Wahlaufgaben

Aufgabe 1997 W3b: **4 P**

Von einem Kegelstumpf sind bekannt:

Volumen $V = 324\,cm^3$

Höhe $h = 5,4\,cm$

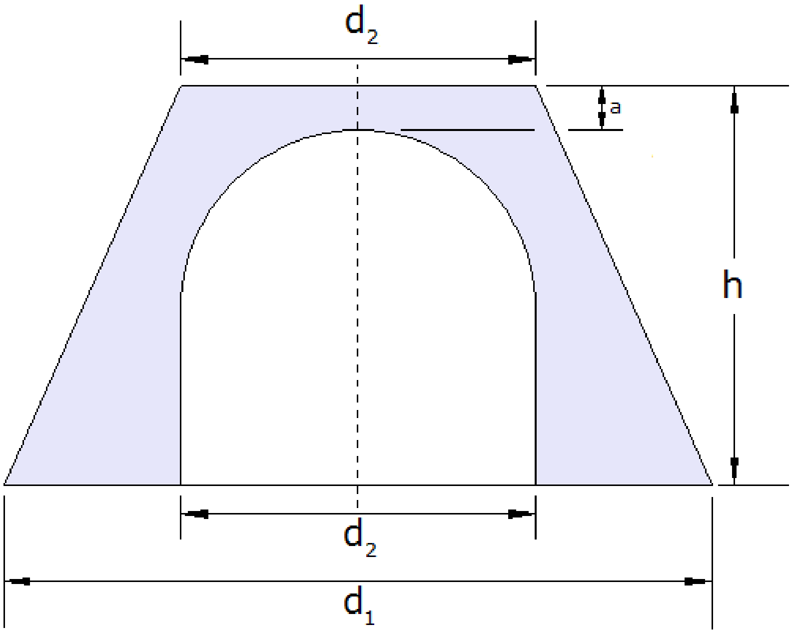
Durchmesser $d_1 = 12,0\,cm$

Aus diesem Kegelstumpf wird ein Zylinder mit aufgesetzter Halbkugel herausgearbeitet (siehe nebenstehenden Achsenschnitt).

Dabei gilt:

$a = 1,0\,cm$

Um wieviel cm^2 ist die Oberfläche des so entstandenen Körpers größer als die des ursprünglichen Kegelstumpfes?



Strategie 1997 W3b:

Gegeben:

$V = 324\,cm^3$

$h = 5,4\,cm$

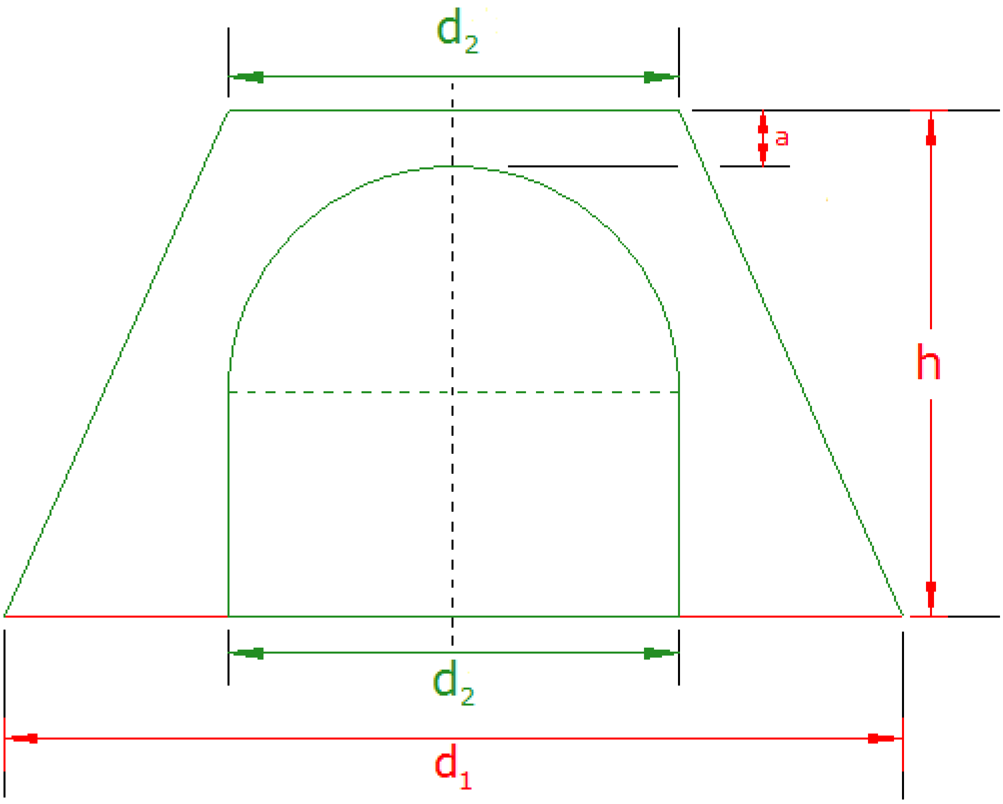
$d_1 = 12,0\,cm$

$a = 1,0\,cm$

Gesucht:

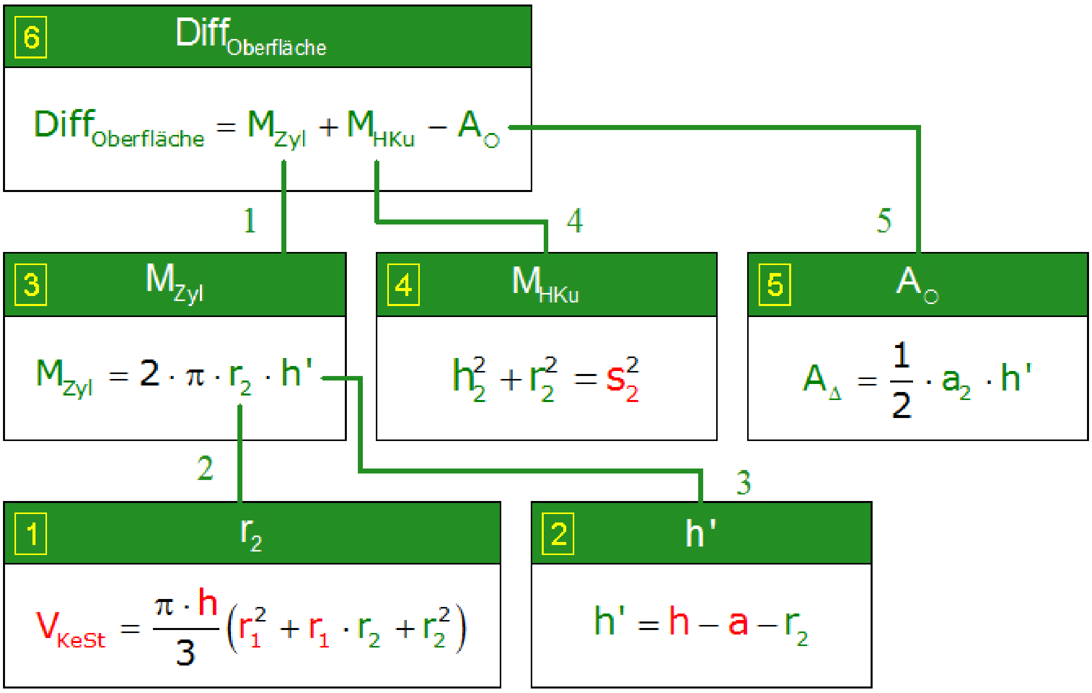
$Diff_{Oberfläche}$

Skizze:



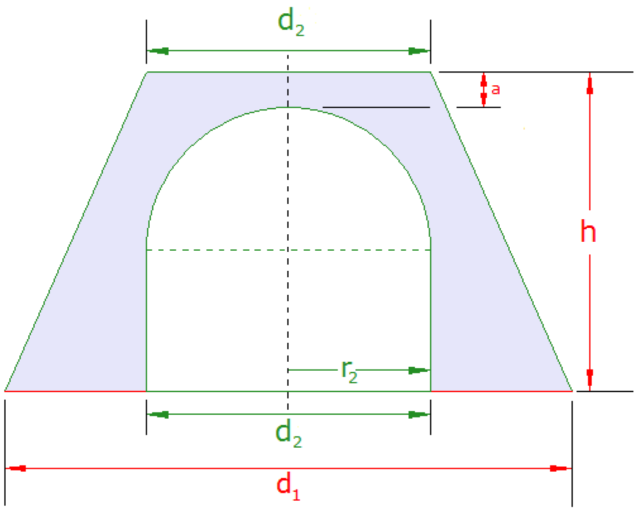
Strategie 1997 W3b:

Struktogramm:



Lösung 1997 W3b:

1. Berechnung des Bohrungsradius r_2:



$V_{KeSt} = \frac{\pi \cdot h}{3}(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$ Formel Kegelstumpfvolumen

$324 = \frac{\pi \cdot 5,4}{3}(6^2 + 6 \cdot r_2 + r_2^2)$

$324 = 5,655 \cdot (36 + 6 \cdot r_2 + r_2^2)$ Seiten tauschen

$5,655 \cdot (36 + 6 \cdot r_2 + r_2^2) = 324 \quad |:5,655$

$36 + 6 \cdot r_2 + r_2^2 = 57,3$

$r_2^2 + 6 \cdot r_2 + 36 = 57,3 \quad |-57,3$

$r_2^2 + 6 \cdot r_2 - 21,3 = 0$ Normalform einer quadratischen Gleichung

$x^2 + px + q = 0$

$r_2^2 + 6 \cdot r_2 - 21,3 = 0$ p und q bestimmen

$p = 6$

$q = -21,3$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\frac{6^2}{4} - (-21,3)}$

$r_{2_{1,2}} = -3 \pm \sqrt{\frac{36}{4} + 21,3}$

Lösung 1997 W3b:

$$r_{2_{1,2}} = -3 \pm \sqrt{9+21,3}$$

$$r_{2_{1,2}} = -3 \pm \sqrt{30,3}$$

$$r_{2_{1,2}} = -3 \pm 5,5$$

$$\underline{r_{2_1}} = -3+5,5 = \underline{2,5}$$

$$\underline{r_{2_2}} = -3-5,5 = \underline{\cancel{-8,5}}$$

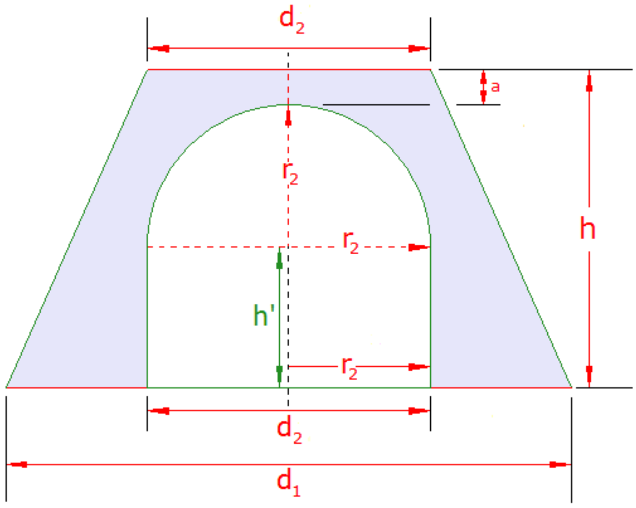
keine Lösung

<u>2. Berechnung der Zylinderhöhe</u> h':

$$h' = h - a - r_2$$

$$h' = 5,4 - 1,0 - 2,5$$

$$\underline{h' = 1,9\,cm}$$



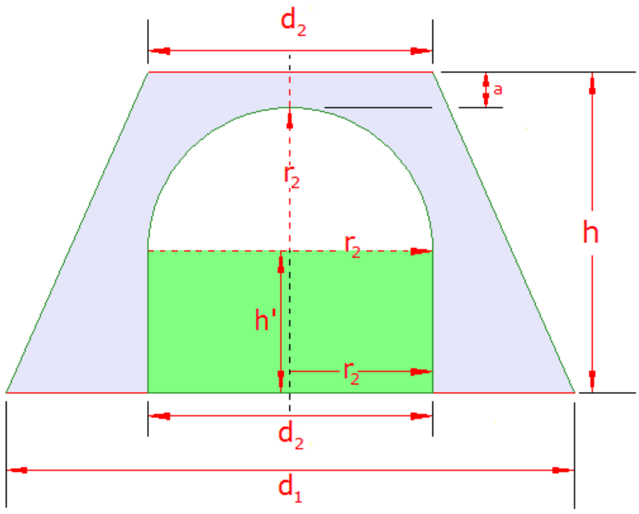
<u>3. Berechnung des Zylindermantels</u> M_{Zyl}:

$$M_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot h'$$

Formel Zylindermantel

$$M_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 1,9$$

$$\underline{M_{Zyl} = 29,8\,cm^2}$$



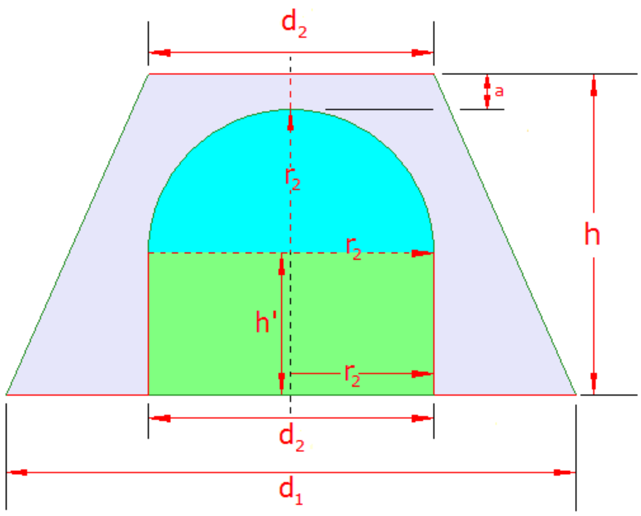
<u>4. Berechnung des Halbkugel-Mantels</u> M_{HKu}:

$$M_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot r_2^2$$

$$M_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot 2,5^2$$

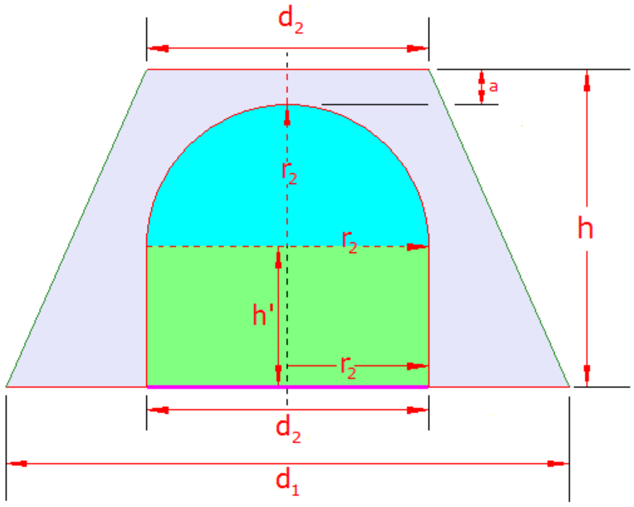
$$M_{HKu} = 2 \cdot \pi \cdot 6,25$$

$$\underline{M_{HKu} = 39,3\,cm^2}$$



Lösung 1997 W3b:

5. Berechnung der Kreisfläche $A_{\circ}$:



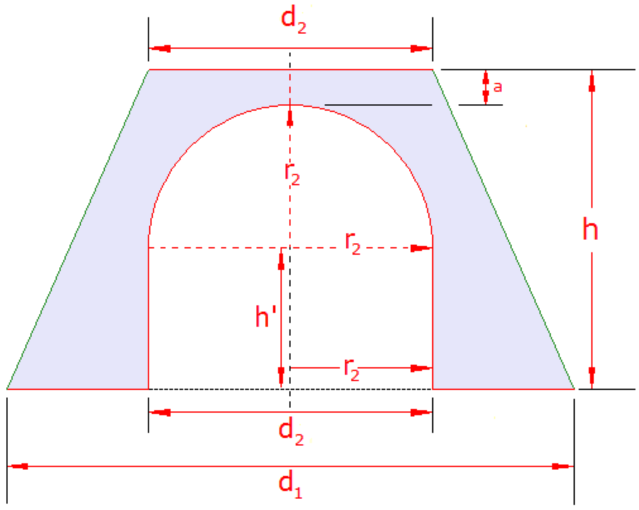
$$A_{\circ} = r_2^2 \cdot \pi$$

$$A_{\circ} = 2,5^2 \cdot \pi$$

$$A_{\circ} = 6,25 \cdot \pi$$

$$\underline{A_{\circ} = 19,6\,cm^2}$$

6. Berechnung der Oberflächendifferenz :



$$Diff_{Oberfläche} = M_{Zyl} + M_{HKu} - A_{\circ}$$

$$Diff_{Oberfläche} = 29,8 + 39,3 - 19,6$$

$$\underline{\underline{Diff_{Oberfläche} = 49,5\,cm^2}}$$