

Wahlaufgaben

Aufgabe 1999 W3a:

4 P

Der nebenstehende Achsenschnitt zeigt einen Kegelstumpf mit aufgesetzter Halbkugel.

Gegeben sind:

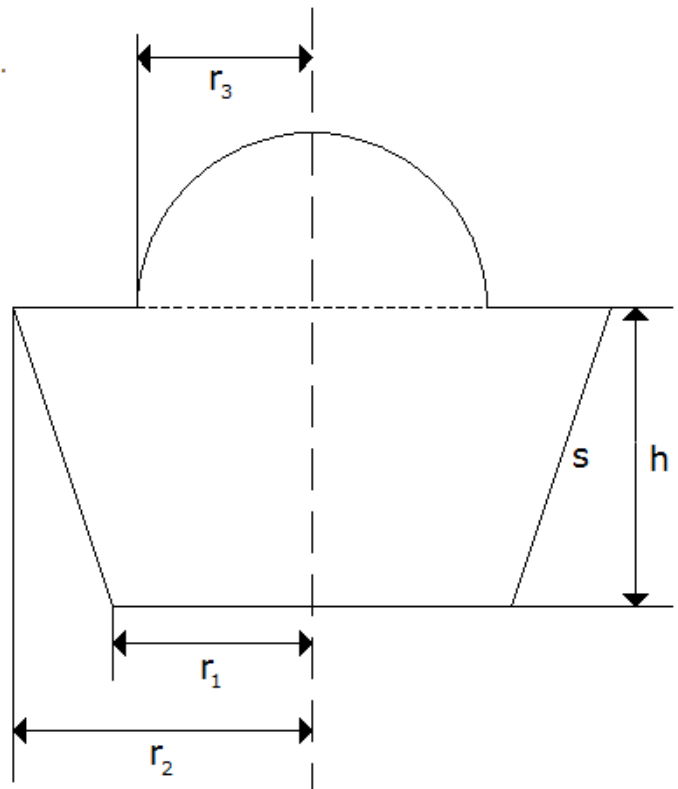
$$O_{\text{ges}} = 398 \text{ cm}^2$$

$$h = 5,8 \text{ cm}$$

$$r_1 = 3,9 \text{ cm}$$

$$s = 6,2 \text{ cm}$$

Berechnen Sie den Radius r_2 des Kegelstumpfes und das Volumen der Halbkugel.



Strategie 1999 W3a:

Gegeben:

Kegelstumpf mit aufgesetzter Halbkugel

$$O_{\text{ges}} = 398 \text{ cm}^2$$

$$h = 5,8 \text{ cm}$$

$$r_1 = 3,9 \text{ cm}$$

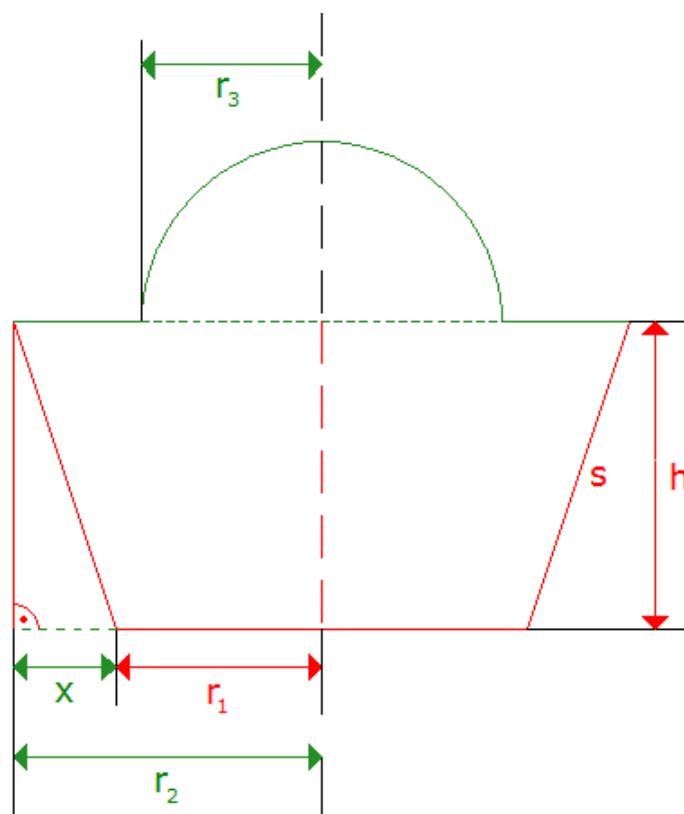
$$s = 6,2 \text{ cm}$$

Gesucht:

$$r_2$$

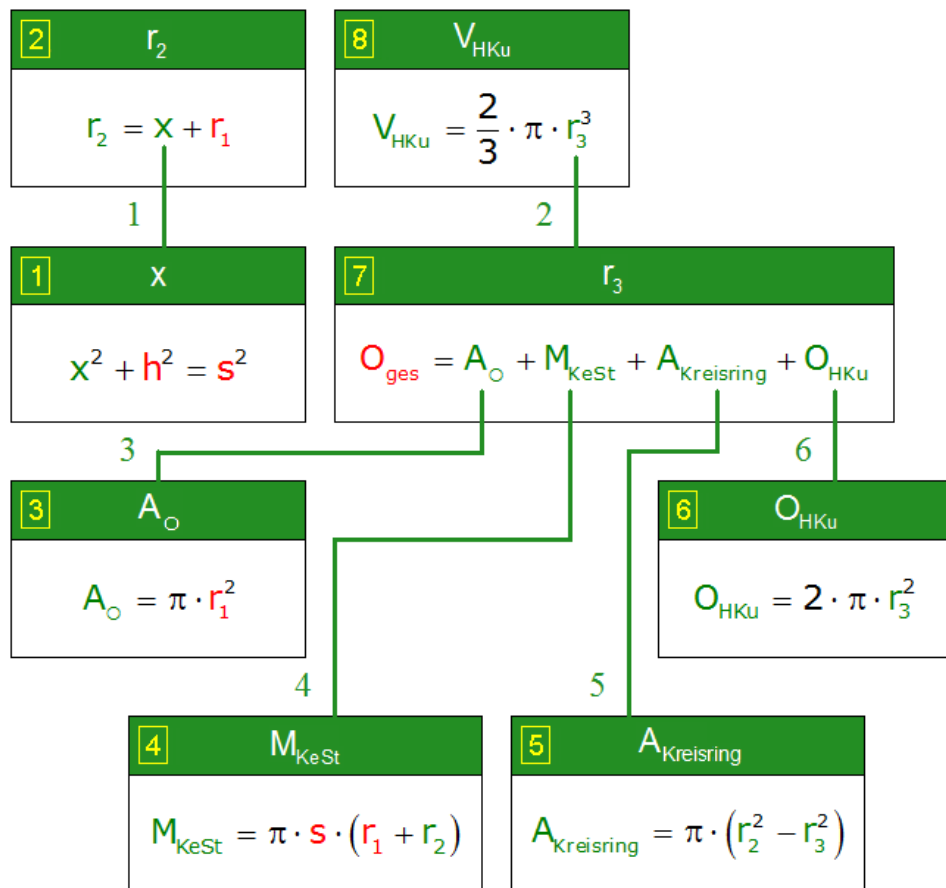
$$V_{\text{HKu}}$$

Skizze:



Strategie 1999 W3a:

Struktogramm:



Lösung 1999 W3a:

1. Berechnung der Strecke X :

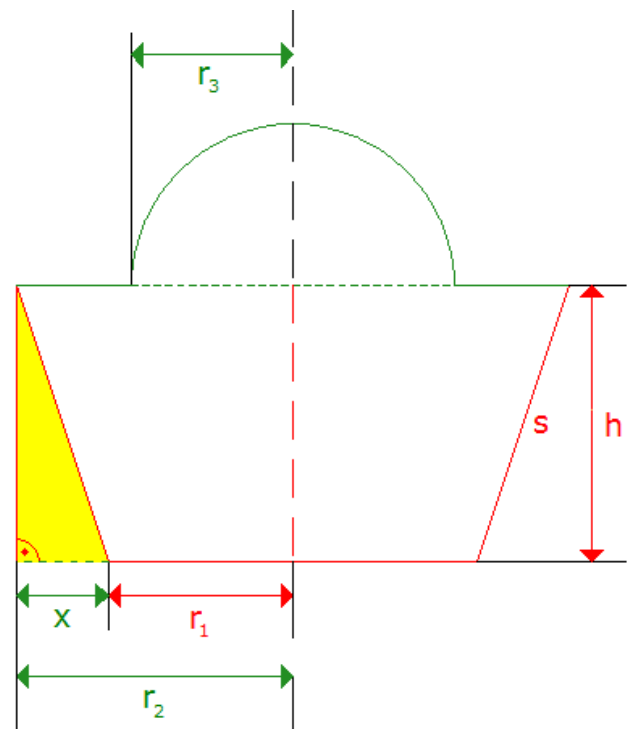
$x^2 + h^2 = s^2$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Dreieck

$x^2 + 5,8^2 = 6,2^2$

$x^2 + 33,64 = 38,44 \quad | - 33,64$

$x^2 = 4,8 \quad | \sqrt{\quad}$

$x = 2,2 \text{ cm}$



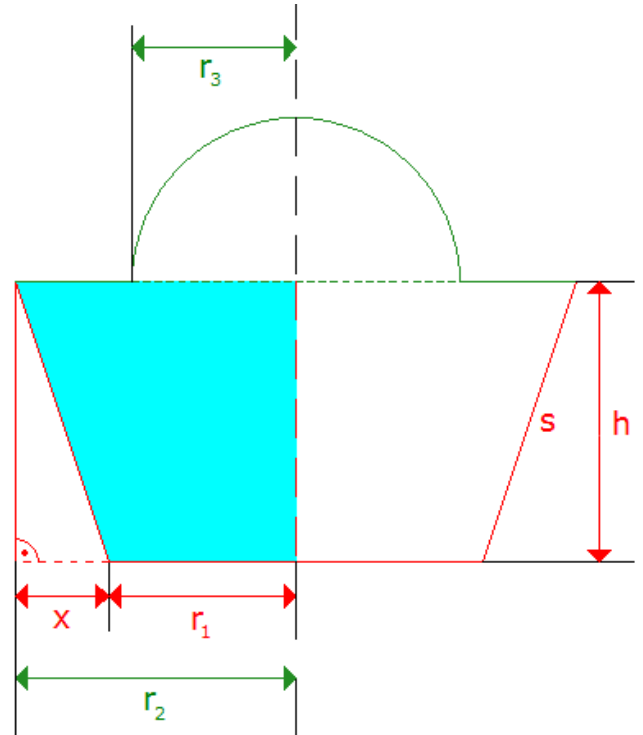
Lösung 1999 W3a:

2. Berechnung des Kegelstumpfradius r_2 :

$$r_2 = x + r_1$$

$$r_2 = 2,2 + 3,9$$

$$\underline{\underline{r_2 = 6,1 \text{ cm}}}$$



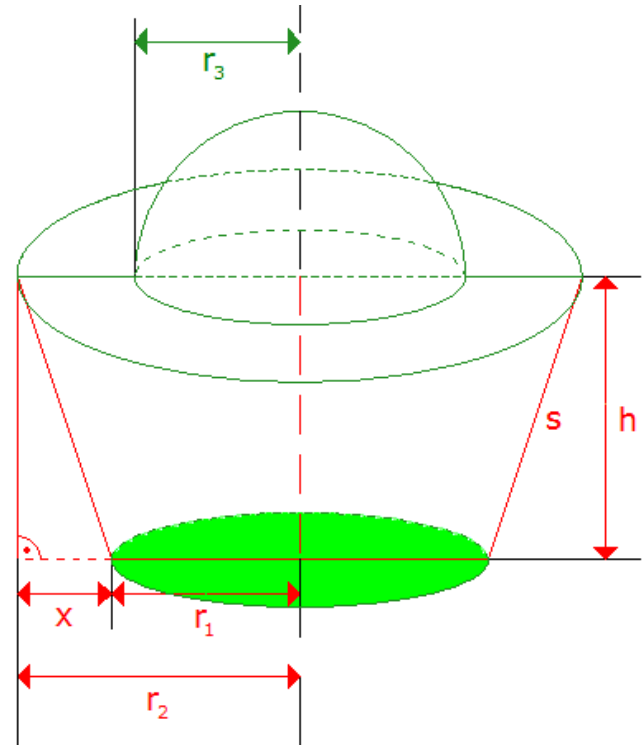
3. Berechnung der Kegelstumpfgrundfläche A_O :

$$A_O = \pi \cdot r_1^2$$

$$A_O = \pi \cdot 3,9^2$$

$$A_O = \pi \cdot 15,21$$

$$\underline{\underline{A_O = 47,78 \text{ cm}^2}}$$



Lösung 1999 W3a:

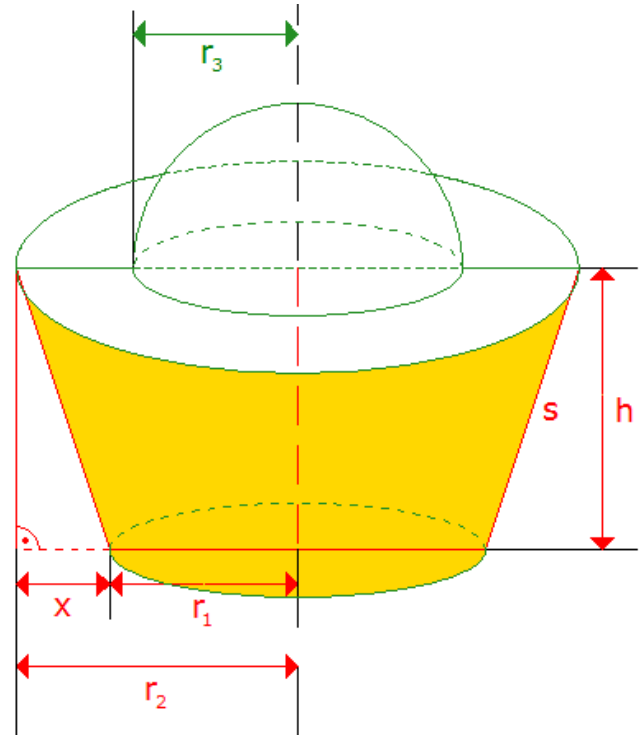
4. Berechnung des Kegelstumpfmantels M_{KeSt} :

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$$

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot 6,2 \cdot (3,9 + 6,1)$$

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot 6,2 \cdot 10$$

$$\underline{M_{\text{KeSt}} = 194,78 \text{ cm}^2}$$



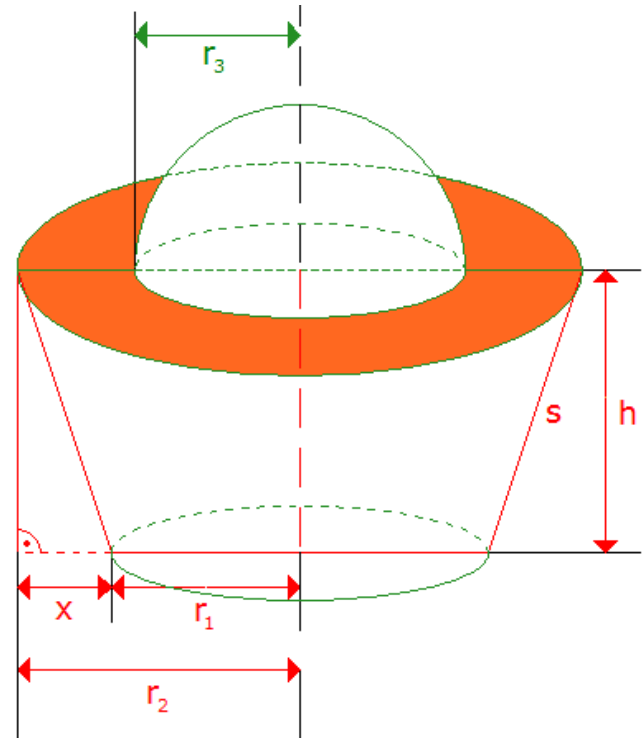
5. Berechnung des Kreisrings $A_{\text{Kreisring}}$:

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot (r_2^2 - r_3^2)$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot (6,1^2 - r_3^2)$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot (37,21 - r_3^2)$$

$$\underline{A_{\text{Kreisring}} = 116,9 - \pi \cdot r_3^2}$$

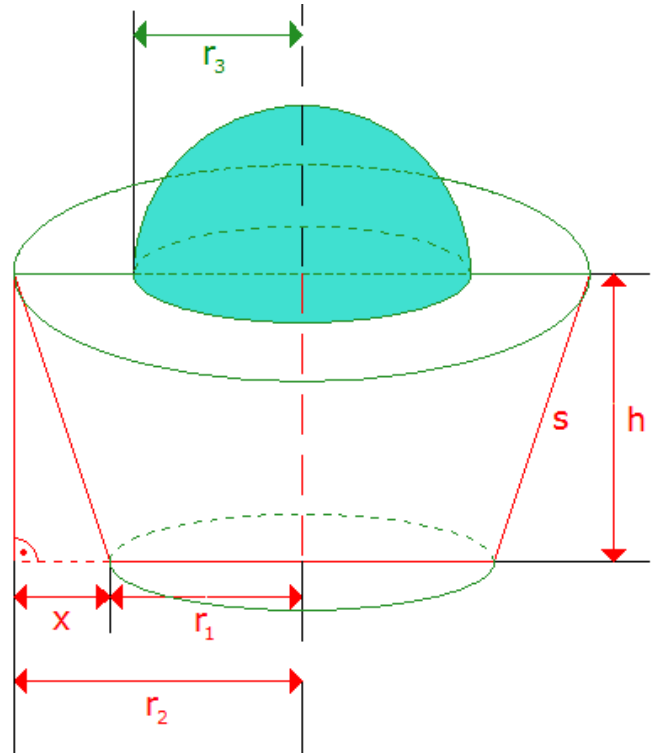


Lösung 1999 W3a:

6. Berechnung der Halbkugeloberfläche O_{HKu} :

$$O_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot r_3^2$$

$$O_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot r_3^2$$



7. Berechnung des Kugelradius r_3 :

$$O_{ges} = A_O + M_{Kest} + A_{Kreissring} + O_{HKu}$$

$$398 = 47,78 + 194,78 + 116,9 - \pi \cdot r_3^2 + 2 \cdot \pi \cdot r_3^2 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$398 = 359,46 + \pi \cdot r_3^2$$

$$359,46 + \pi \cdot r_3^2 = 398$$

$$\pi \cdot r_3^2 = 38,54$$

$$r_3^2 = 12,27$$

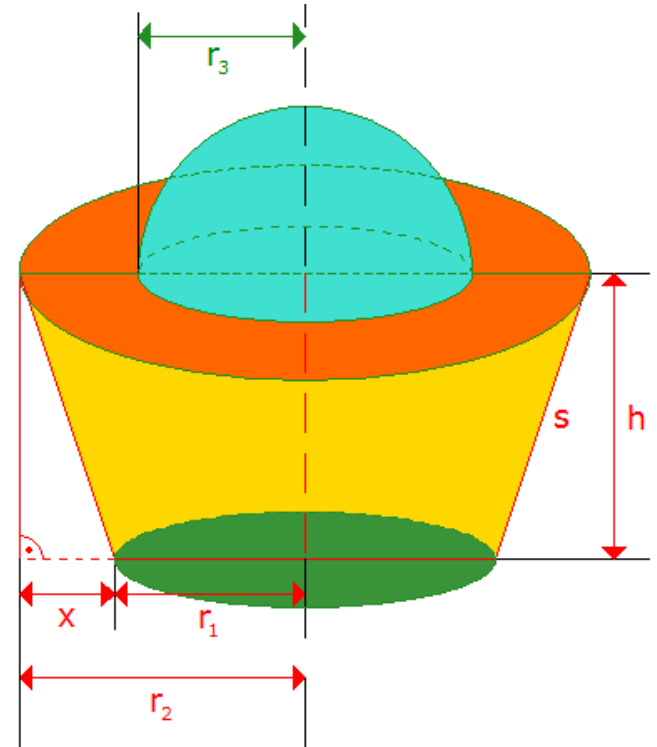
$$r_3 = 3,5 \text{ cm}$$

Seiten tauschen

$$|-359,46$$

$$| : \pi$$

$$|\sqrt{}$$



Lösung 1999 W3a:

8. Berechnung des Halbkugelvolumens V_{HKu} :

$$V_{\text{HKu}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_3^3$$

$$V_{\text{HKu}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 3,5^3$$

$$V_{\text{HKu}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 42,875$$

$$\underline{\underline{V_{\text{HKu}} = 89,8 \text{ cm}^3}}$$

