

Wahlaufgaben

Aufgabe 1998 W3a:

5 P

Eine Parabel p_1 mit der Gleichung $y = x^2 + 2x + q$ geht durch den Punkt $P(-3|-1)$.

Eine zweite Parabel p_2 hat die Gleichung $y = -x^2$.

Zeichnen Sie beide Parabeln in ein Koordinatensystem ein. Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln. Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung der Geraden, die durch diese beiden Schnittpunkte verläuft.

Lösung 1998 W3a:

1. Berechnung des Scheitelpunktes S_1 der Parabel p_1 :

$$y = x^2 + 2x + q$$

Punktkoordinaten einsetzen:

$$P(-3|-1)$$

$$-1 = (-3)^2 + 2 \cdot (-3) + q$$

$$-1 = 9 - 6 + q$$

$$-1 = 3 + q$$

Seiten tauschen

$$3 + q = -1$$

$$|-3$$

$$q = -4$$

$$p_1: y = x^2 + 2x - 4$$

$$y = x^2 + 2x + 1 - 1 - 4$$

Quadratische Ergänzung

$$y = (x^2 + 2x + 1) - 1 - 4$$

1. binomische Formel

$$y = (x+1)^2 - 1 - 4$$

Zusammenfassen

$$y = (x+1)^2 - 5$$

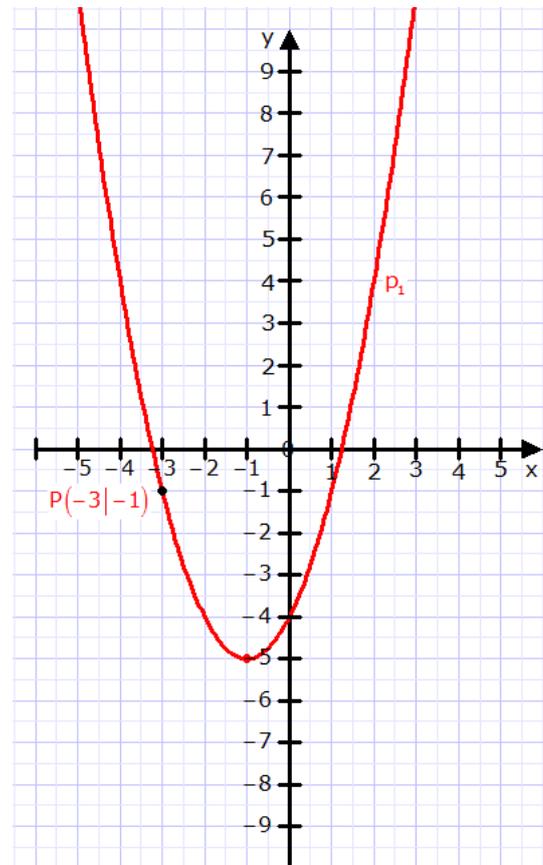
$$y = (x+1)^2 - 5$$

$$y = (x - b)^2 + d; S(b|d)$$

Scheitelform

$$y = (x - (-1))^2 + (-5); S(-1|-5)$$

$$S_1(-1|-5)$$

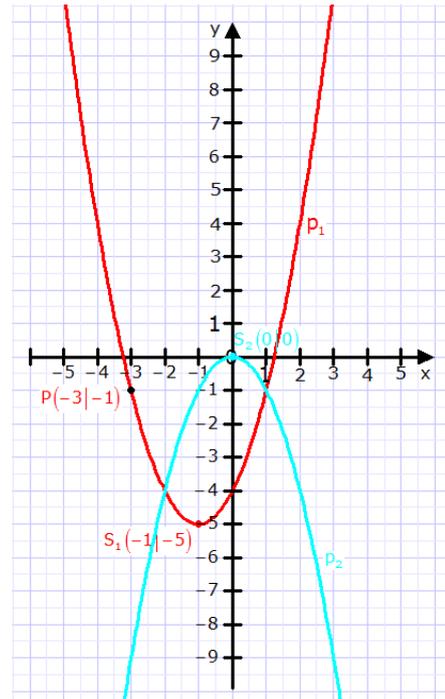


Lösung 1998 W3a:

2. Zeichnung der Parabeln p_1 und p_2 in das Koordinatensystem:

Die Parabel p_1 ist nach oben geöffnet und lässt sich durch Anlegen der Schablone an den Scheitelpunkt $S_1(-1|-5)$ zeichnen.

Die Parabel p_2 ist nach unten geöffnet und lässt sich durch Anlegen der Schablone an den Scheitelpunkt $S_2(0|0)$ zeichnen.



3. Berechnung der Koordinaten der beiden Schnittpunkte

SP_1 und SP_2 :

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = x^2 + 2x - 4 \\ \text{II: } y = -x^2 \end{array} \quad \text{Gleichsetzungsverfahren}$$

$$\text{I} = \text{II: } x^2 + 2x - 4 = -x^2 \quad | +x^2$$

$$2x^2 + 2x - 4 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 + 1x - 2 = 0 \quad \text{Quadratische Gleichung in der Normalform}$$

$$x^2 + 1x - 2 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0 \quad \text{p und q bestimmen}$$

$$p = 1$$

$$q = -2$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{Lösungsformel}$$

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1^2}{4} - (-2)}$$

$$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{0,25 + 2}$$

$$x_{1,2} = -0,5 \pm \sqrt{2,25}$$

$$x_{1,2} = -0,5 \pm 1,5$$

$$\underline{x_1 = -0,5 + 1,5 = 1}$$

$$y_1 = -1^2 \quad x_1 = 1 \text{ in II einsetzen}$$

$$\underline{y_1 = -1}$$

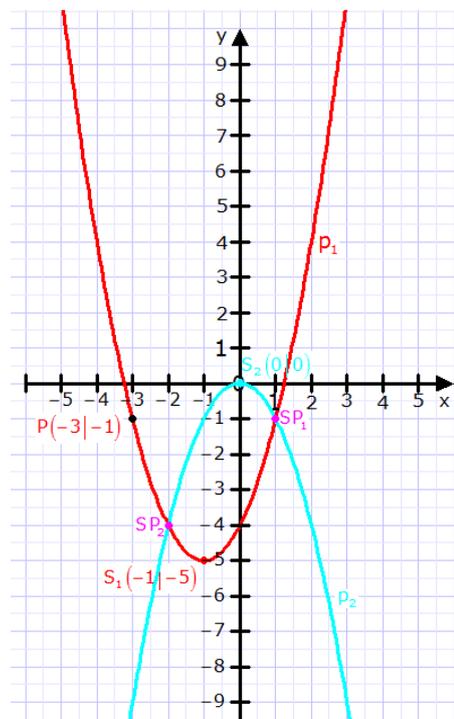
$$\underline{SP_1(1|-1)}$$

$$\underline{x_2 = -0,5 - 1,5 = -2}$$

$$y_2 = -(-2)^2 \quad x_2 = -2 \text{ in II einsetzen}$$

$$\underline{y_2 = -4}$$

$$\underline{SP_2(-2|-4)}$$



Lösung 1998 W3a:

4. Berechnung der Funktionsgleichung der Geraden g durch SP_1 und SP_2 :

$$y = m \cdot x + b$$

Allgemeine Geradengleichung

$$\text{I: } -1 = m \cdot 1 + b$$

Punktkoordinaten einsetzen:

$$SP_1(1|-1)$$

$$\text{II: } -4 = m \cdot (-2) + b$$

Punktkoordinaten einsetzen:

$$SP_2(-2|-4)$$

$$\text{I: } -1 = m + b$$

Seiten tauschen

$$\text{II: } -4 = -2m + b$$

$$\text{I: } m + b = -1$$

$\cdot 2$

$$\text{II: } -2m + b = -4$$

$$\text{I: } 2m + 2b = -2$$

Additionsverfahren

$$\text{II: } -2m + b = -4$$

$$\text{I + II: } 3b = -6$$

$:\ 3$

$$b = -2$$

$$\text{I: } -1 = m \cdot 1 + (-2)$$

$b = -2$ in I einsetzen

$$-1 = m - 2$$

Seiten tauschen

$$m - 2 = -1$$

$+2$

$$m = 1$$

$$\underline{\underline{g: y = x - 2}}$$

