

Wahlaufgaben

Aufgabe 1999 W2b:

3 P

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{6x + 2} = \frac{3x}{2x - 2}$$

Lösung 1999 W2b:

1. Bestimmung der Definitionsmenge:

$\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{6x + 2} = \frac{3x}{2x - 2}$ $\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{2(3x + 1)} = \frac{3x}{2(x - 1)}$	1. Nenner $(3x + 1)(x - 1) \neq 0$ $3x + 1 \neq 0 \quad -1$ $3x \neq -1 \quad :3$ $x \neq -\frac{1}{3}$ $x - 1 \neq 0 \quad +1$ $x \neq 1$	2. Nenner $3x + 1 \neq 0 \quad -1$ $3x \neq -1 \quad :3$ $x \neq -\frac{1}{3}$	3. Nenner $x - 1 \neq 0 \quad +1$ $x \neq 1$
--	---	--	---

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{3}; 1 \right\}$$

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{6x + 2} = \frac{3x}{2x - 2}$ $\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{2(3x + 1)} = \frac{3x}{2(x - 1)}$	Hauptnenner: $HN: 2 \cdot (3x + 1) \cdot (x - 1)$
--	---

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{6x + 2} = \frac{3x}{2x - 2}$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{2 \cdot 3x + 2 \cdot 1} = \frac{3x}{2 \cdot x - 2 \cdot 1}$$

gleiche Faktoren ausklammern

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{2 \cdot (3x + 1)} = \frac{3x}{2 \cdot (x - 1)}$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x}{2(3x + 1)} = \frac{3x}{2(x - 1)}$$

$$\frac{(x^2 + 3x + 2) \cdot 2 \cdot (3x + 1) \cdot (x - 1)}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x \cdot 2 \cdot (3x + 1) \cdot (x - 1)}{2 \cdot (3x + 1)} = \frac{3x \cdot 2 \cdot (3x + 1) \cdot (x - 1)}{2 \cdot (x - 1)}$$

$$\frac{(x^2 + 3x + 2) \cdot 2 \cdot (3x + 1) \cdot (x - 1)}{(3x + 1)(x - 1)} - \frac{5x \cdot 2 \cdot (3x + 1) \cdot (x - 1)}{2 \cdot (3x + 1)} = \frac{3x \cdot 2 \cdot (3x + 1) \cdot (x - 1)}{2 \cdot (x - 1)}$$

| · HN: 2 · (3x + 1) · (x - 1)

$$\frac{(x^2 + 3x + 2) \cdot 2 \cdot \cancel{(3x + 1)} \cdot \cancel{(x - 1)}}{\cancel{(3x + 1)} \cdot \cancel{(x - 1)}} - \frac{5x \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{(3x + 1)} \cdot \cancel{(x - 1)}}{\cancel{2} \cdot \cancel{(3x + 1)}} = \frac{3x \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{(3x + 1)} \cdot \cancel{(x - 1)}}{\cancel{2} \cdot \cancel{(x - 1)}}$$

kürzen

$$(x^2 + 3x + 2) \cdot 2 - 5x \cdot (x - 1) = 3x \cdot (3x + 1)$$

Lösung 1999 W2b:

$$(x^2 + 3x + 2) \cdot 2 - 5x \cdot (x - 1) = 3x \cdot (3x + 1)$$

$$2x^2 + 6x + 4 - 5x^2 + 5x = 9x^2 + 3x$$

$$2x^2 + 6x + 4 - 5x^2 + 5x = 9x^2 + 3x$$

$$2x^2 + 6x + 4 - 5x^2 + 5x = 9x^2 + 3x$$

$$-3x^2 + 11x + 4 = 9x^2 + 3x$$

$$-3x^2 + 11x + 4 = 9x^2 + 3x$$

$$9x^2 + 3x = -3x^2 + 11x + 4$$

$$12x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$x^2 - \frac{8}{12}x - \frac{4}{12} = 0$$

$$x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = -\frac{2}{3}$$

$$q = -\frac{1}{3}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-\frac{2}{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}{4} - \left(-\frac{1}{3}\right)}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{3}}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3}}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{3}{9}}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}$$

$$\underline{x_1} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = \underline{1}$$

$$\underline{x_2} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

$\mathbb{L} = \{ \}$, da beide Lösungen in der Definitionsmenge ausgeschlossen wurden.

Klammern ausmultiplizieren

Zusammenfassen

Seiten tauschen

$$| + 3x^2 - 11x - 4$$

$$| : 12$$

kürzen

Quadratische Gleichung in der Normalform

p und q bestimmen

Lösungsformel

Brüche gleichnamig machen