

Wahlaufgaben

Aufgabe 1998 W1b:

4 P

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Kegelstumpf und einer Halbkugel.

Es gilt:

$$r_1 = 7e$$

$$r_2 = 4e$$

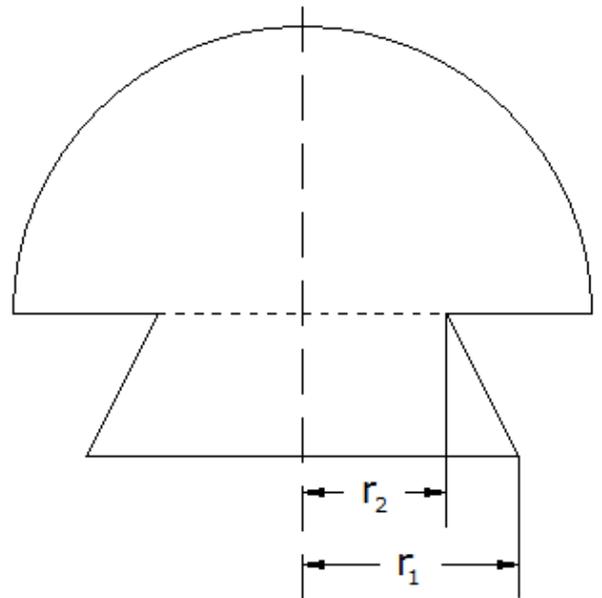
$$V_{\text{Kst}} = 124\pi e^3 \text{ (Volumen Kegelstumpf)}$$

$$V_{\text{HK}} = 486\pi e^3 \text{ (Volumen Halbkugel)}$$

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass sich die Oberfläche des Körpers mit der Formel

$$O = 331\pi e^2$$

berechnen lässt.



Strategie 1998 W1b:

Gegeben:

Zusammengesetzter Körper aus Kegelstumpf und Halbkugel

$$r_1 = 7e$$

$$r_2 = 4e$$

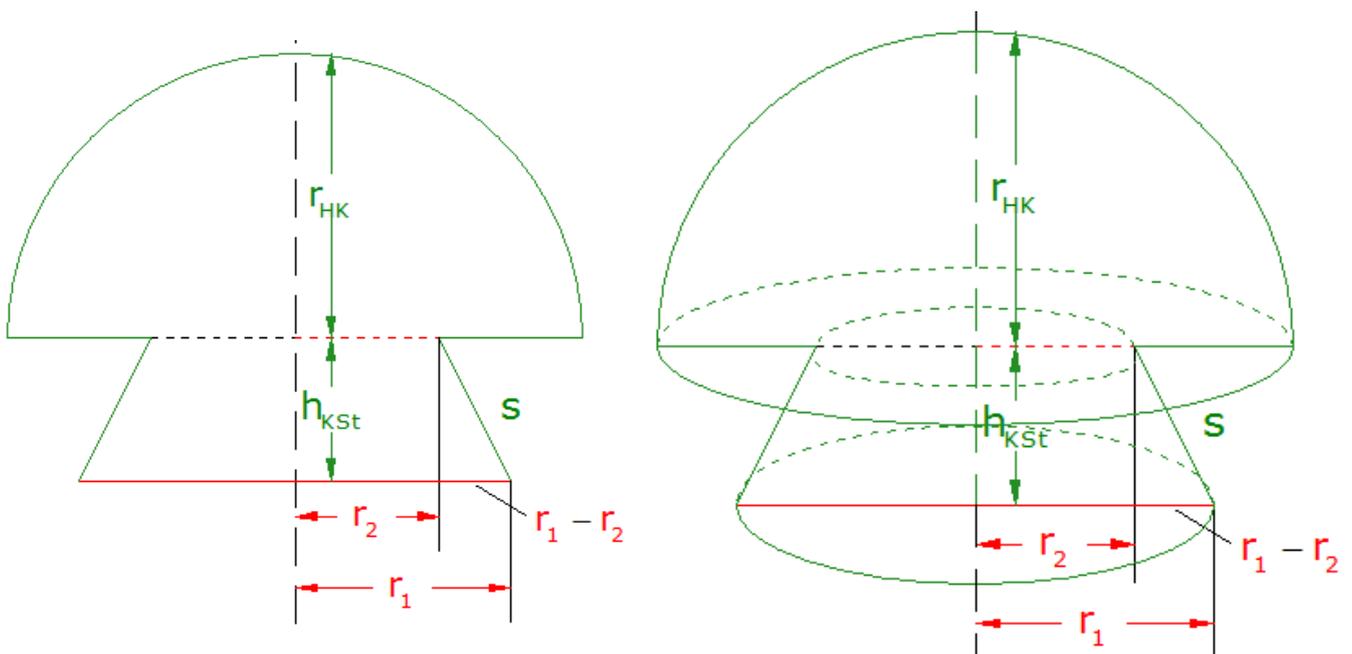
$$V_{\text{Kst}} = 124\pi e^3$$

$$V_{\text{HK}} = 486\pi e^3$$

Gesucht:

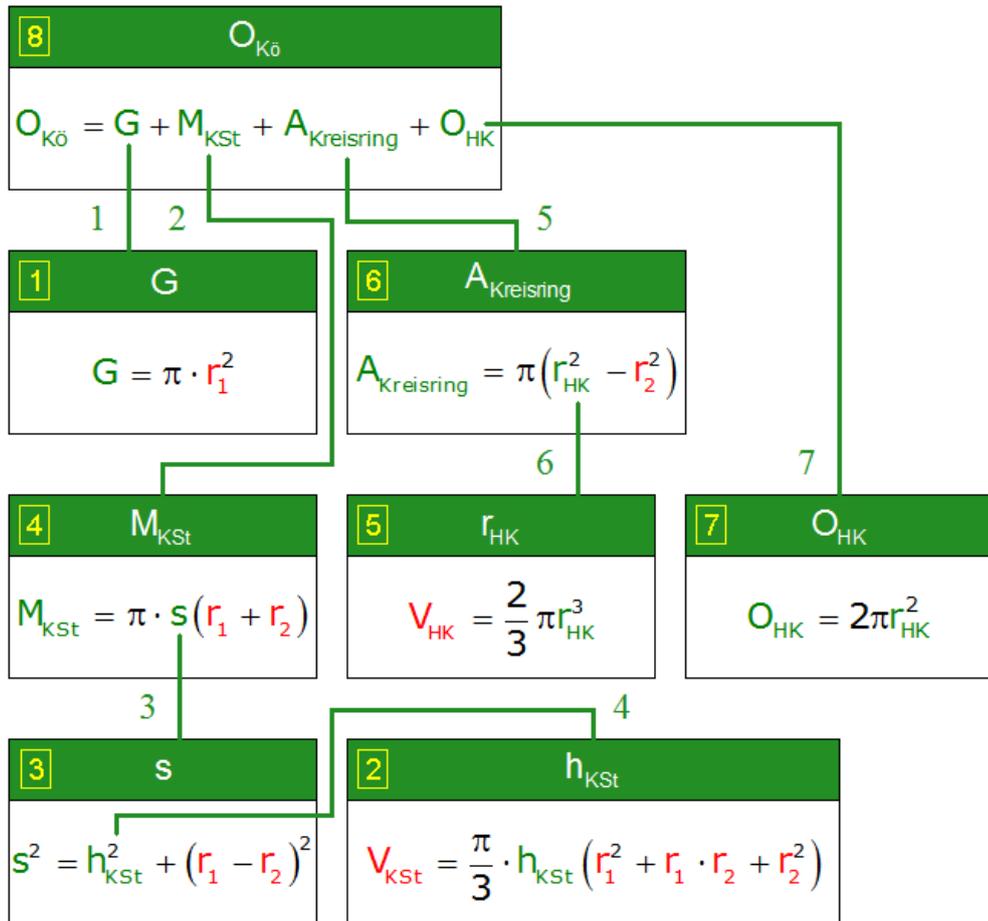
$$O = 331\pi e^2$$

Skizze:



Strategie 1998 W1b:

Struktogramm:



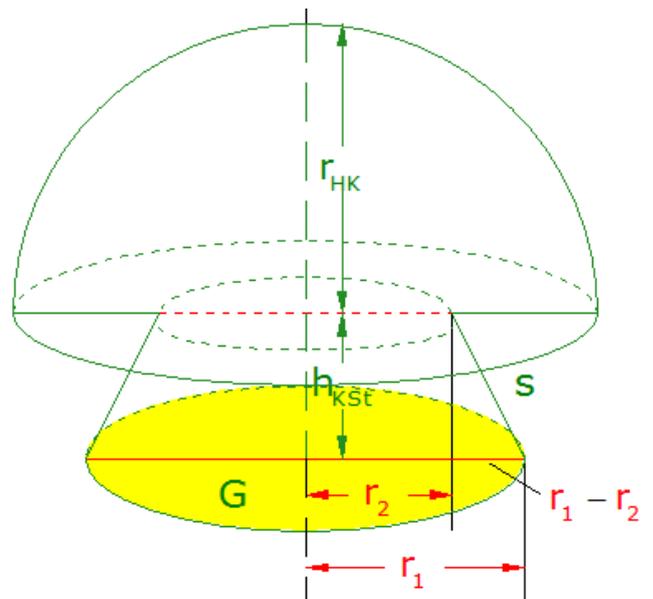
Lösung 1998 W1b:

1. Berechnung der Kegelstumpf-Grundfläche G:

$$G = \pi \cdot r_1^2$$

$$G = \pi \cdot (7e)^2$$

$$\underline{G = 49\pi e^2}$$



Lösung 1998 W1b:

2. Berechnung der Kegelstumpf-Höhe h_{KSt} :

$$V_{\text{KSt}} = \frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{KSt}} \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$124\pi e^3 = \frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{KSt}} \cdot ((7e)^2 + 7e \cdot 4e + (4e)^2)$$

$$124\pi e^3 = \frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{KSt}} \cdot (49e^2 + 28e^2 + 16e^2)$$

$$124\pi e^3 = \frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{KSt}} \cdot 93e^2$$

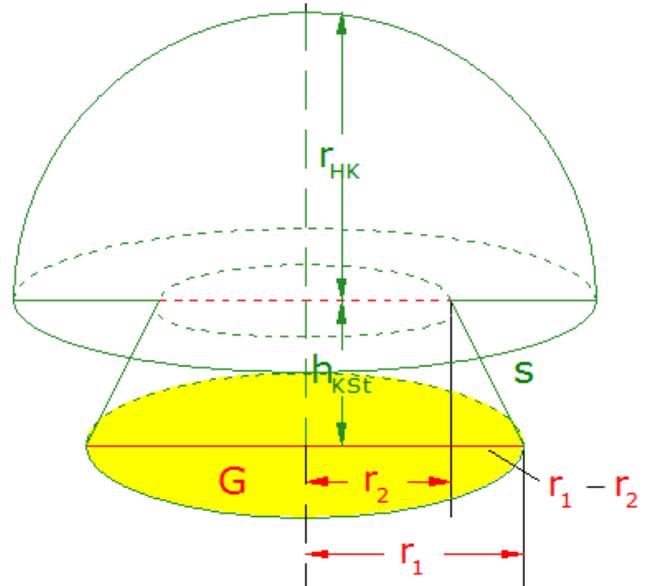
$$\frac{\pi}{3} \cdot h_{\text{KSt}} \cdot 93e^2 = 124\pi e^3$$

$$\pi \cdot h_{\text{KSt}} \cdot 93e^2 = 372\pi e^3$$

$$h_{\text{KSt}} \cdot 93e^2 = 372e^3$$

$$\underline{h_{\text{KSt}} = 4e}$$

Seiten tauschen



3. Berechnung der Kegelstumpf-Seitenkante s :

$$s^2 = h_{\text{KSt}}^2 + (r_1 - r_2)^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Dreieck}$$

$$s^2 = (4e)^2 + (7e - 4e)^2$$

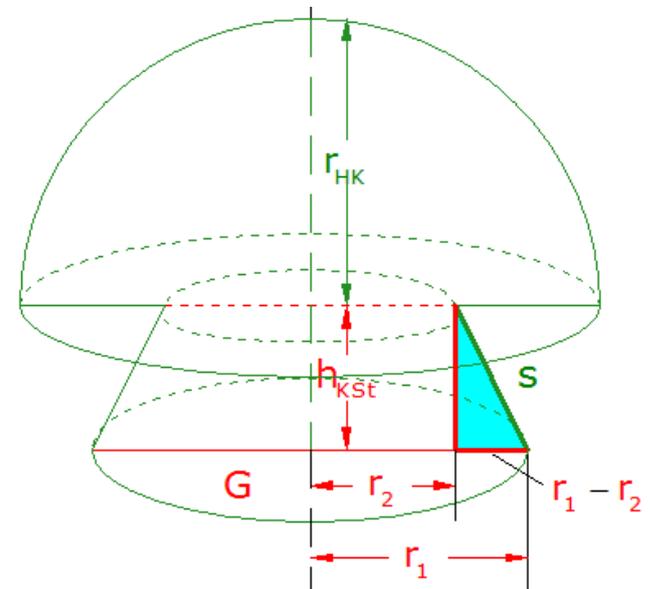
$$s^2 = (4e)^2 + (3e)^2$$

$$s^2 = 16e^2 + 9e^2$$

$$s^2 = 25e^2$$

$$\underline{s = 5e}$$

$\sqrt{\quad}$



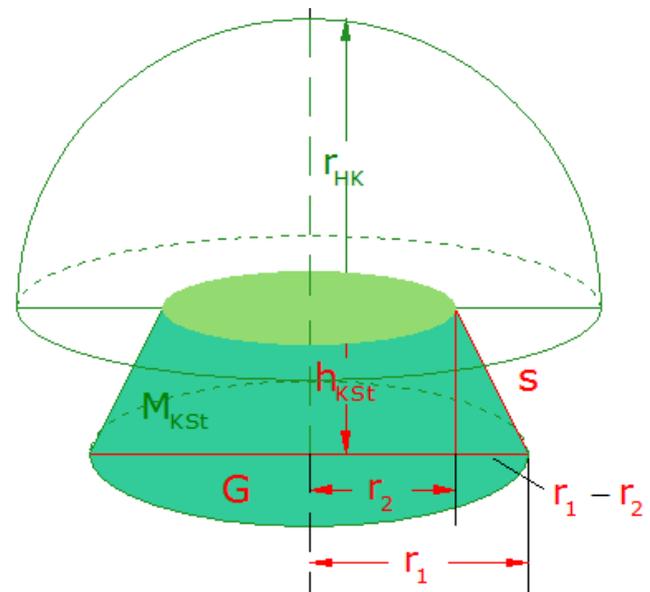
4. Berechnung des Kegelstumpf-Mantels M_{KSt} :

$$M_{\text{KSt}} = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$$

$$M_{\text{KSt}} = \pi \cdot 5e \cdot (7e + 4e)$$

$$M_{\text{KSt}} = \pi \cdot 5e \cdot 11e$$

$$\underline{M_{\text{KSt}} = 55\pi e^2}$$



Lösung 1998 W1b:

5. Berechnung des Halbkugel-Radius r_{HK} :

$$V_{HK} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_{HK}^3$$

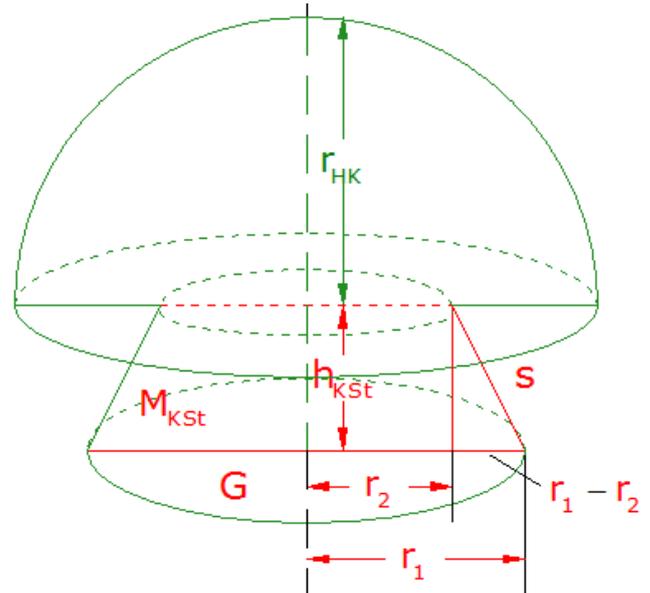
$$486\pi e^3 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_{HK}^3 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_{HK}^3 = 486\pi e^3 \quad \left| \cdot \frac{3}{2} \right.$$

$$\pi \cdot r_{HK}^3 = 729\pi e^3 \quad \left| : \pi \right.$$

$$r_{HK}^3 = 729e^3 \quad \left| \sqrt[3]{\quad} \right.$$

$$\underline{r_{HK} = 9e}$$



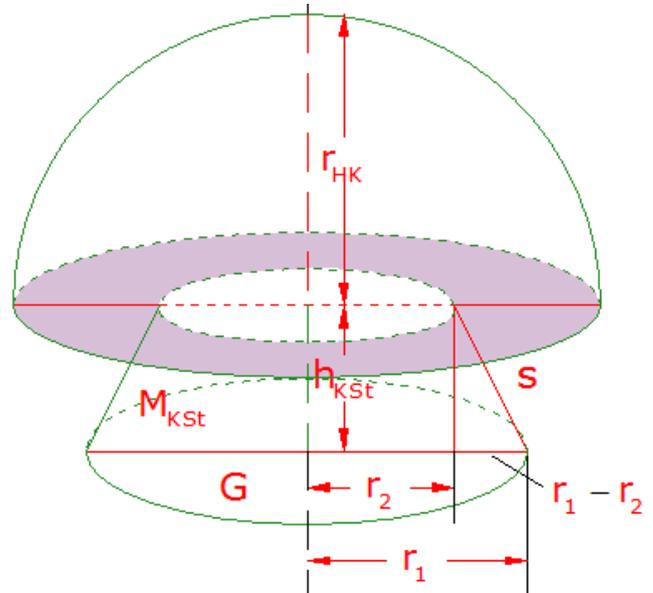
6. Berechnung der Kreisring-Fläche $A_{\text{Kreisring}}$:

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot (r_{HK}^2 - r_2^2)$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot ((9e)^2 - (4e)^2)$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot (81e^2 - 16e^2)$$

$$\underline{A_{\text{Kreisring}} = 65\pi e^2}$$



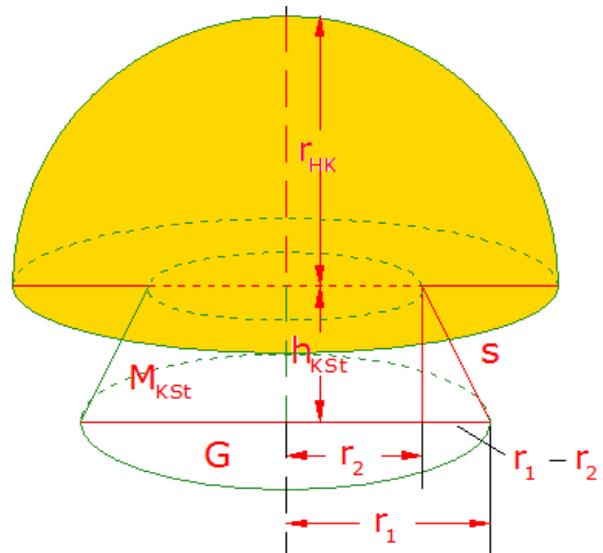
7. Berechnung der Halbkugel-Oberfläche O_{HK} :

$$O_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot r_{HK}^2$$

$$O_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot (9e)^2$$

$$O_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot 81e^2$$

$$\underline{O_{HK} = 162\pi e^2}$$



Lösung 1998 W1b:

8. Berechnung der Körperoberfläche $O_{K\ddot{o}}$:

$$O_{K\ddot{o}} = G + M_{KSt} + A_{Kreisring} + O_{HK}$$

$$O_{K\ddot{o}} = 49\pi e^2 + 55\pi e^2 + 65\pi e^2 + 162\pi e^2$$

$$\underline{\underline{O_{K\ddot{o}} = 331\pi e^2}}$$

