

Wahlaufgaben

Aufgabe 2000 W1b:

3,5 P

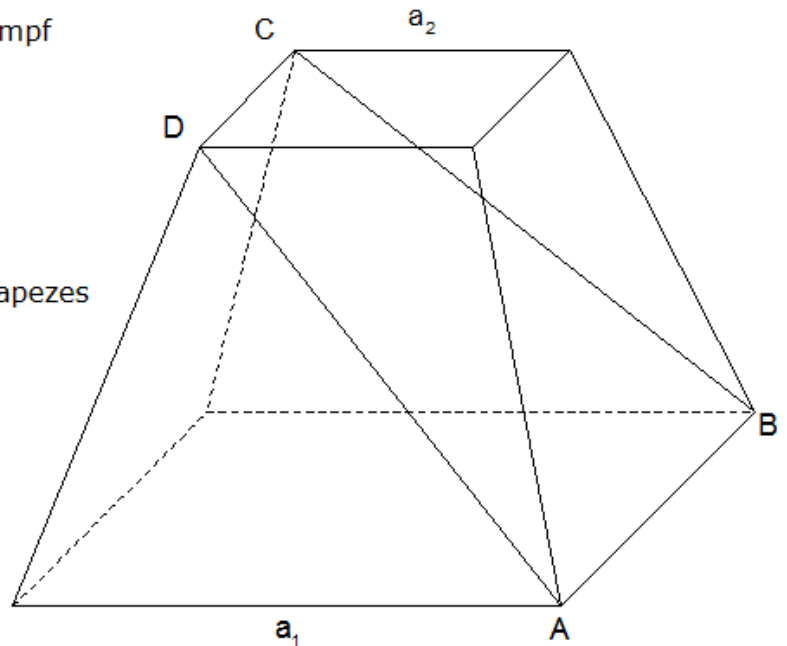
Von einem quadratischen Pyramidenstumpf sind bekannt:

$$V = 756 \text{ cm}^3$$

$$a_1 = 12,0 \text{ cm}$$

$$a_2 = 6,0 \text{ cm}$$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes ABCD.



Strategie 2000 W1b:

Gegeben:

Quadratischer
Pyramidenstumpf

$$V = 756 \text{ cm}^3$$

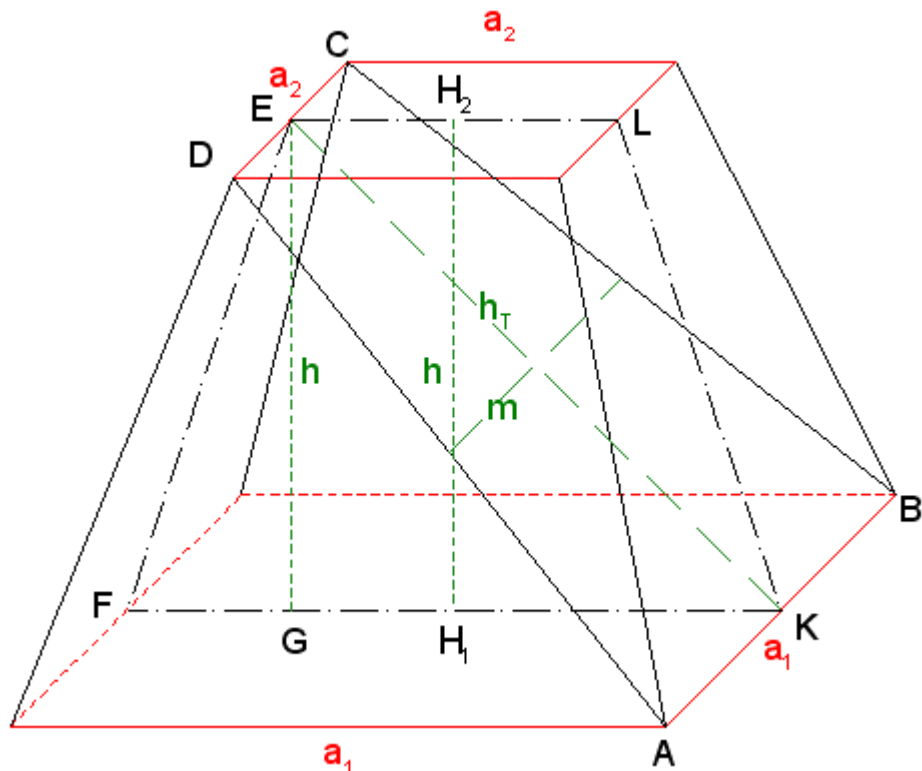
$$a_1 = 12,0 \text{ cm}$$

$$a_2 = 6,0 \text{ cm}$$

Gesucht:

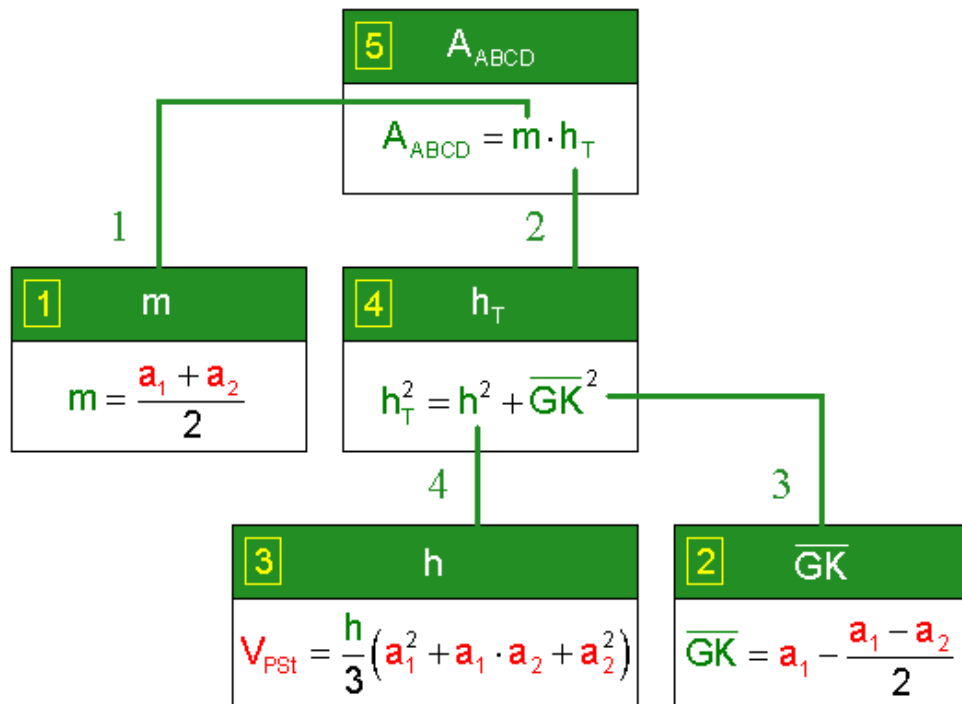
$$A_{ABCD}$$

Skizze:



Strategie 2000 W1b:

Struktogramm:



Lösung 2000 W1b:

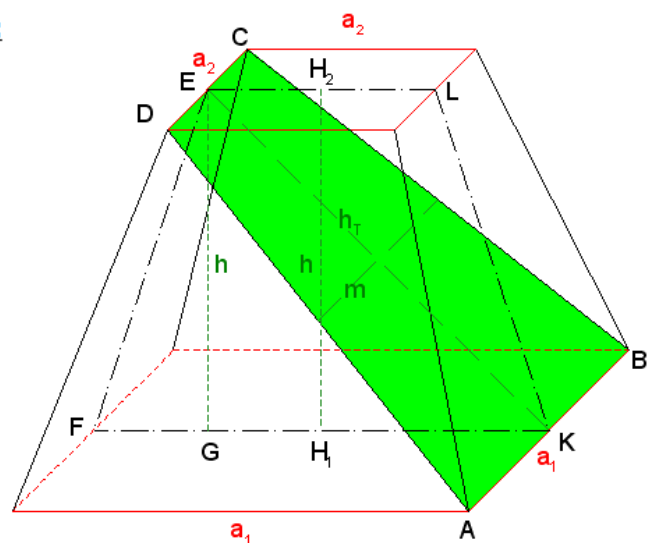
1. Berechnung der Mittellinie m des Trapezes:

$$m = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$m = \frac{12 + 6}{2}$$

$$m = \frac{18}{2}$$

$$m = 9 \text{ cm}$$



2. Berechnung der Strecke GK:

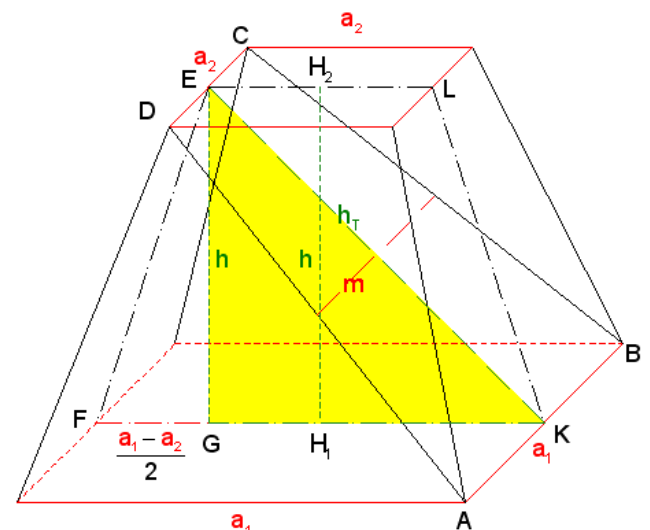
$$\overline{GK} = a_1 - \frac{a_1 - a_2}{2}$$

$$\overline{GK} = 12 - \frac{12 - 6}{2}$$

$$\overline{GK} = 12 - \frac{6}{2}$$

$$\overline{GK} = 12 - 3$$

$$\overline{GK} = 9 \text{ cm}$$



Lösung 2000 W1b:

3. Berechnung der Höhe des Pyramidenstumpfes h :

$$V_{\text{Pst}} = \frac{h}{3} \cdot (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

$$756 = \frac{h}{3} \cdot (12^2 + 12 \cdot 6 + 6^2)$$

$$756 = \frac{h}{3} \cdot (144 + 72 + 36)$$

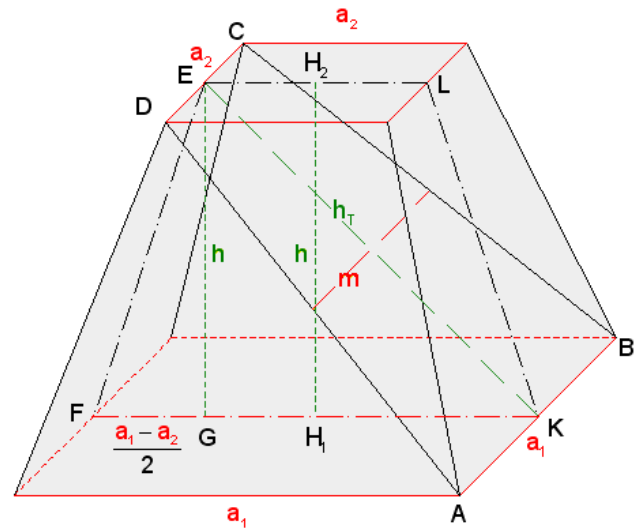
$$756 = \frac{h}{3} \cdot 252$$

Seiten tauschen

$$\frac{h}{3} \cdot 252 = 756 \quad | : 252$$

$$\frac{h}{3} = 3 \quad | \cdot 3$$

$$h = 9 \text{ cm}$$



4. Berechnung der Höhe h_T des Trapezes ABCD:

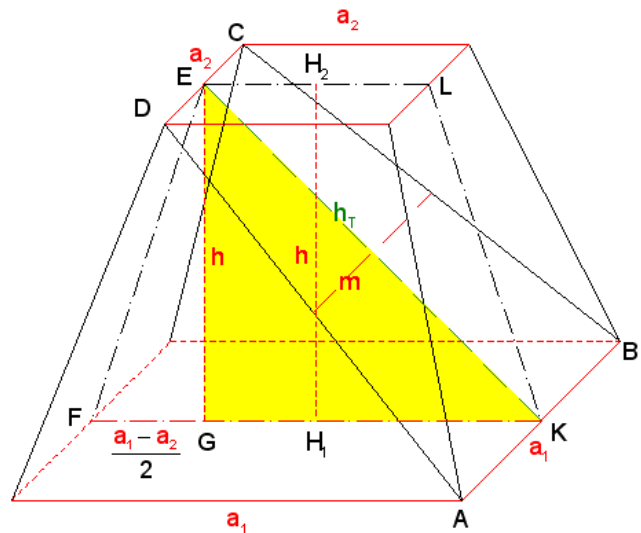
$$h_T^2 = h^2 + \overline{GK}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck GKE}$$

$$h_T^2 = 9^2 + 9^2$$

$$h_T^2 = 81 + 81$$

$$h_T^2 = 162 \quad | \sqrt{}$$

$$h_T = 12,73 \text{ cm}$$



5. Berechnung der Fläche A_{ABCD} des Trapezes:

$$A_{\text{ABCD}} = m \cdot h_T$$

$$A_{\text{ABCD}} = 9 \cdot 12,73$$

$$A_{\text{ABCD}} = 114,57 \text{ cm}^2$$

