

Wahlaufgaben

Aufgabe 1997 W2b:

3,5 P

Lösen Sie die Gleichung:

$$\frac{2}{9x^2 - 1} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

Lösung 1997 W2b:

1. Bestimmung der Definitionsmenge:

$$\frac{2}{9x^2 - 1} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

$$\frac{2}{(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

1. Nenner

$$\begin{array}{l|l} 3x + 1 \neq 0 & | -1 \\ 3x \neq -1 & | :3 \\ x \neq -\frac{1}{3} & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 3x - 1 \neq 0 & | +1 \\ 3x \neq 1 & | :3 \\ x \neq \frac{1}{3} & \end{array}$$

2. Nenner

$$\begin{array}{l|l} 3x - 1 \neq 0 & | +1 \\ 3x \neq 1 & | :3 \\ x \neq \frac{1}{3} & \end{array}$$

3. Nenner

$$\begin{array}{l|l} 3x + 1 \neq 0 & | -1 \\ 3x \neq -1 & | :3 \\ x \neq -\frac{1}{3} & \end{array}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right\}$$

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$$\frac{2}{9x^2 - 1} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

$$\frac{2}{(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

Hauptnenner:

$$\text{HN: } (3x + 1)(3x - 1)$$

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{2}{9x^2 - 1} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

$$\frac{2}{9x^2 - 1} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

$$\frac{2}{(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

$$\frac{2}{(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{3x}{3x - 1} - \frac{5x + 1}{3x + 1}$$

$$\frac{2}{(3x + 1)(3x - 1)} \cdot (3x + 1)(3x - 1) = \frac{3x}{3x - 1} \cdot (3x + 1)(3x - 1) - \frac{5x + 1}{3x + 1} \cdot (3x + 1)(3x - 1)$$

$$\frac{2}{(3x + 1)(3x - 1)} \cdot (3x + 1)(3x - 1) = \frac{3x}{3x - 1} \cdot (3x + 1)(3x - 1) - \frac{5x + 1}{3x + 1} \cdot (3x + 1)(3x - 1)$$

$$\frac{2}{(3x + 1)(3x - 1)} \cdot (3x + 1)(3x - 1) = \frac{3x}{3x - 1} \cdot (3x + 1)(3x - 1) - \frac{5x + 1}{3x + 1} \cdot (3x + 1)(3x - 1)$$

$$2 = 3x \cdot (3x + 1) - (5x + 1)(3x - 1)$$

$$2 = 3x \cdot (3x + 1) - (5x + 1)(3x - 1)$$

$$2 = 9x^2 + 3x - (5x + 1)(3x - 1)$$

$$2 = 9x^2 + 3x - [(5x + 1)(3x - 1)]$$

$$2 = 9x^2 + 3x - [(5x + 1)(3x - 1)]$$

$$2 = 9x^2 + 3x - [15x^2 - 5x + 3x - 1]$$

$$2 = 9x^2 + 3x - [15x^2 - 2x - 1]$$

3. binomische Formel

$$| \cdot \text{HN: } \cdot [(3x + 1)(3x - 1)]$$

im Zähler und Nenner gleiche Faktoren kürzen

Summe ausmultiplizieren

Eckige Klammern setzen

Summe mal Summe

Zusammenfassen

Minusklammer auflösen

Lösung 1997 W2b:

$$2 = 9x^2 + 3x - 15x^2 + 2x + 1$$

$$2 = 9x^2 + 3x - 15x^2 + 2x + 1$$

$$2 = -6x^2 + 5x + 1$$

$$2 = -6x^2 + 5x + 1$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = -\frac{5}{6}$$

$$q = \frac{1}{6}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{-\frac{5}{6}}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(-\frac{5}{6}\right)^2}{4} - \frac{1}{6}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{36} - \frac{1}{6}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{144} - \frac{1}{6}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{144} - \frac{24}{144}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{1}{144}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{12} \pm \frac{1}{12}$$

$$x_1 = \frac{5}{12} + \frac{1}{12}$$

$$x_1 = \frac{6}{12}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5}{12} - \frac{1}{12}$$

$$x_2 = \frac{4}{12}$$

~~$$x_2 = \frac{1}{3}$$~~

$$\underline{\underline{L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}}}$$

Zusammenfassen

$$| + 6x^2 - 5x - 1$$

$$| : 6$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

p und q bestimmen

Lösungsformel

in der Definitionsmenge
enthalten

in der Definitionsmenge
nicht enthalten