

Wahlaufgaben

Aufgabe 1996 W2b:

3,5 P

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung.

$$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{x^2-6x+9} = \frac{x+1}{2x-6}$$

Lösung 1996 W2b:

1. Bestimmung der Definitionsmenge:

$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{x^2-6x+9} = \frac{x+1}{2x-6}$ $\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{(x-3)(x-3)} = \frac{x+1}{2(x-3)}$	Nenner $x-3 \neq 0 \quad +3$ $x \neq 3$
$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$	

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{x^2-6x+9} = \frac{x+1}{2x-6}$ $\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{(x-3)(x-3)} = \frac{x+1}{2(x-3)}$	Hauptnenner: $\text{HN: } 2(x-3)(x-3)$
---	--

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{x^2-6x+9} = \frac{x+1}{2x-6}$	
$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{x^2-6x+9} = \frac{x+1}{2x-6}$	2. binomische Formel
$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{(x-3)^2} = \frac{x+1}{2x-6}$	
$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{(x-3)^2} = \frac{x+1}{2x-6}$	
$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{(x-3)^2} = \frac{x+1}{2 \cdot x - 2 \cdot 3}$	Gemeinsamen Faktor ausklammern
$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{(x-3)^2} = \frac{x+1}{2(x-3)}$	
$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{3-x}{(x-3)(x-3)} = \frac{x+1}{2(x-3)}$	
$\frac{2x+1}{x-3} \cdot 2(x-3)(x-3) + \frac{3-x}{(x-3)(x-3)} \cdot 2(x-3)(x-3) = \frac{x+1}{2(x-3)} \cdot 2(x-3)(x-3)$	· HN: $2(x-3)(x-3)$
$\frac{2x+1}{x-3} \cdot 2(x-3)(x-3) + \frac{3-x}{(x-3)(x-3)} \cdot 2(x-3)(x-3) = \frac{x+1}{2(x-3)} \cdot 2(x-3)(x-3)$	
$\frac{2x+1}{x-3} \cdot 2(x-3)(x-3) + \frac{3-x}{(x-3)(x-3)} \cdot 2(x-3)(x-3) = \frac{x+1}{2(x-3)} \cdot 2(x-3)(x-3)$	im Zähler und Nenner gleiche Faktoren kürzen

Lösung 1996 W2b:

$$\frac{2x+1}{\cancel{x-3}} \cdot 2(x-3) \cdot \cancel{(x-3)} + \frac{3-x}{\cancel{(x-3)}\cancel{(x-3)}} \cdot 2 \cdot \cancel{(x-3)}\cancel{(x-3)} = \frac{x+1}{\cancel{2}\cancel{(x-3)}} \cdot \cancel{2}\cancel{(x-3)} (x-3)$$

$$(2x+1) \cdot 2(x-3) + (3-x) \cdot 2 = (x+1)(x-3)$$

$$[(2x+1) \cdot 2](x-3) + (3-x) \cdot 2 = (x+1)(x-3)$$

Eckige Klammern setzen

$$[(2x+1) \cdot 2](x-3) + (3-x) \cdot 2 = (x+1)(x-3)$$

Summe ausmultiplizieren

$$[4x+2](x-3) + (3-x) \cdot 2 = (x+1)(x-3)$$

Summe mal Summe

$$[4x+2](x-3) + (3-x) \cdot 2 = (x+1)(x-3)$$

Zusammenfassen

$$4x^2 - 12x + 2x - 6 + (3-x) \cdot 2 = (x+1)(x-3)$$

$$4x^2 - 10x - 6 + (3-x) \cdot 2 = (x+1)(x-3)$$

$$4x^2 - 10x - 6 + (3-x) \cdot 2 = (x+1)(x-3)$$

Summe ausmultiplizieren

$$4x^2 - 10x - 6 + 6 - 2x = (x+1)(x-3)$$

$$4x^2 - 10x - 6 + 6 - 2x = (x+1)(x-3)$$

Zusammenfassen

$$4x^2 - 12x = (x+1)(x-3)$$

$$4x^2 - 12x = (x+1)(x-3)$$

Summe mal Summe

$$4x^2 - 12x = x^2 - 3x + x - 3$$

Zusammenfassen

$$4x^2 - 12x = x^2 - 2x - 3$$

$$4x^2 - 12x = x^2 - 2x - 3$$

$$|-x^2 + 2x + 3$$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$|:3$$

$$x^2 - \frac{10}{3}x + 1 = 0$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

$$x^2 - \frac{10}{3}x + 1 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

p und q bestimmen

$$p = -\frac{10}{3}$$

$$q = 1$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-\frac{10}{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(-\frac{10}{3}\right)^2}{4} - 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{10}{6} \pm \sqrt{\frac{100}{4} - 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{10}{6} \pm \sqrt{\frac{100}{36} - 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{10}{6} \pm \sqrt{\frac{100}{36} - \frac{36}{36}}$$

$$x_{1,2} = \frac{10}{6} \pm \sqrt{\frac{64}{36}}$$

$$x_{1,2} = \frac{10}{6} \pm \frac{8}{6}$$

$$\cancel{x_1 = \frac{10}{6} + \frac{8}{6} = \frac{18}{6} = 3}$$

in der Definitionsmenge nicht enthalten

$$x_2 = \frac{10}{6} - \frac{8}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

in der Definitionsmenge enthalten

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$