

Wahlaufgaben

Aufgabe 2000 W3b:

4 P

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2x^2 - 24x + 72} = \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2x-12}$$

Lösung 2000 W3b:

1. Bestimmung der Definitionsmenge:

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2x^2 - 24x + 72} = \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2x-12}$$

1. Nenner

$$\begin{aligned} 2x^2 - 24x + 72 &\neq 0 && \text{gemeinsamen Faktor ausklammern} \\ 2(x^2 - 12x + 36) &\neq 0 && \text{2. binomische Formel} \\ 2(x-6)^2 &\neq 0 \\ 2(x-6)(x-6) &\neq 0 \\ x-6 &\neq 0 && | +6 \\ \underline{x \neq 6} \end{aligned}$$

2. Nenner

$$\begin{aligned} x-6 &\neq 0 \\ \underline{x \neq 6} \end{aligned}$$

3. Nenner

$$\begin{aligned} 2x-12 &\neq 0 && | +12 \\ 2x &\neq 12 && | :2 \\ \underline{x \neq 6} \end{aligned}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{6\}$$

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$$\begin{aligned} \frac{5x^2 + 8x + 14}{2x^2 - 24x + 72} &= \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2x-12} && \text{gemeinsame Faktoren ausklammern} \\ \frac{5x^2 + 8x + 14}{2(x^2 - 12x + 36)} &= \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2(x-6)} && \text{2. binomische Formel} \\ \frac{5x^2 + 8x + 14}{2(x-6)^2} &= \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2(x-6)} \end{aligned}$$

Hauptnenner:

$$\text{HN: } 2(x-6)^2 = 2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)$$

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2x^2 - 24x + 72} = \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2x-12}$$

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2(x^2 - 12x + 36)} = \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2(x-6)}$$

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2(x-6)^2} = \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2(x-6)}$$

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)} = \frac{x+1}{x-6} - \frac{3x+5}{2 \cdot (x-6)}$$

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)} \cdot 2 \cdot (x-6) \cdot (x-6) = \frac{x+1}{x-6} \cdot 2 \cdot (x-6) \cdot (x-6) - \frac{3x+5}{2 \cdot (x-6)} \cdot 2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)$$

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)} \cdot 2 \cdot (x-6) \cdot (x-6) = \frac{x+1}{x-6} \cdot 2 \cdot (x-6) \cdot (x-6) - \frac{3x+5}{2 \cdot (x-6)} \cdot 2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)$$

$$\frac{5x^2 + 8x + 14}{\cancel{2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)}} \cdot \cancel{2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)} = \frac{x+1}{\cancel{x-6}} \cdot 2 \cdot (x-6) \cdot \cancel{(x-6)} - \frac{3x+5}{\cancel{2 \cdot (x-6)}} \cdot 2 \cdot \cancel{(x-6)} \cdot (x-6)$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (x+1) \cdot 2 \cdot (x-6) - (3x+5) \cdot (x-6)$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (x+1) \cdot 2 \cdot (x-6) - (3x+5) \cdot (x-6)$$

gemeinsamen Faktor ausklammern

2. binomische Formel

$$| \cdot \text{HN} \quad | \cdot [2 \cdot (x-6) \cdot (x-6)]$$

im Zähler und Nenner gleiche Faktoren kürzen

Zahl mal Summe

Lösung 2000 W3b:

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - (3x + 5) \cdot (x - 6)$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - (3x + 5) \cdot (x - 6)$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - [(3x + 5) \cdot (x - 6)]$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - [(3x + 5) \cdot (x - 6)]$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - [3x^2 - 18x + 5x - 30]$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - [3x^2 - 18x + 5x - 30]$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - [3x^2 - 13x - 30]$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - [3x^2 - 13x - 30]$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - 3x^2 + 13x + 30$$

$$5x^2 + 8x + 14 = (2x + 2) \cdot (x - 6) - 3x^2 + 13x + 30$$

$$5x^2 + 8x + 14 = 2x^2 - 12x + 2x - 12 - 3x^2 + 13x + 30$$

$$5x^2 + 8x + 14 = 2x^2 - 12x + 2x - 12 - 3x^2 + 13x + 30$$

$$5x^2 + 8x + 14 = -x^2 + 3x + 18$$

$$5x^2 + 8x + 14 = -x^2 + 3x + 18$$

$$6x^2 + 5x - 4 = 0$$

$$x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{4}{6} = 0$$

$$x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{2}{3} = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = \frac{5}{6}$$

$$q = -\frac{2}{3}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{\frac{5}{6}}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^2}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right)}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{\frac{25}{36}}{4} + \frac{2}{3}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{144} + \frac{2}{3}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{144} + \frac{96}{144}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{121}{144}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{5}{12} \pm \frac{11}{12}$$

$$x_1 = -\frac{5}{12} + \frac{11}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = -\frac{5}{12} - \frac{11}{12} = -\frac{16}{12} = -\frac{4}{3}$$

$$L = \left\{ -\frac{4}{3}; \frac{1}{2} \right\}$$

Eckige Klammern setzen

Summe mal Summe

Zusammenfassen

Minusklammer auflösen

Summe mal Summe

Zusammenfassen

$$| +x^2 - 3x - 18$$

$$| : 6$$

Quadratische Gleichung in der Normalform

p und q bestimmen

Lösungsformel

in der Definitionsmenge enthalten

in der Definitionsmenge enthalten