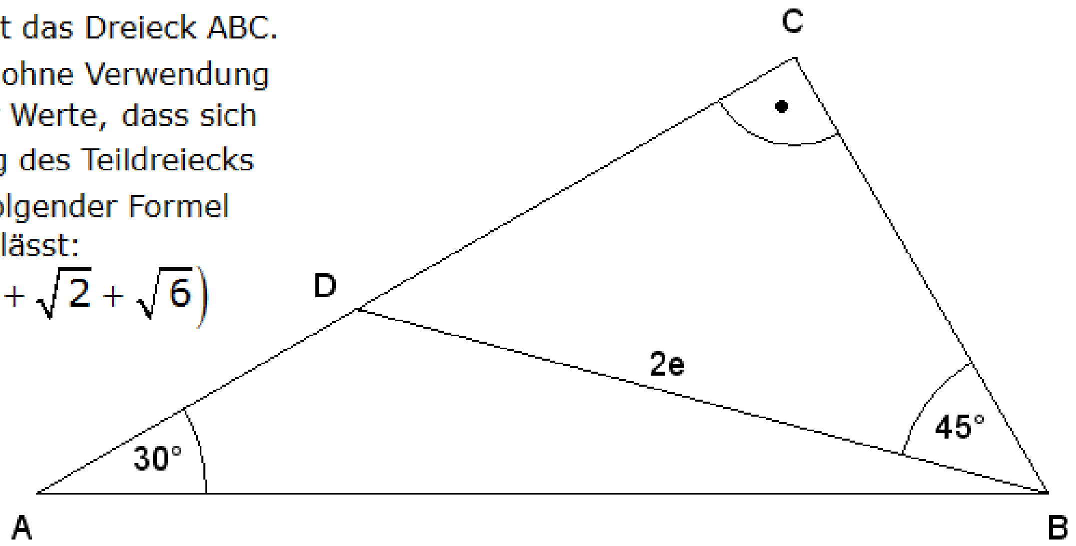
Wahlaufgaben

Aufgabe 2000 W2b: **3 P**

Gegeben ist das Dreieck ABC.
Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass sich der Umfang des Teildreiecks ABD mit folgender Formel berechnen lässt:

$$u = e\left(2+\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)$$



Strategie 2000 W2b:

<u>Gegeben:</u>

Rechtwinkliges Dreieck ABC

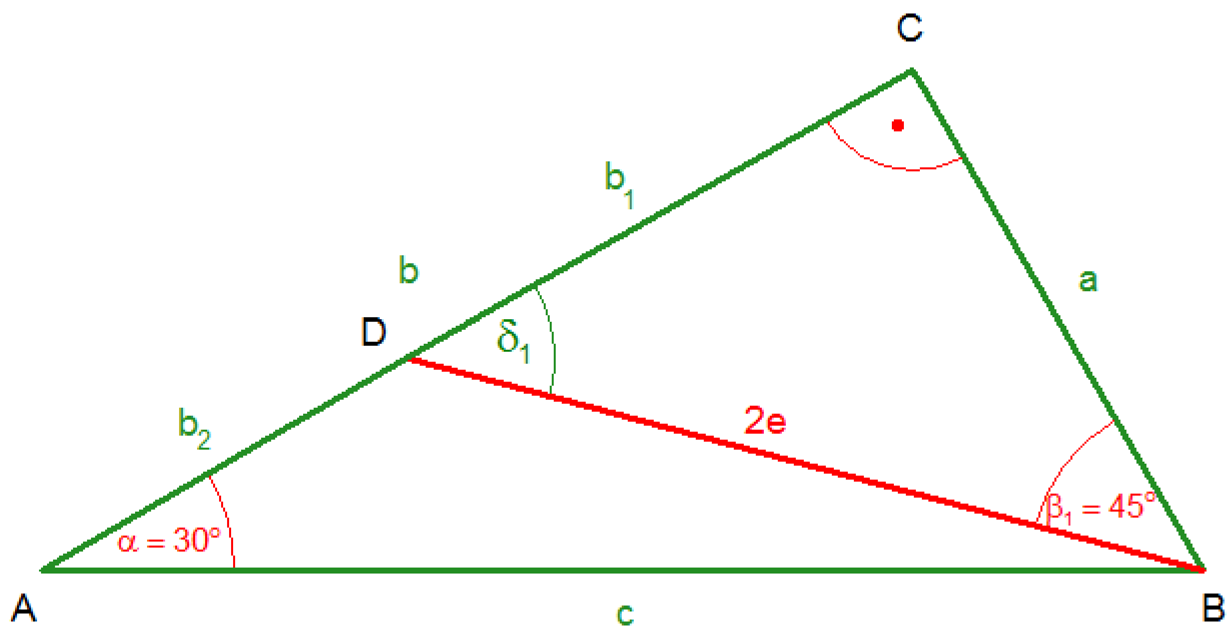
$\alpha = 30°$

$\beta_1 = 45°$

<u>Gesucht:</u>

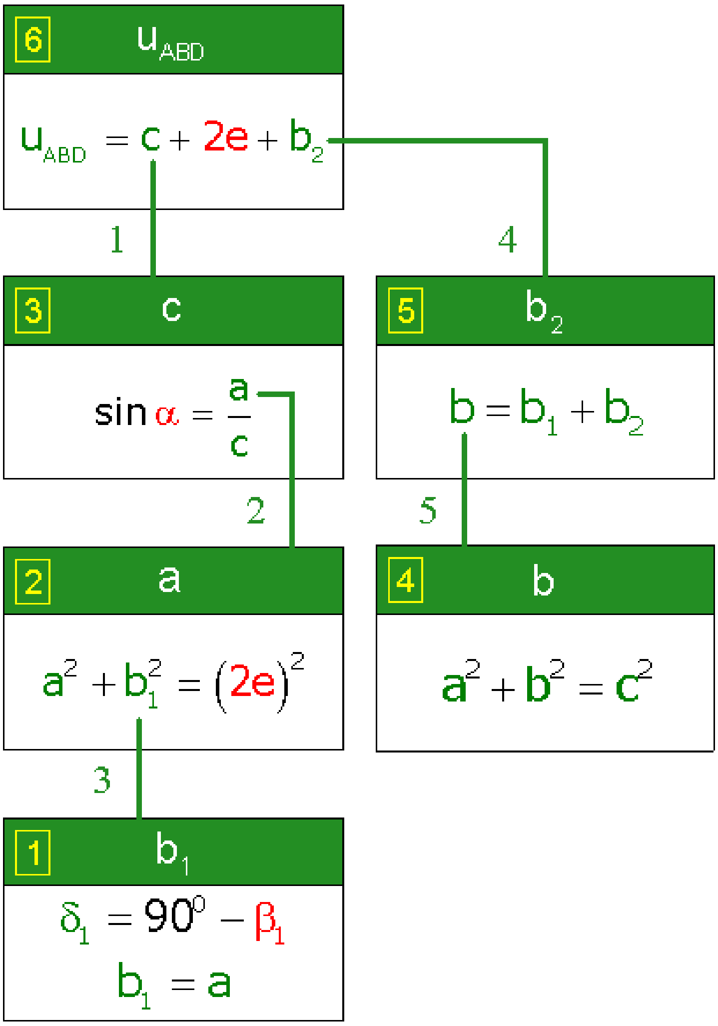
$$u_{ABD} = e\left(2+\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)$$

<u>Skizze:</u>



Strategie 2000 W2b:

Struktogramm:



Lösung 2000 W2b:

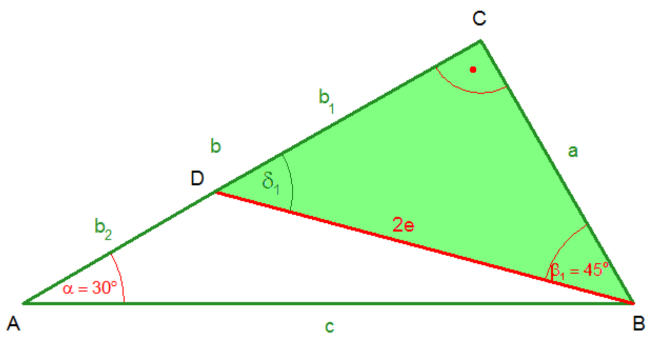
1. Berechnung des Winkels δ_1:

$\delta_1 = 90^\circ - \beta_1$ Winkelsumme im rechtwinkligen grünen Teildreieck BCD

$\delta_1 = 90^\circ - 45^\circ$

$\underline{\delta_1 = 45^\circ}$

$\underline{b_1 = a}$ Dreieck BCD ist gleichschenklig



Lösung 2000 W2b:

2. Berechnung der Seite a:

$a^2 + b_1^2 = (2e)^2$ Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$a^2 + a^2 = (2e)^2$

$2a^2 = (2e)^2$ $\quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$2a^2 = 2^2 \cdot e^2$

$2a^2 = 4e^2 \quad | : 2$

$a^2 = 2e^2 \quad | \sqrt{}$

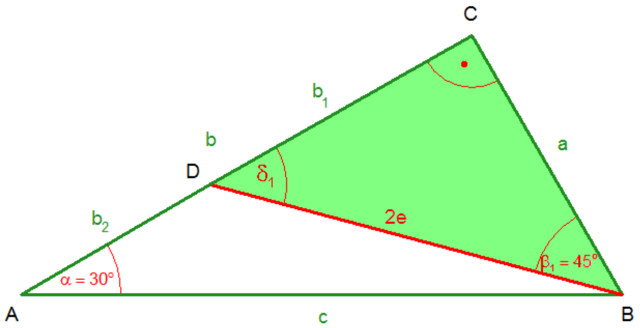
$a = \sqrt{2 \cdot e^2}$ $\quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$a = \sqrt{2} \cdot \sqrt{e^2}$

$a = \sqrt{2} \cdot e$ Plätze tauschen

$\underline{a = e\sqrt{2}}$

$\underline{b_1 = e\sqrt{2}}$



3. Berechnung der Seite c:

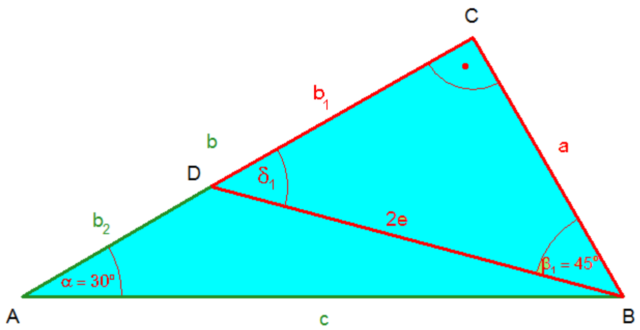
$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$ Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Dreieck ABC

$\sin 30° = \frac{e\sqrt{2}}{c}$ $\quad \sin 30° = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{e\sqrt{2}}{c} \quad | \cdot c$

$\frac{1}{2} \cdot c = e\sqrt{2} \quad | \cdot 2$

$\underline{c = 2e\sqrt{2}}$



Lösung 2000 W2b:

4. Berechnung der Seite b:

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Dreieck ABC

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\left(e\sqrt{2}\right)^2 + b^2 = \left(2e\sqrt{2}\right)^2 \qquad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$e^2 \cdot \sqrt{2}^2 + b^2 = 2^2 \cdot e^2 \cdot \sqrt{2}^2$$

$$e^2 \cdot 2 + b^2 = 4 \cdot e^2 \cdot 2$$

$$2e^2 + b^2 = 8e^2 \qquad \left| -2e^2 \right.$$

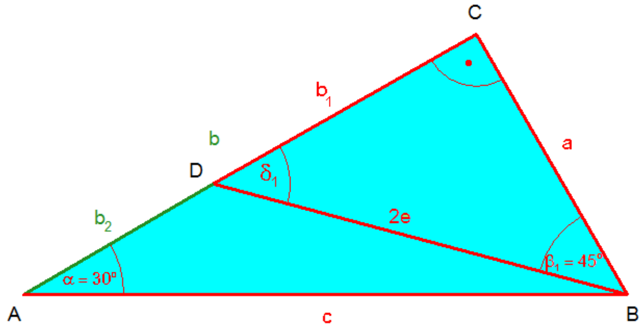
$$b^2 = 6e^2 \qquad \left| \sqrt{} \right.$$

$$b = \sqrt{6e^2} \qquad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$b = \sqrt{6} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$b = \sqrt{6} \cdot e \qquad \text{Plätze tauschen}$$

$$\underline{b = e\sqrt{6}}$$

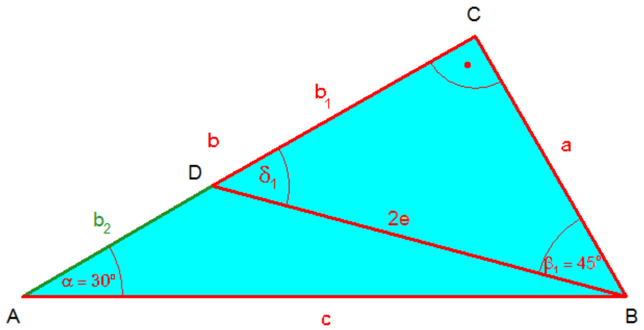


5. Berechnung der Strecke b_2:

$$b_1 + b_2 = b$$

$$e\sqrt{2} + b_2 = e\sqrt{6} \qquad \left| -e\sqrt{2} \right.$$

$$\underline{b_2 = e\sqrt{6} - e\sqrt{2}}$$



6. Berechnung des gesuchten Umfangs u_{ABD}:

$$u_{ABD} = c + 2e + b_2$$

$$u_{ABD} = 2e\sqrt{2} + 2e + e\sqrt{6} - e\sqrt{2}$$

$$u_{ABD} = 2e\sqrt{2} + 2e + e\sqrt{6} - e\sqrt{2} \qquad \text{Zusammenfassen}$$

$$u_{ABD} = e\sqrt{2} + 2e + e\sqrt{6}$$

$$u_{ABD} = e\sqrt{2} + 2e + e\sqrt{6} \qquad \text{Gemeinsamen Faktor ausklammern}$$

$$u_{ABD} = e\left(\sqrt{2} + 2 + \sqrt{6}\right)$$

$$\underline{\underline{u_{ABD} = e\left(2 + \sqrt{2} + \sqrt{6}\right)}}$$