

## Wahlaufgaben

### Aufgabe 1999 W3b:

4 P

Auf einen quadratischen Pyramidenstumpf wird eine quadratische Pyramide aufgesetzt. Die Eckpunkte der Pyramidengrundfläche liegen auf den Seitenmitten der Deckfläche des Stumpfs;  $s$  und  $h_s$  liegen auf einer Geraden.

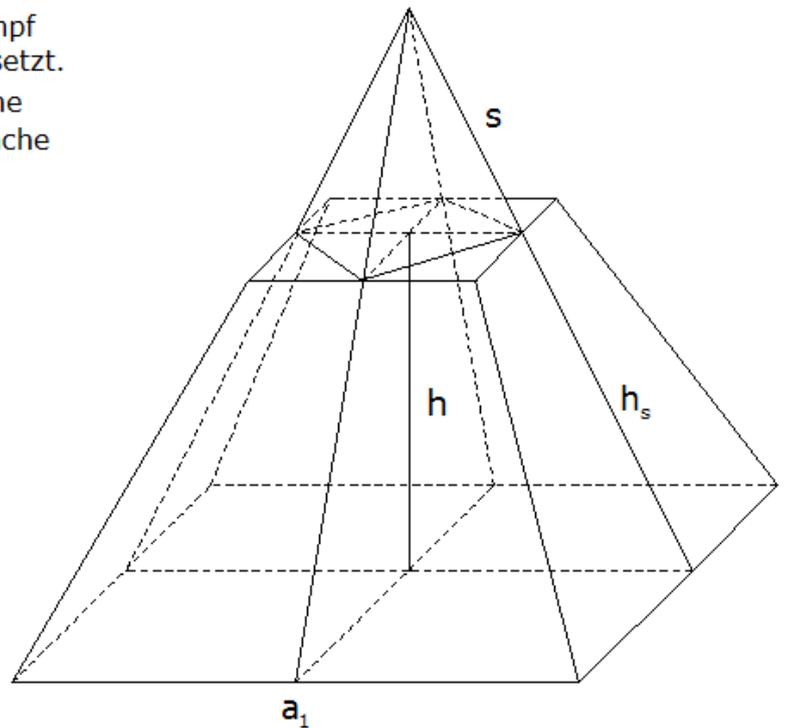
Für den Pyramidenstumpf gilt:

$$V_{\text{st}} = 39e^3 \text{ (Volumen)}$$

$$a_1 = 5e$$

$$h = 3e$$

Geben Sie die Höhe der aufgesetzten Pyramide in Abhängigkeit von  $e$  an.



### Strategie 1999 W3b:

#### Gegeben:

Pyramidenstumpf mit aufgesetzter Pyramide

$$V_{\text{st}} = 39e^3$$

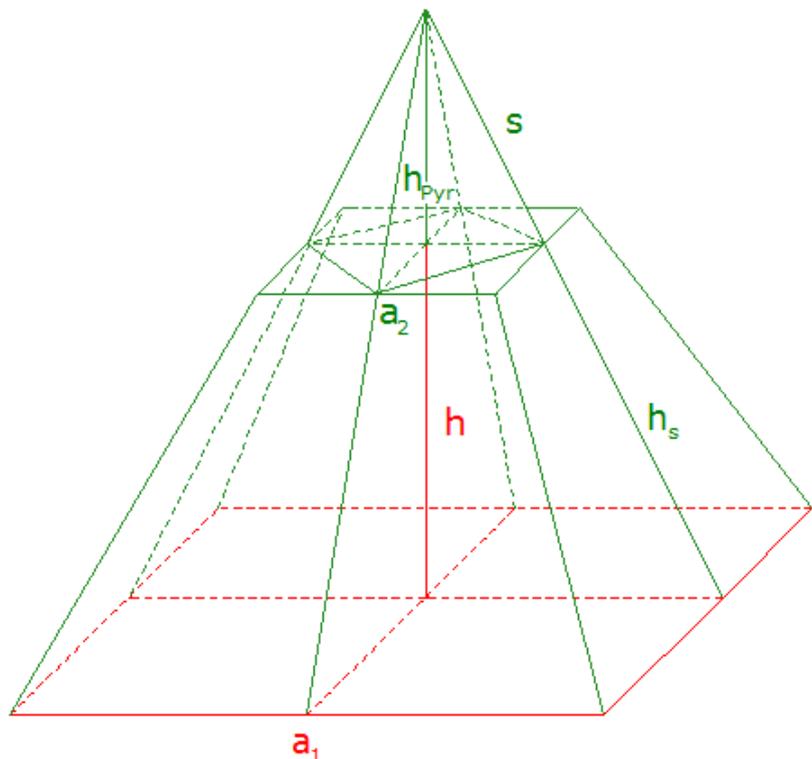
$$a_1 = 5e$$

$$h = 3e$$

#### Gesucht:

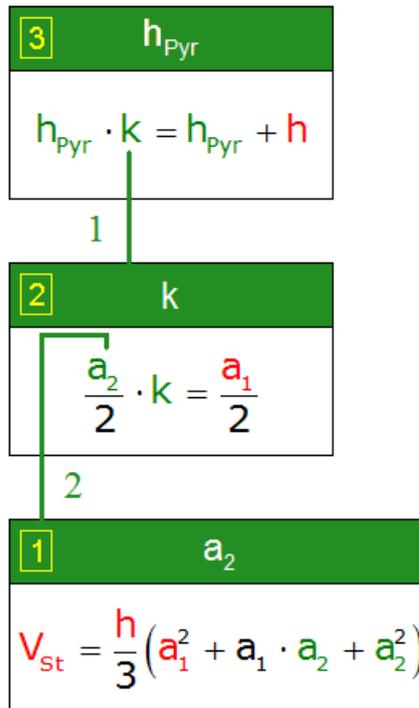
$h_{\text{pyr}}$

#### Skizze:



**Strategie 1999 W3b:**

**Struktogramm:**



**Lösung 1999 W3b:**

**1. Berechnung der Pyramidenstumpf-Deckkante  $a_2$ :**

$$V_{\text{St}} = \frac{h}{3} (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

$$39e^3 = \frac{3e}{3} ((5e)^2 + 5e \cdot a_2 + a_2^2) \quad \text{Kürzen und quadrieren}$$

$$39e^3 = e(25e^2 + 5e \cdot a_2 + a_2^2) \quad | : e$$

$$39e^2 = 25e^2 + 5e \cdot a_2 + a_2^2 \quad | - 39e^2$$

$$0 = -14e^2 + 5e \cdot a_2 + a_2^2 \quad \text{Seiten tauschen und sortieren}$$

$$a_2^2 + 5e \cdot a_2 - 14e^2 = 0$$

$$a_2^2 + 5e \cdot a_2 - 14e^2 = 0$$

$$a_2^2 + p \cdot a_2 + q = 0 \quad \text{p und q bestimmen}$$

$$p = 5e$$

$$q = -14e^2$$

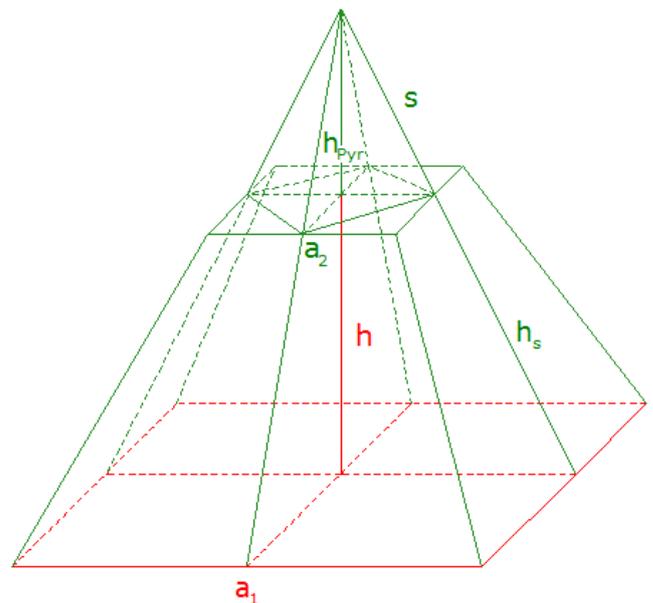
$$a_{2,1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{Lösungsformel}$$

$$a_{2,1,2} = -\frac{5e}{2} \pm \sqrt{\frac{(5e)^2}{4} - (-14e^2)}$$

$$a_{2,1,2} = -\frac{5e}{2} \pm \sqrt{\frac{25e^2}{4} + 14e^2}$$

$$a_{2,1,2} = -2,5e \pm \sqrt{6,25e^2 + 14e^2}$$

$$a_{2,1,2} = -2,5e \pm \sqrt{20,25e^2}$$



### Lösung 1999 W3b:

$$a_{2,1} = -2,5e \pm 4,5e$$

$$a_{2,1} = -2,5e + 4,5e$$

$$\underline{a_{2,1} = 2e}$$

Lösung!

$$a_{2,1} = -2,5e - 4,5e$$

$$\underline{a_{2,1} = -7e}$$

keine Lösung, da negativ

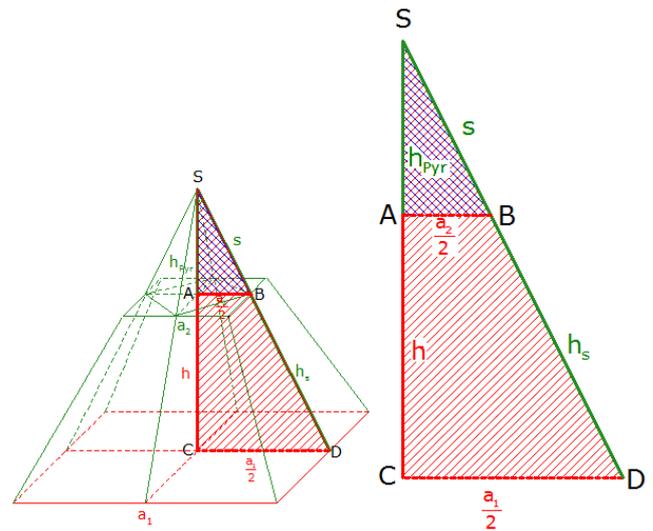
### 2. Berechnung des Streckfaktors $k$ :

$$\frac{a_2}{2} \cdot k = \frac{a_1}{2} \quad \text{Zentrische Streckung mit } Z = S$$

$$\frac{2e}{2} \cdot k = \frac{5e}{2}$$

$$e \cdot k = 2,5e \quad | : e$$

$$\underline{k = 2,5}$$



### 3. Berechnung der Pyramidenhöhe $h_{\text{pyr}}$ :

$$h_{\text{pyr}} \cdot k = h_{\text{pyr}} + h$$

$$h_{\text{pyr}} \cdot 2,5 = h_{\text{pyr}} + 3e$$

$$2,5h_{\text{pyr}} = h_{\text{pyr}} + 3e \quad | - h_{\text{pyr}}$$

$$1,5h_{\text{pyr}} = 3e \quad | : 1,5$$

$$\underline{\underline{h_{\text{pyr}} = 2e}}$$

