

Wahlaufgaben

Aufgabe 1998 W1a:

4 P

Von einer regelmäßigen achtseitigen Pyramide sind bekannt:

Grundkante $a = 6,4 \text{ cm}$

Körperhöhe $h = 15,1 \text{ cm}$

Berechnen Sie die Oberfläche der Pyramide.

Strategie 1998 W1a:

Gegeben:

Regelmäßige 8-seitige Pyramide

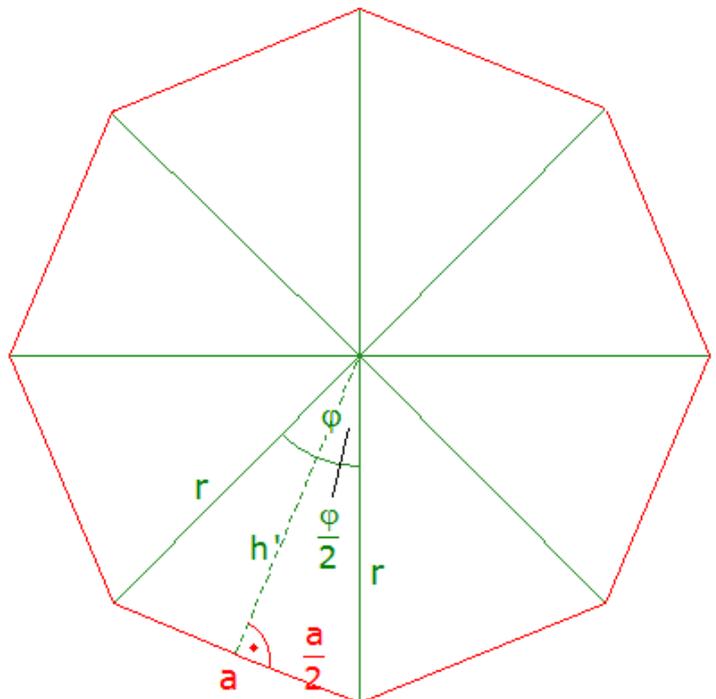
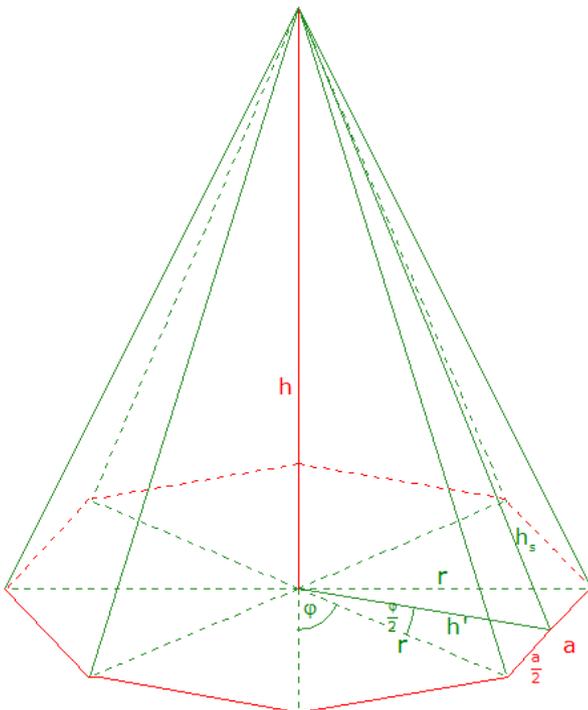
$a = 6,4 \text{ cm}$

$h = 15,1 \text{ cm}$

Gesucht:

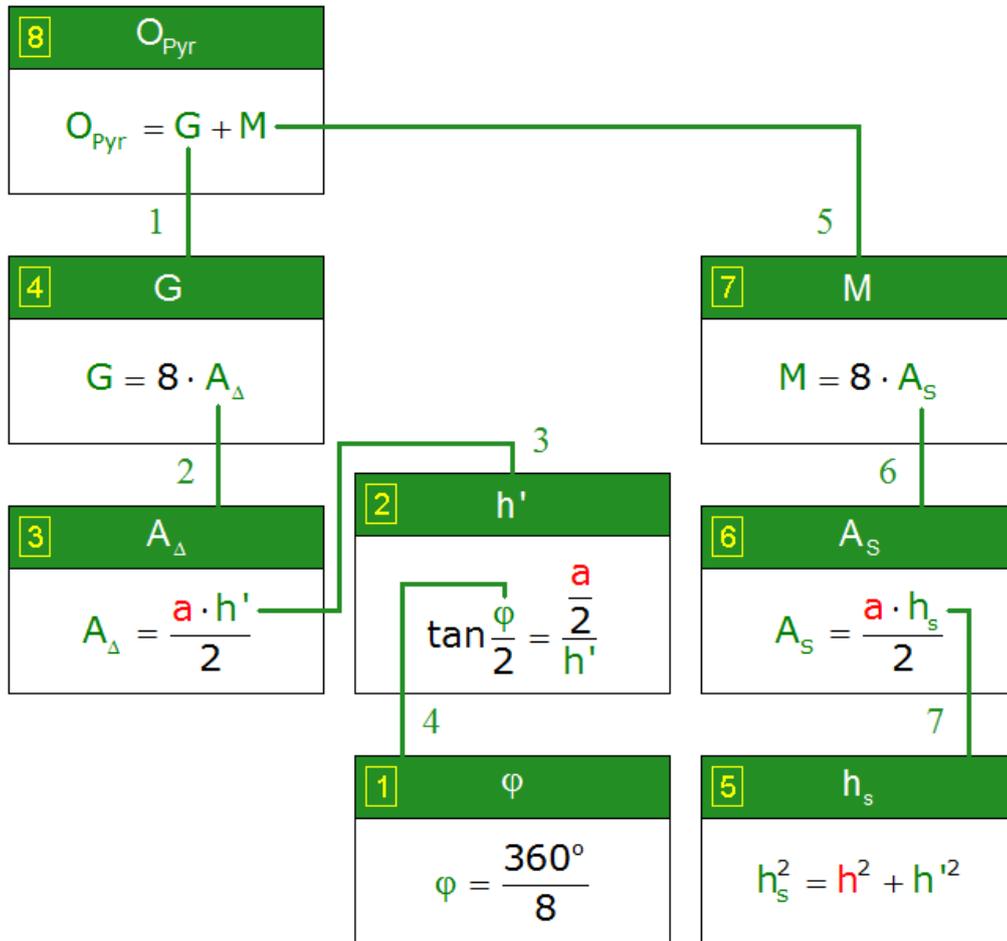
O_{Pyr}

Skizze:



Strategie 1998 W1a:

Struktogramm:

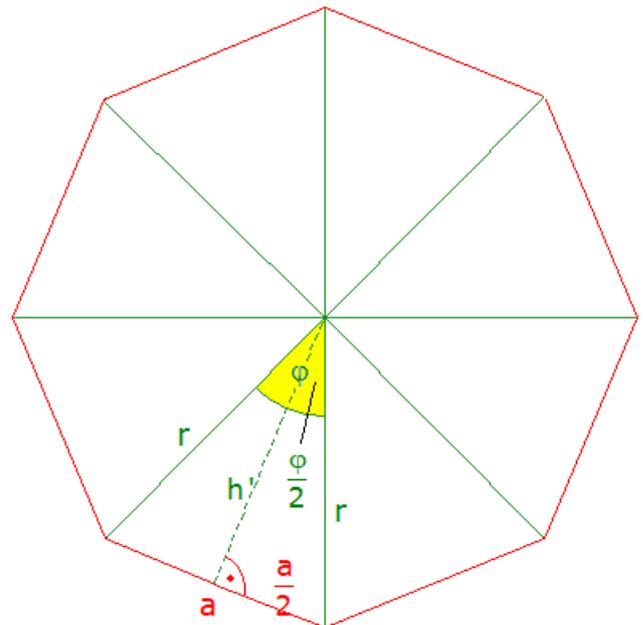


Lösung 1998 W1a:

1. Berechnung des Winkels φ :

$$\varphi = \frac{360^\circ}{8}$$

$$\underline{\varphi = 45^\circ}$$



Lösung 1998 W1a:

2. Berechnung der Dreieckshöhe h' :

$$\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{h'}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

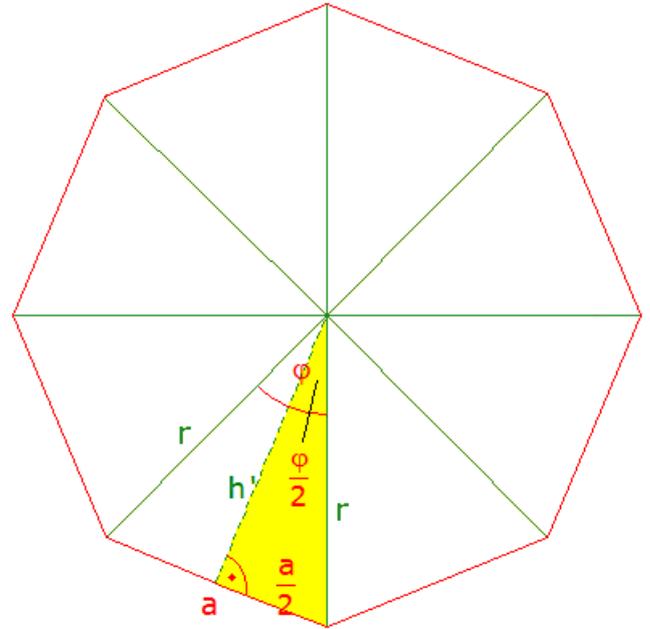
$$\tan \frac{45^\circ}{2} = \frac{6,4}{h'}$$

$$\tan 22,5^\circ = \frac{3,2}{h'}$$

$$0,4142 = \frac{3,2}{h'} \quad | \cdot h'$$

$$h' \cdot 0,4142 = 3,2 \quad | : 0,4142$$

$$\underline{h' = 7,73 \text{ cm}}$$

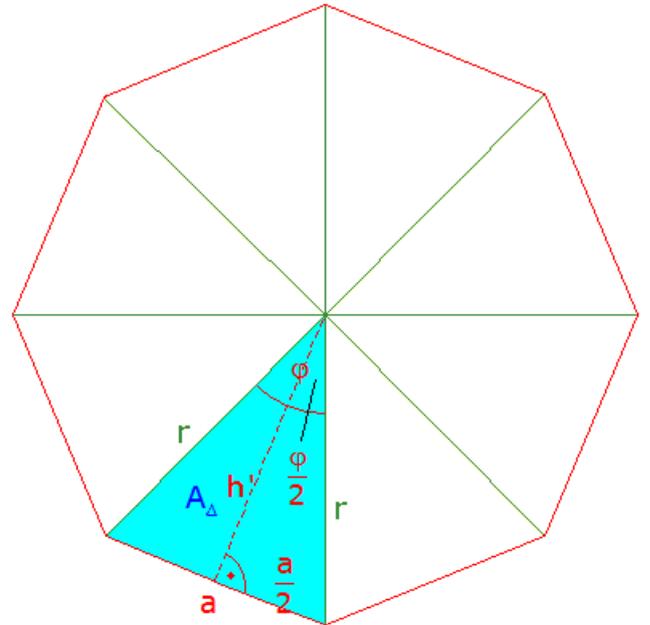


3. Berechnung der Dreiecksfläche A_Δ :

$$A_\Delta = \frac{a \cdot h'}{2}$$

$$A_\Delta = \frac{6,4 \cdot 7,73}{2}$$

$$\underline{A_\Delta = 24,74 \text{ cm}^2}$$

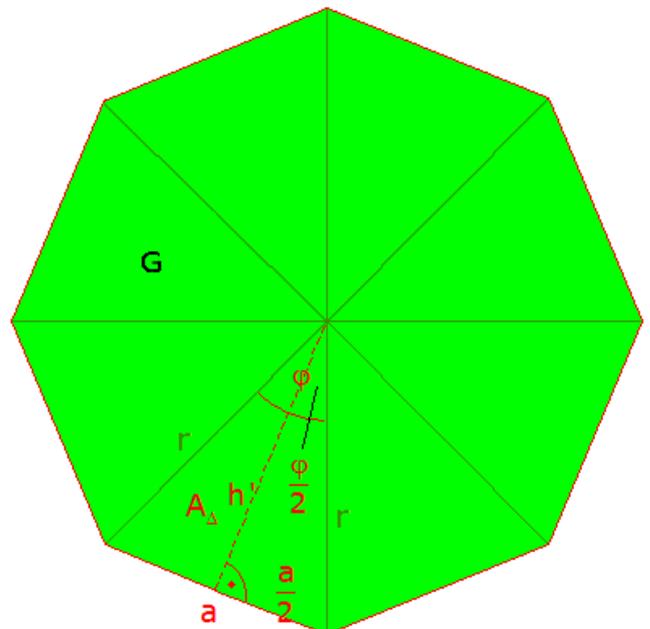


4. Berechnung der Pyramidengrundfläche G :

$$G = 8 \cdot A_\Delta$$

$$G = 8 \cdot 24,74$$

$$\underline{G = 197,9 \text{ cm}^2}$$



Lösung 1998 W1a:

5. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s :

$$h_s^2 = h^2 + h'^2$$

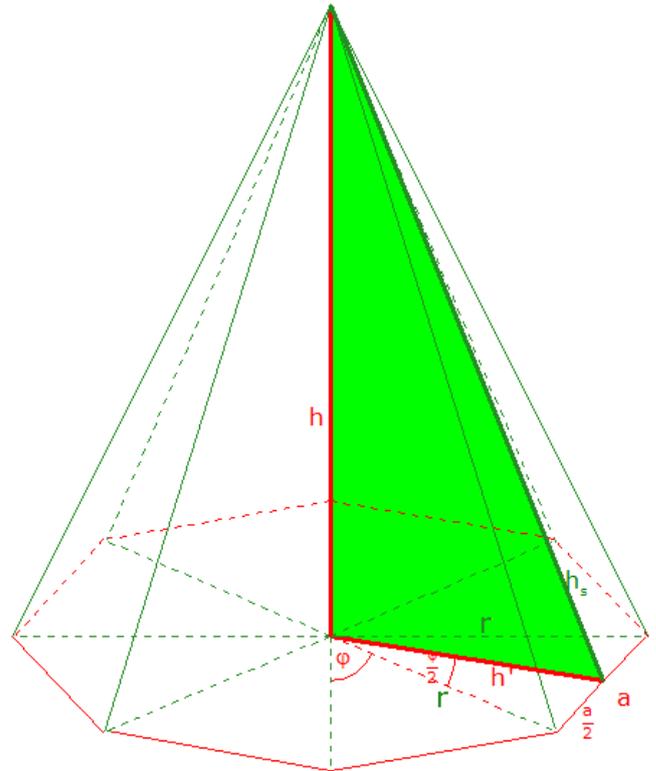
Pythagoras im
rechtwinkligen
grünen Dreieck

$$h_s^2 = 15,1^2 + 7,73^2$$

$$h_s^2 = 228,01 + 59,7529$$

$$h_s^2 = 287,7629 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$\underline{h_s = 17 \text{ cm}}$$

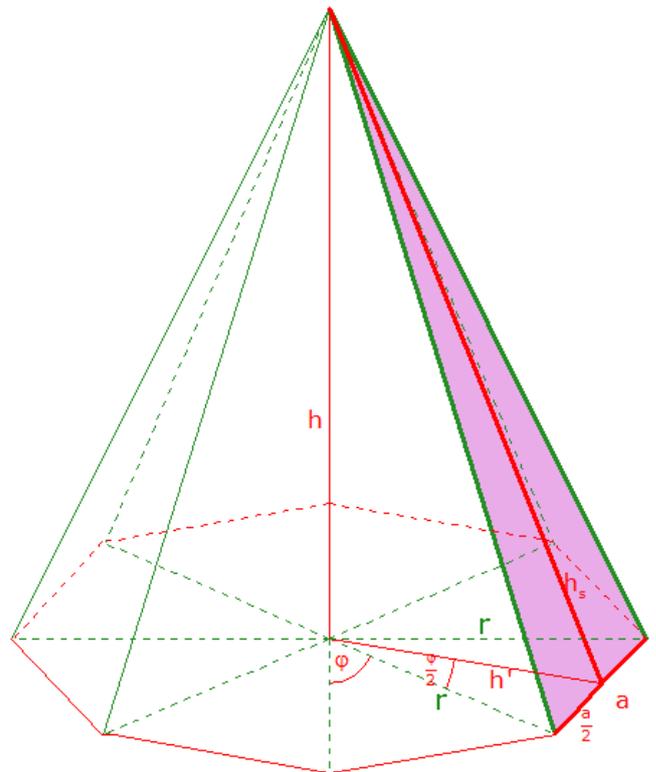


6. Berechnung einer Seitenfläche A_s :

$$A_s = \frac{a \cdot h_s}{2}$$

$$A_s = \frac{6,4 \cdot 17}{2}$$

$$\underline{A_s = 54,4 \text{ cm}^2}$$



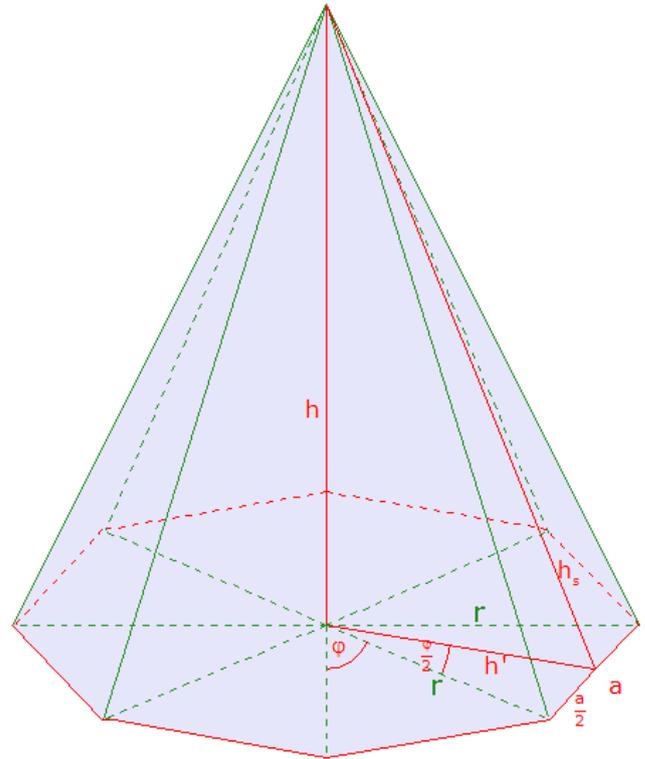
Lösung 1998 W1a:

7. Berechnung des Pyramidenmantels M:

$$M = 8 \cdot A_s$$

$$M = 8 \cdot 54,4$$

$$\underline{\underline{M = 435,2 \text{ cm}^2}}$$



8. Berechnung der Pyramidenoberfläche O_{pyr}:

$$O_{\text{pyr}} = G + M$$

$$O_{\text{pyr}} = 197,9 + 435,2$$

$$\underline{\underline{O_{\text{pyr}} = 633,1 \text{ cm}^2}}$$

