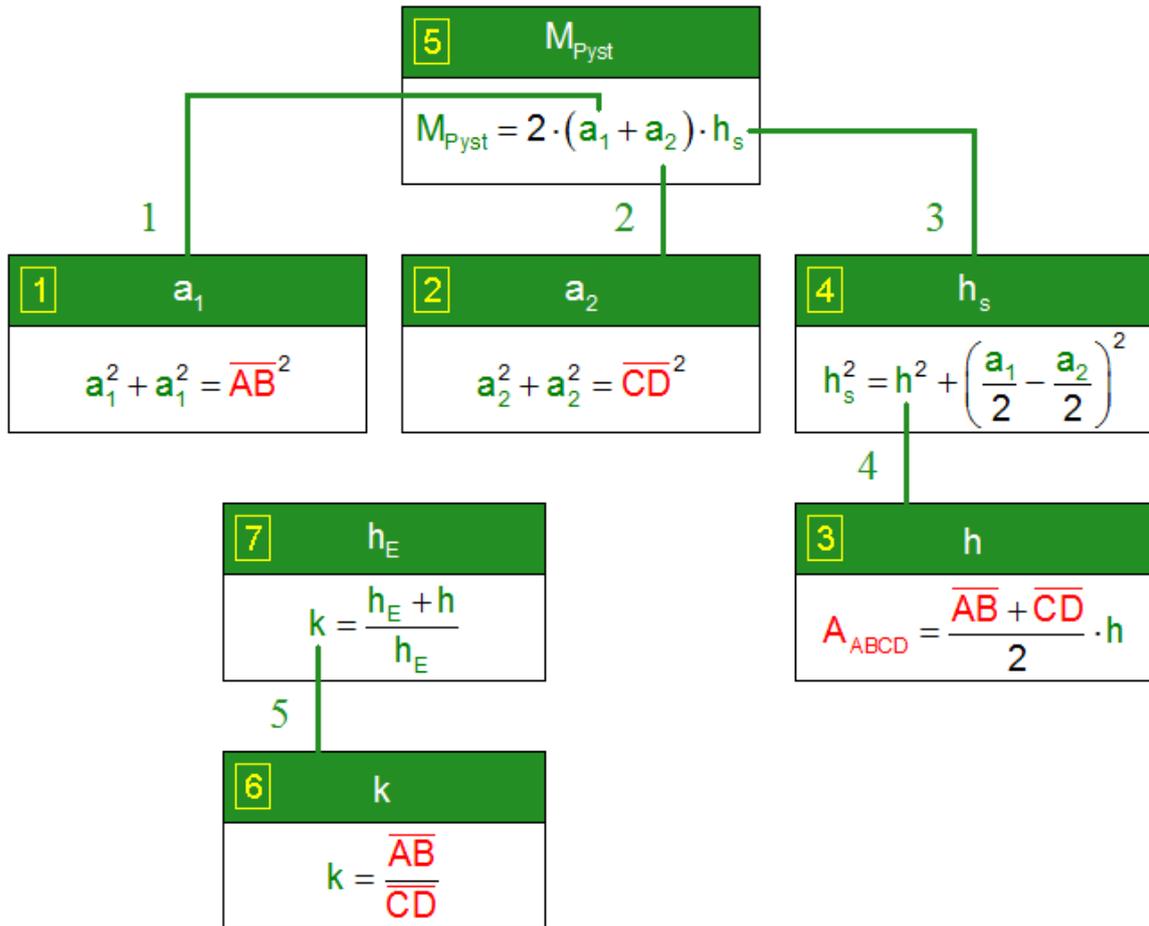
$$h_E$$

#### Skizze:



**Strategie 2001 W1a:**

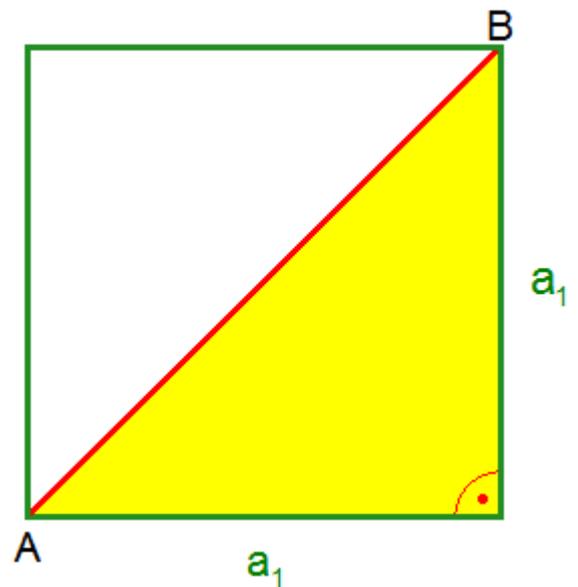
**Struktogramm:**



**Lösung 2001 W1a:**

**1. Berechnung der Quadratseite  $a_1$ :**

$$\begin{aligned}
 a_1^2 + a_1^2 &= \overline{AB}^2 && \text{Pythagoras im} \\
 &&& \text{rechtwinkligen gelben} \\
 &&& \text{Teildreieck} \\
 a_1^2 + a_1^2 &= 9,8^2 && a_1^2 + a_1^2 = 2 \cdot a_1^2 \\
 2 \cdot a_1^2 &= 9,8^2 \\
 2 \cdot a_1^2 &= 96,04 && | : 2 \\
 a_1^2 &= 48,02 && | \sqrt{\phantom{x}} \\
 \underline{a_1} &= \underline{6,93 \text{ cm}}
 \end{aligned}$$



## Lösung 2001 W1a:

### 2. Berechnung der Quadratseite $a_2$ :

$$a_2^2 + a_2^2 = \overline{CD}^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

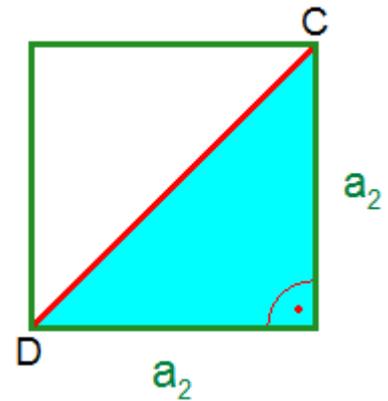
$$a_2^2 + a_2^2 = 4,8^2 \quad a_2^2 + a_2^2 = 2 \cdot a_2^2$$

$$2 \cdot a_2^2 = 4,8^2$$

$$2 \cdot a_2^2 = 23,04 \quad | : 2$$

$$a_2^2 = 11,52 \text{ cm} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$a_2 = 3,39 \text{ cm}$$



### 3. Berechnung der Höhe $h$ des Pyramidenstumpfes:

$$A_{ABCD} = A_{\text{Trapez}} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot h$$

$$55,0 = \frac{9,8 + 4,8}{2} \cdot h$$

$$55,0 = \frac{14,6}{2} \cdot h$$

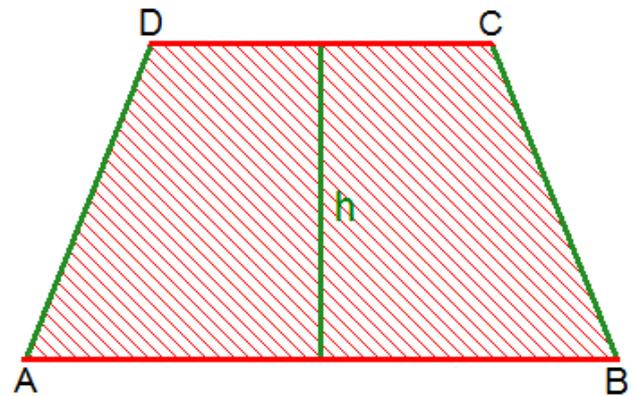
$$55,0 = 7,3 \cdot h$$

$$7,3 \cdot h = 55,0$$

$$h = 7,53 \text{ cm}$$

Seiten tauschen

$$| : 7,3$$



### 4. Berechnung der Höhe der Seitenfläche $h_s$ :

$$h_s^2 = h^2 + \left( \frac{a_1}{2} - \frac{a_2}{2} \right)^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$$h_s^2 = 7,53^2 + \left( \frac{6,93}{2} - \frac{3,39}{2} \right)^2$$

$$h_s^2 = 7,53^2 + (3,465 - 1,695)^2$$

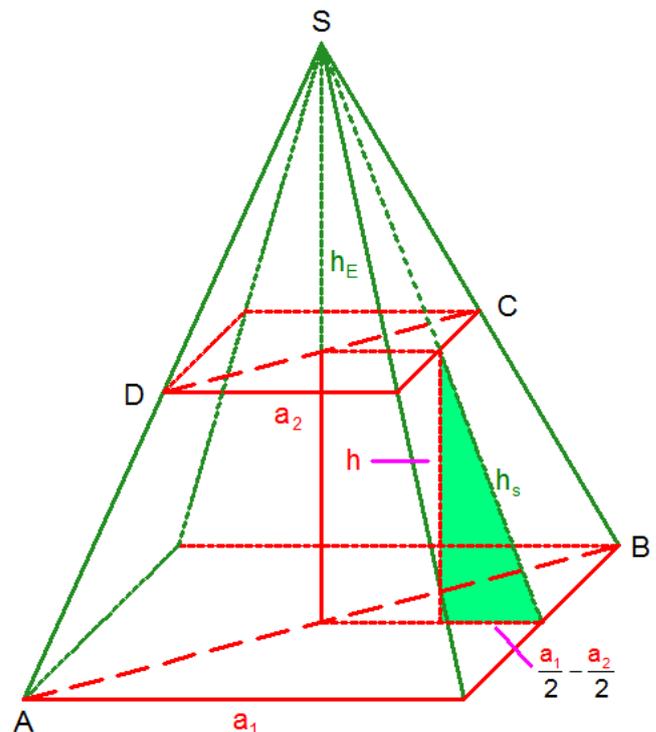
$$h_s^2 = 7,53^2 + 1,77^2$$

$$h_s^2 = 56,7009 + 3,1329$$

$$h_s^2 = 59,8338$$

$$h_s = 7,74 \text{ cm}$$

$$| \sqrt{\quad}$$



**Lösung 2001 W1a:**

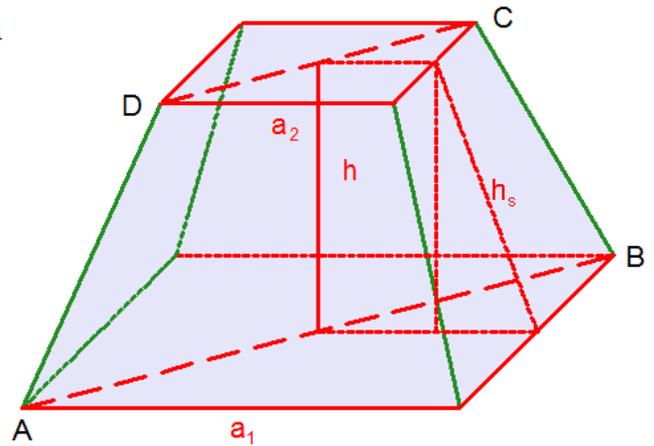
**5. Berechnung des Pyramidenstumpfmantels  $M_{\text{Pyst}}$ :**

$$M_{\text{Pyst}} = 2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_s$$

$$M_{\text{Pyst}} = 2 \cdot (6,93 + 3,39) \cdot 7,74$$

$$M_{\text{Pyst}} = 2 \cdot 10,32 \cdot 7,74$$

$$\underline{\underline{M_{\text{Pyst}} = 159,75 \text{ cm}^2}}$$

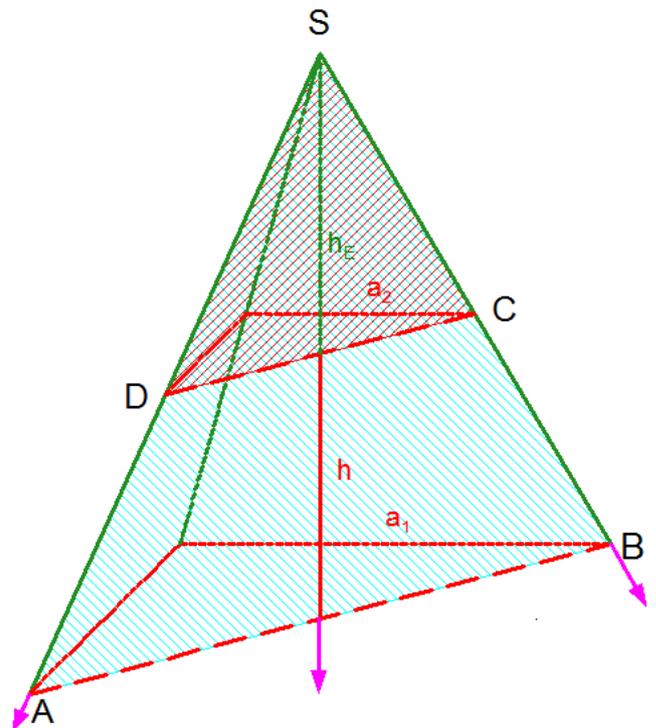


**6. Berechnung des Streckungsfaktors  $k$ :**

$$k = \frac{\text{Bildstrecke}}{\text{Originalstrecke}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} \quad \text{Streckzentrum S}$$

$$k = \frac{9,8 \text{ cm}}{4,8 \text{ cm}}$$

$$\underline{\underline{k = 2,041\bar{6}}}$$



**7. Berechnung der Höhe der Ergänzungspyramide  $h_E$ :**

$$k = \frac{\text{Bildstrecke}}{\text{Originalstrecke}} = \frac{h_E + h}{h_E}$$

$$2,041\bar{6} = \frac{h_E + 7,53}{h_E} \quad | \cdot h_E$$

$$2,041\bar{6} \cdot h_E = h_E + 7,53 \quad | - h_E$$

$$1,041\bar{6} \cdot h_E = 7,53 \quad | : 1,041\bar{6}$$

$$\underline{\underline{h_E = 7,23 \text{ cm}}}$$

