

Wahlaufgaben

Aufgabe 2000 W1a:

4,5 P

Aus einem Kegelstumpf wurde eine Halbkugel herausgearbeitet.

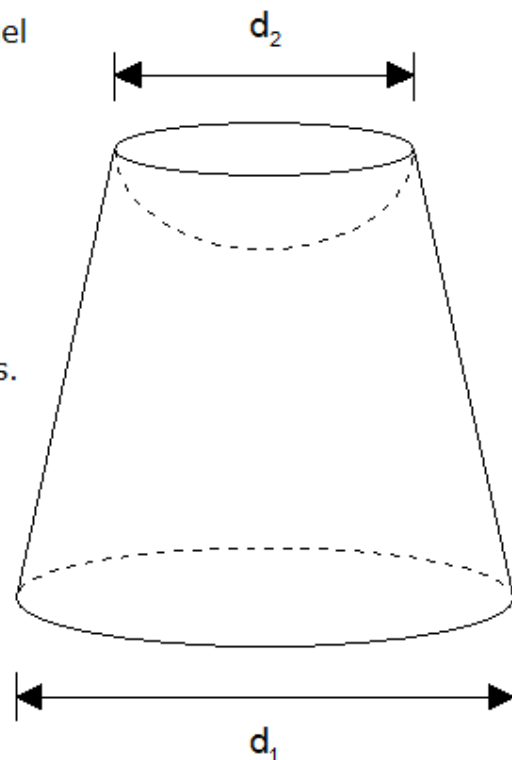
Für den Restkörper gilt:

$$O = 1000 \text{ cm}^2 \text{ (Oberfläche)}$$

$$d_1 = 18,0 \text{ cm}$$

$$d_2 = 10,8 \text{ cm}$$

Berechnen Sie das Volumen des Restkörpers.



Strategie 2000 W1a:

Gegeben:

Kegelstumpf mit
herausgearbeiteter Halbkugel

$$O = 1000 \text{ cm}^2$$

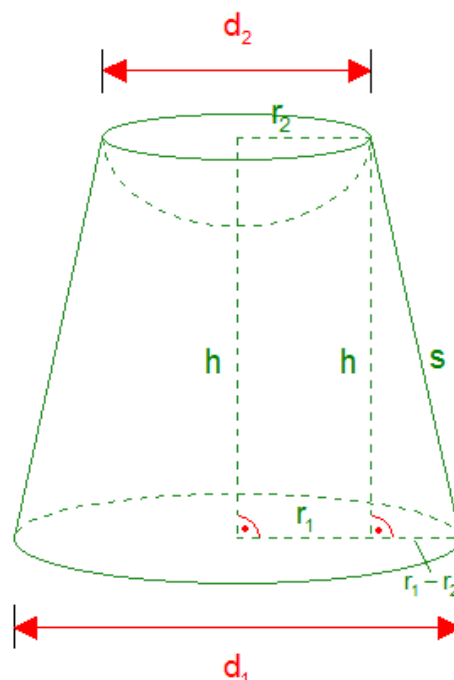
$$d_1 = 18,0 \text{ cm}$$

$$d_2 = 10,8 \text{ cm}$$

Gesucht:

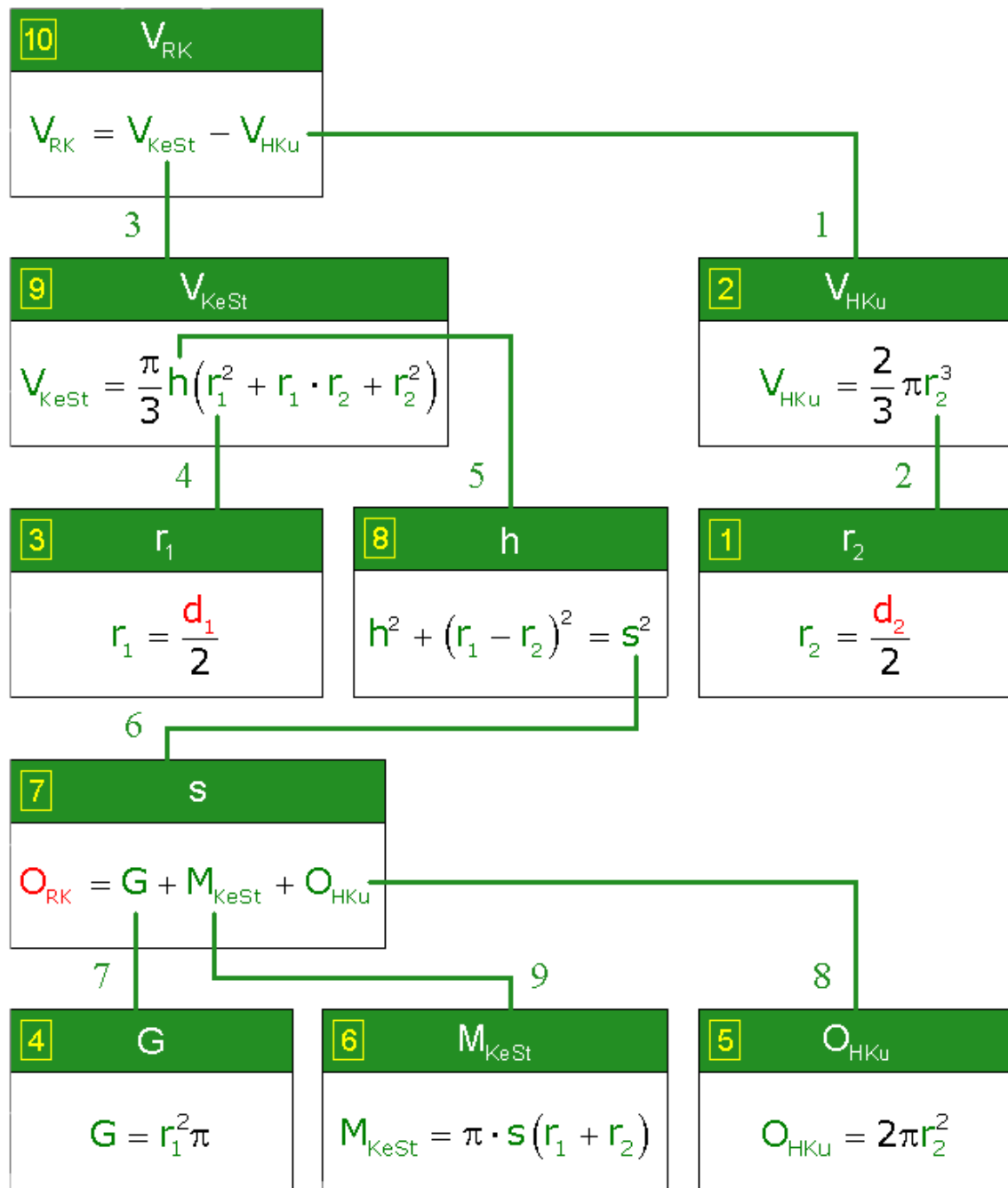
$$V_{\text{RK}}$$

Skizze:



Strategie 2000 W1a:

Struktogramm:



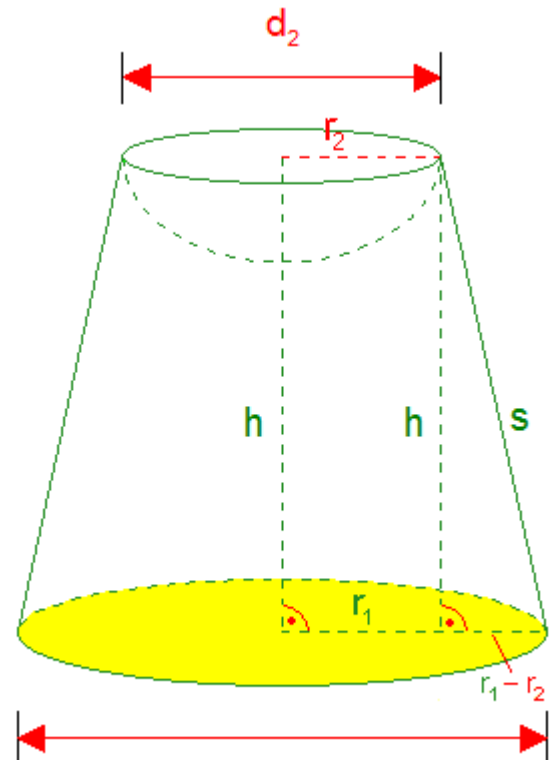
Lösung 2000 W1a:

1. Berechnung des Kegelstumpfradius r_2 :

$$r_2 = \frac{d_2}{2}$$

$$r_2 = \frac{10,8}{2}$$

$$\underline{r_2 = 5,4 \text{ cm}}$$



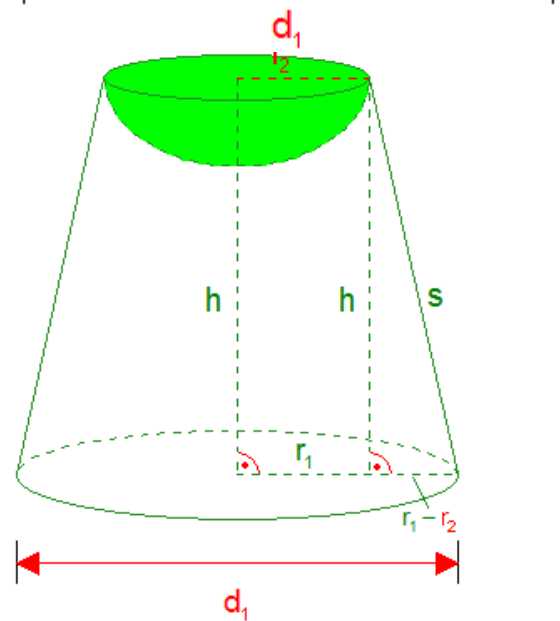
2. Berechnung des Volumens der Halbkugel V_{HKu} :

$$V_{\text{HKu}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_2^3$$

$$V_{\text{HKu}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 5,4^3$$

$$V_{\text{HKu}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 157,464$$

$$\underline{V_{\text{HKu}} = 329,79 \text{ cm}^3}$$



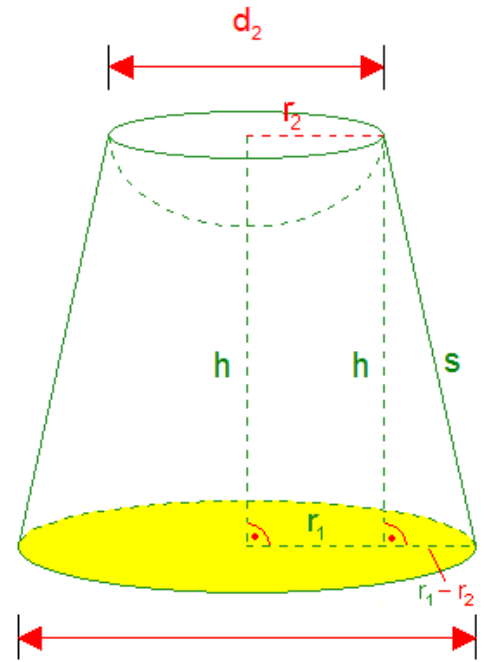
Lösung 2000 W1a:

3. Berechnung des Kegelstumpfradius r_1 :

$$r_1 = \frac{d_1}{2}$$

$$r_1 = \frac{18}{2}$$

$$\underline{r_1 = 9 \text{ cm}}$$



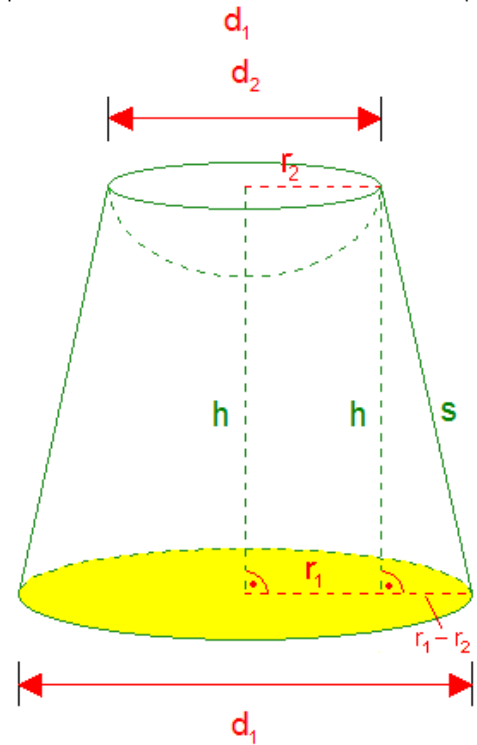
4. Berechnung der Grundfläche G :

$$G = r_1^2 \cdot \pi$$

$$G = 9^2 \cdot \pi$$

$$G = 81 \cdot \pi$$

$$\underline{G = 254,47 \text{ cm}^2}$$



Lösung 2000 W1a:

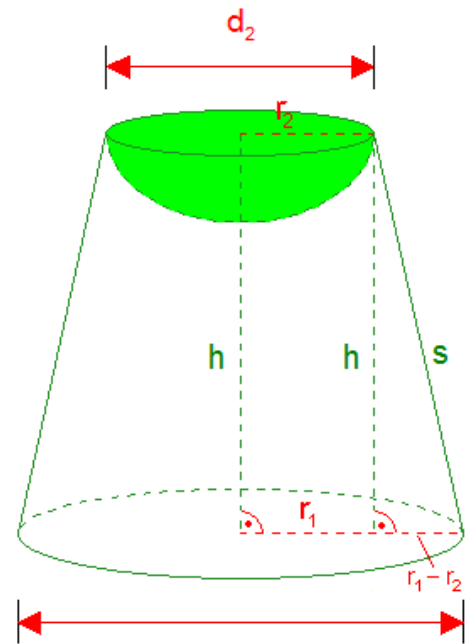
5. Berechnung der Halbkugeloberfläche O_{HKu} :

$$O_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot r_2^2$$

$$O_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot 5,4^2$$

$$O_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot 29,16$$

$$O_{HKu} = 183,22 \text{ cm}^2$$



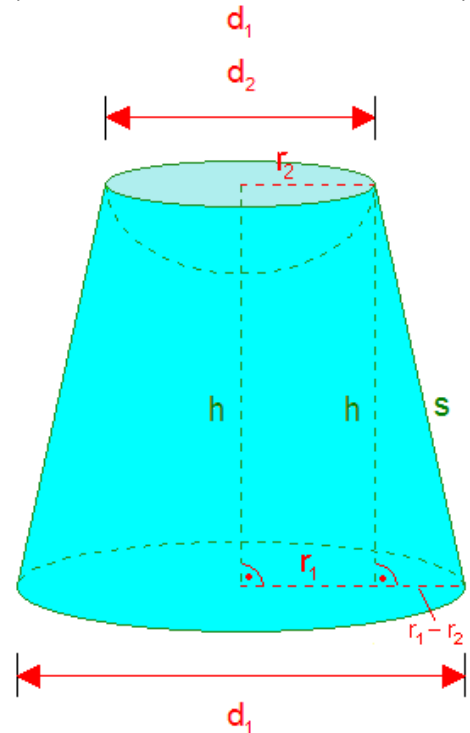
6. Berechnung des Kegelstumpfmantels M_{KeSt} :

$$M_{KeSt} = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$$

$$M_{KeSt} = \pi \cdot s \cdot (9 + 5,4)$$

$$M_{KeSt} = \pi \cdot s \cdot 14,4$$

$$M_{KeSt} = 45,24 \cdot s \text{ cm}^2$$



Lösung 2000 W1a:

7. Berechnung der Mantellinie s :

$$O_{RK} = G + M_{KeSt} + O_{HKu}$$

$$1000 = 254,47 + 45,24 \cdot s + 183,22$$

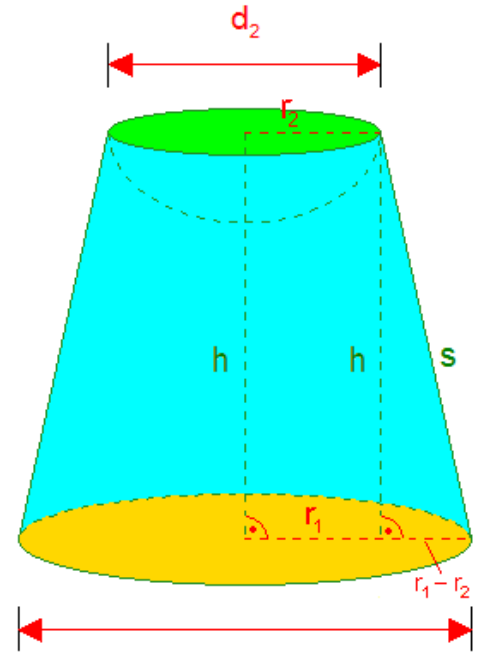
$$1000 = 254,47 + 45,24 \cdot s + 183,22 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$1000 = 437,69 + 45,24 \cdot s \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$437,69 + 45,24 \cdot s = 1000 \quad | - 437,69$$

$$45,24 \cdot s = 562,31 \quad : 45,24$$

$$s = 12,43 \text{ cm}$$



8. Berechnung der Kegelstumpfhöhe h :

$$h^2 + (r_1 - r_2)^2 = s^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen hellgrauen Teildreieck}$$

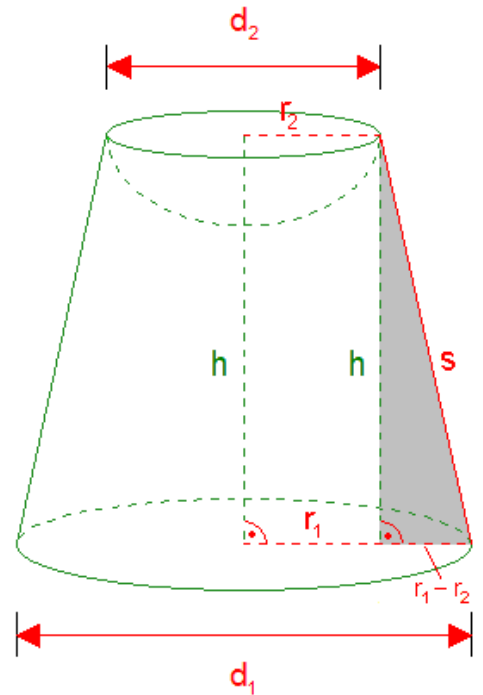
$$h^2 + (9 - 5,4)^2 = 12,43^2$$

$$h^2 + 3,6^2 = 12,43^2$$

$$h^2 + 12,96 = 154,50 \quad | - 12,96$$

$$h^2 = 141,54 \quad | \sqrt{}$$

$$h = 11,90 \text{ cm}$$



Lösung 2000 W1a:

9. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

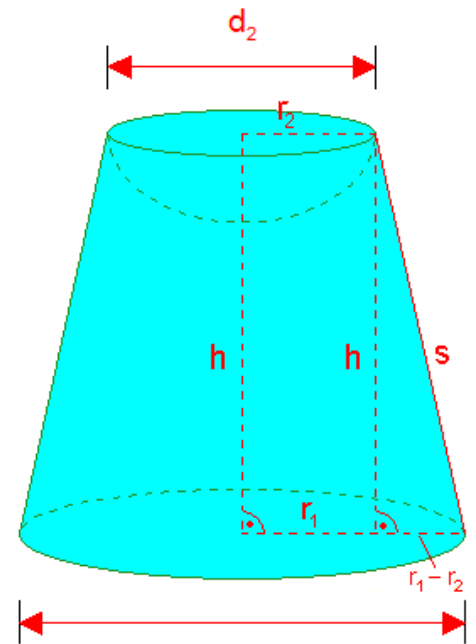
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot 11,9 \cdot (9^2 + 9 \cdot 5,4 + 5,4^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot 11,9 \cdot (81 + 48,6 + 29,16)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot 11,9 \cdot 158,76$$

$$\underline{V_{\text{KeSt}} = 1978,41 \text{ cm}^3}$$



10. Berechnung des Restkörpervolumens V_{RK} :

$$V_{\text{RK}} = V_{\text{KeSt}} - V_{\text{HKu}}$$

$$V_{\text{RK}} = 1978,41 - 329,79$$

$$\underline{\underline{V_{\text{RK}} = 1648,62 \text{ cm}^3}}$$

