

Wahlaufgaben

Aufgabe 1996 W1a:

4,5 P

Das Fünfeck ABCDE setzt sich zusammen aus dem rechtwinkligen Trapez ABCE und dem rechtwinkligen Dreieck ECD.

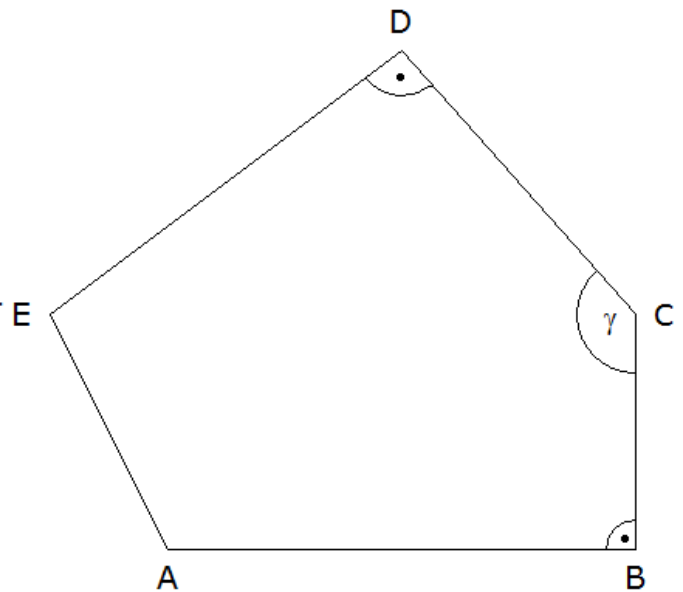
Es gilt:

$$\overline{CD} = 6,7 \text{ cm}$$

$$\gamma = 147,0^\circ$$

$$A_{\text{ges}} = 86,0 \text{ cm}^2$$

Der Abstand von Punkt D zu $\overline{AB}$ beträgt 10,5 cm.
Berechnen Sie die Länge $\overline{AE}$.



Strategie 1996 W1a:

Gegeben:

Fünfeck

$$\overline{CD} = 6,7 \text{ cm}$$

$$\gamma = 147,0^\circ$$

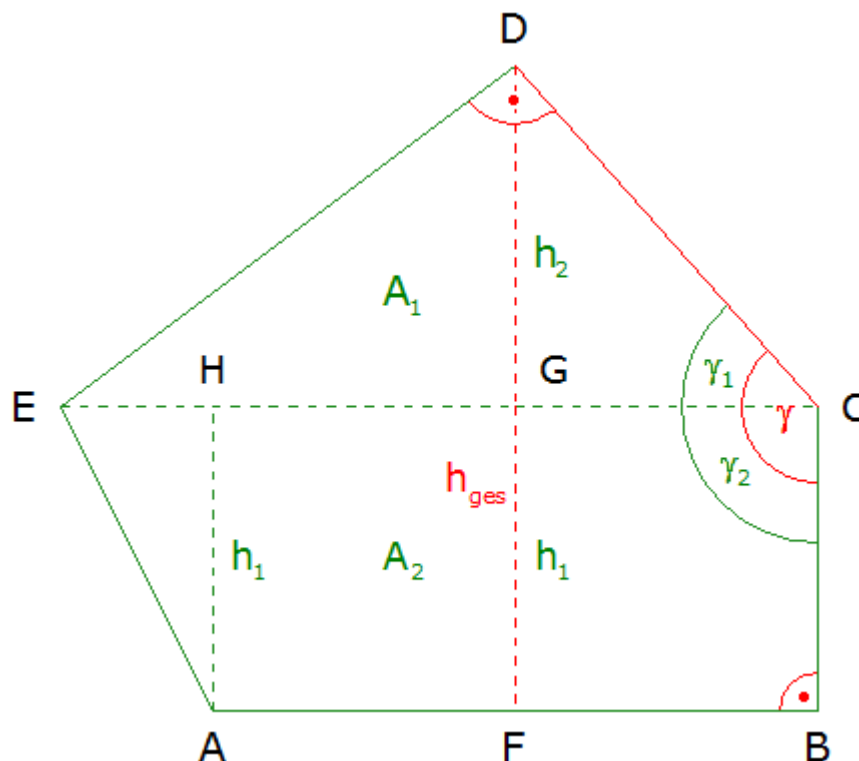
$$A_{\text{ges}} = 86,0 \text{ cm}^2$$

$$h_{\text{ges}} = 10,5 \text{ cm}$$

Gesucht:

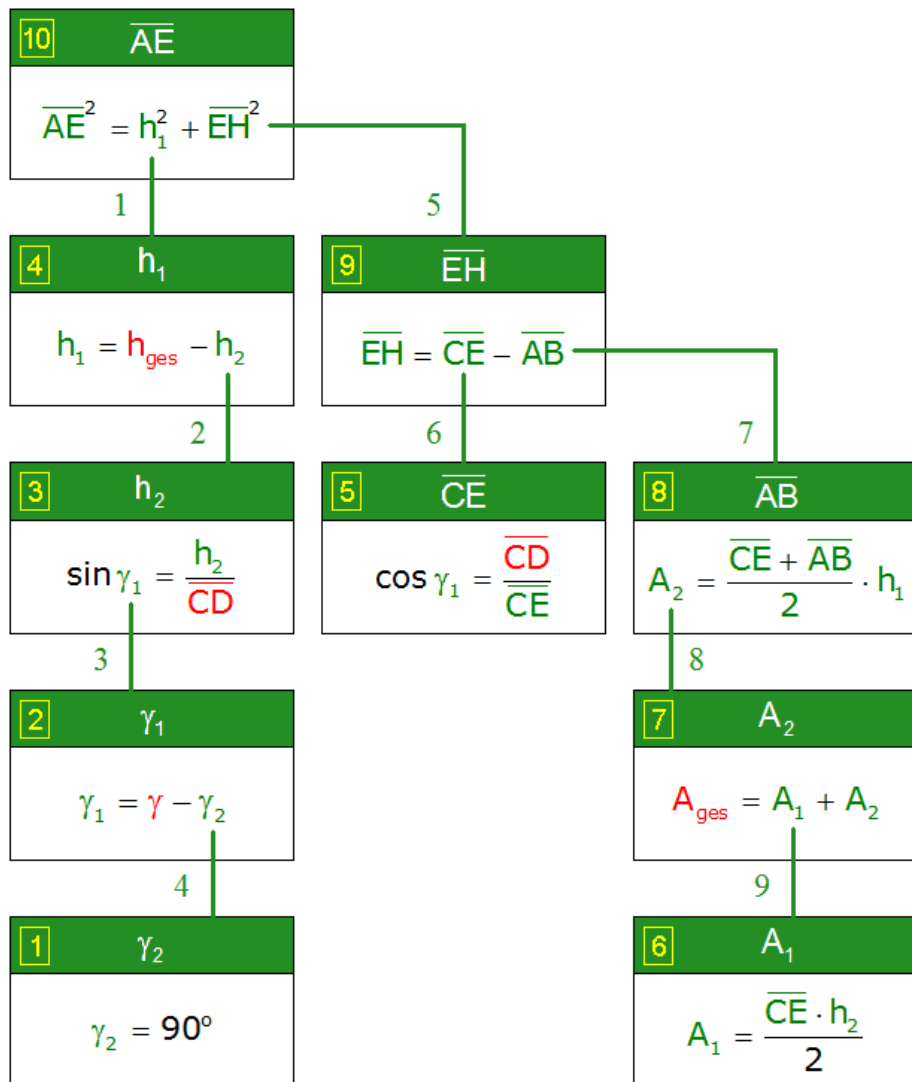
$\overline{AE}$

Skizze:



Strategie 1996 W1a:

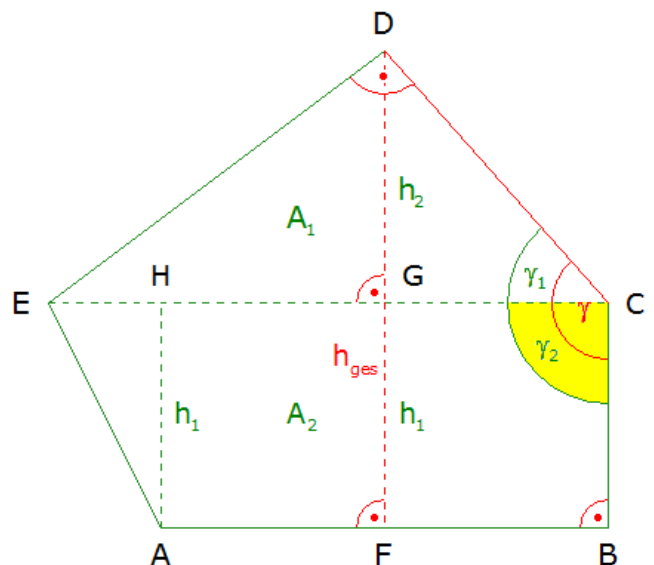
Struktogramm:



Lösung 1996 W1a:

1. Berechnung des Winkels γ_2 :

$\gamma_2 = 90^\circ$



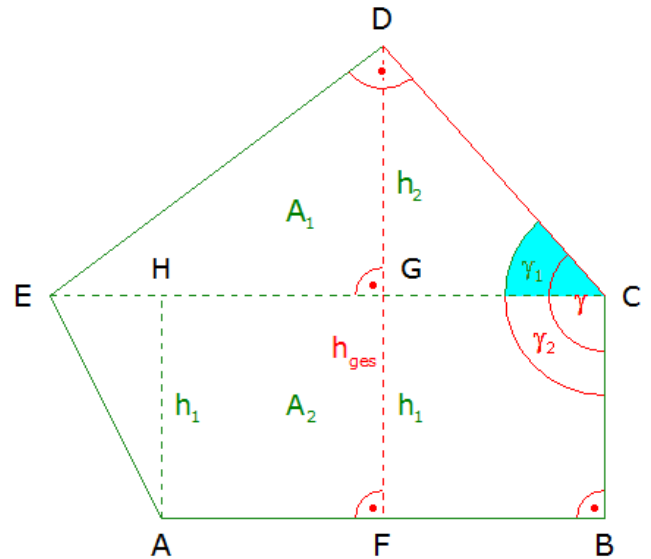
Lösung 1996 W1a:

2. Berechnung des Winkels γ_1 :

$$\gamma_1 = \gamma - \gamma_2$$

$$\gamma_1 = 147^\circ - 90^\circ$$

$$\underline{\gamma_1 = 57^\circ}$$



3. Berechnung der Dreieckshöhe h_2 :

$$\sin \gamma_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_2}{CD}$$

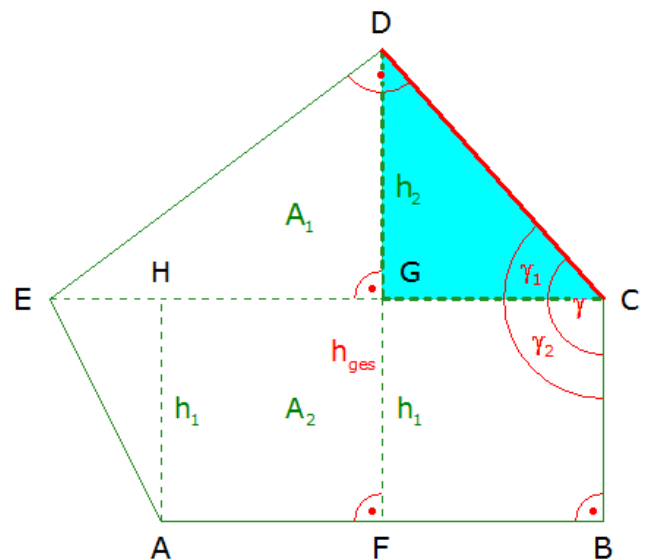
Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck CDG

$$\sin 57^\circ = \frac{h_2}{6,7}$$

$$0,8387 = \frac{h_2}{6,7}$$

$$\frac{h_2}{6,7} = 0,8387 \quad | \cdot 6,7$$

$$\underline{h_2 = 5,62 \text{ cm}}$$

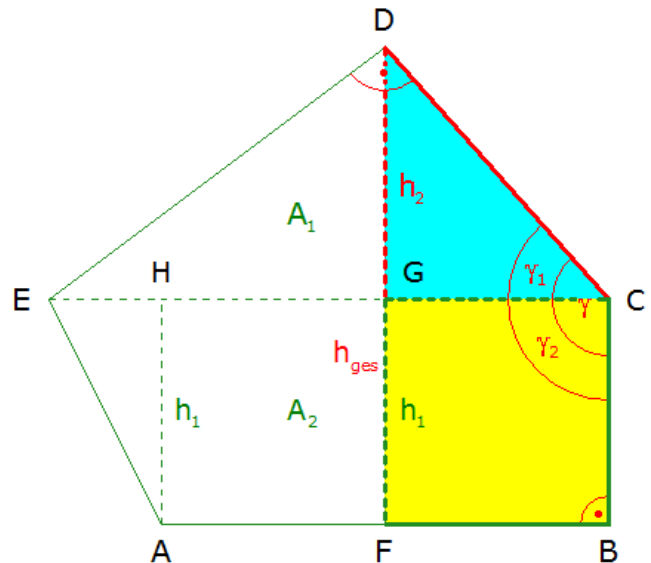


4. Berechnung der Trapezhöhe h_1 :

$$h_1 = h_{\text{ges}} - h_2$$

$$h_1 = 10,5 - 5,62$$

$$\underline{h_1 = 4,88 \text{ cm}}$$



Lösung 1996 W1a:

5. Berechnung der Strecke $\overline{CE}$:

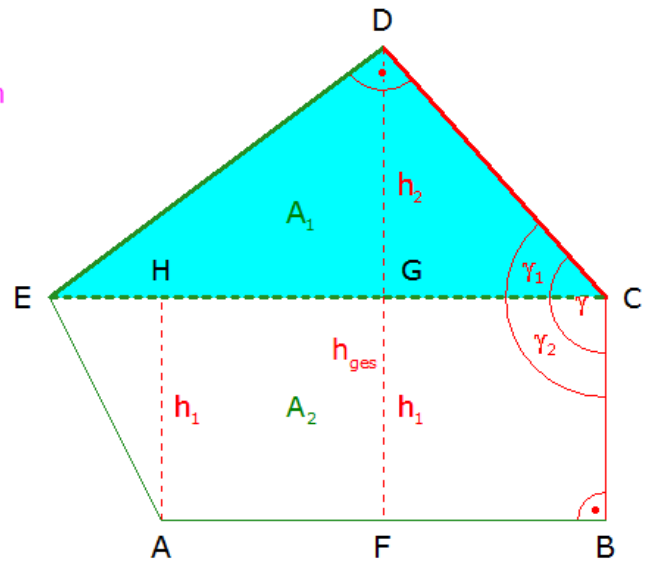
$$\cos \gamma_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} \quad \text{Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Dreieck}$$

$$\cos 57^\circ = \frac{6,7}{\overline{CE}}$$

$$0,5446 = \frac{6,7}{\overline{CE}} \quad | \cdot \overline{CE}$$

$$\overline{CE} \cdot 0,5446 = 6,7 \quad | : 0,5446$$

$$\underline{\overline{CE} = 12,3 \text{ cm}}$$

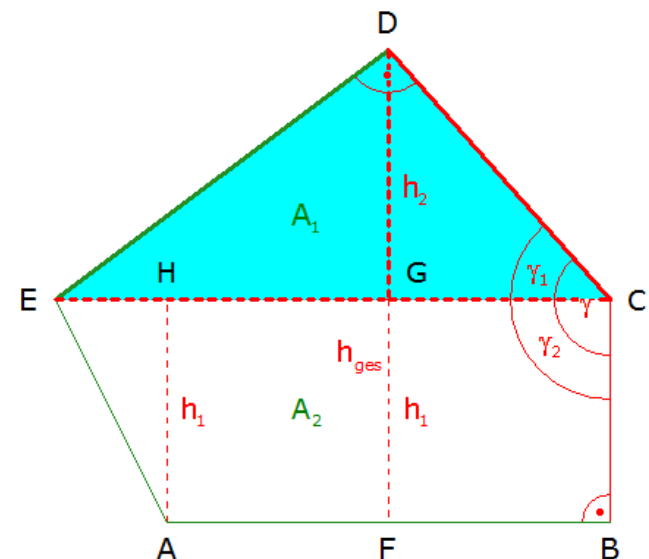


6. Berechnung der Dreiecksfläche A_1 :

$$A_1 = \frac{\overline{CE} \cdot h_2}{2}$$

$$A_1 = \frac{12,3 \cdot 5,62}{2}$$

$$\underline{A_1 = 34,56 \text{ cm}^2}$$

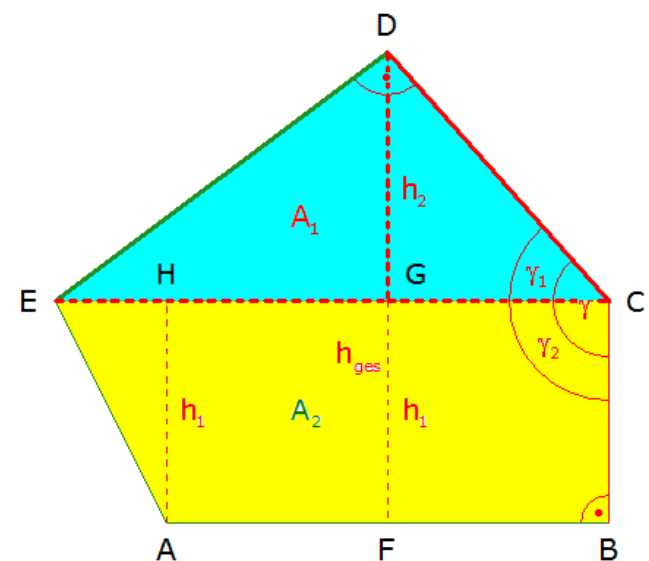


7. Berechnung der Trapezfläche A_2 :

$$A_2 = A_{\text{ges}} - A_1$$

$$A_2 = 86 - 34,56$$

$$\underline{A_2 = 51,44 \text{ cm}^2}$$



Lösung 1996 W1a:

8. Berechnung der Strecke $\overline{AB}$:

$$A_2 = \frac{\overline{CE} + \overline{AB}}{2} \cdot h_1 \quad A_{\text{Trapez}} = m \cdot h; \quad m = \frac{\overline{CE} + \overline{AB}}{2}; h = h_1$$

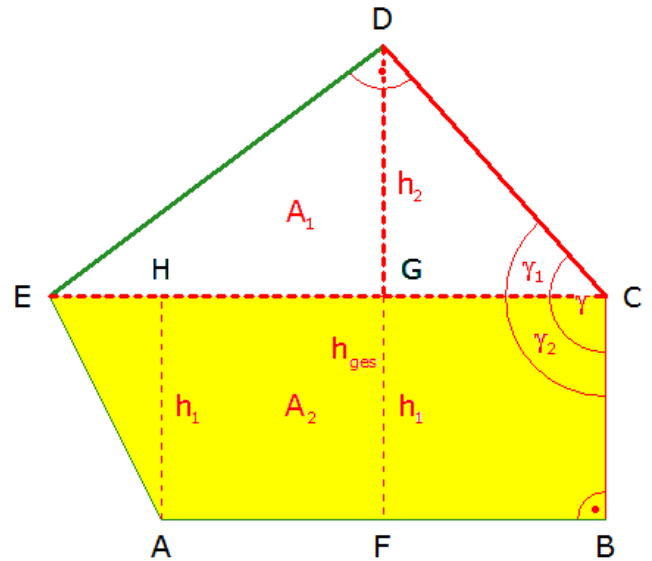
$$51,44 = \frac{12,3 + \overline{AB}}{2} \cdot 4,88 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{12,3 + \overline{AB}}{2} \cdot 4,88 = 51,44 \quad | : 4,88$$

$$\frac{12,3 + \overline{AB}}{2} = 10,54 \quad | \cdot 2$$

$$12,3 + \overline{AB} = 21,08 \quad | - 12,3$$

$$\underline{\underline{\overline{AB} = 8,78 \text{ cm}}}$$

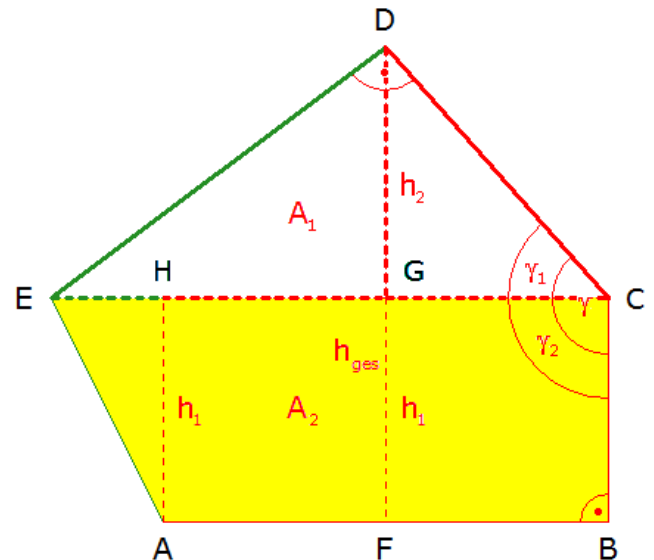


9. Berechnung der Strecke $\overline{EH}$:

$$\overline{EH} = \overline{CE} - \overline{AB}$$

$$\overline{EH} = 12,3 - 8,78$$

$$\underline{\underline{\overline{EH} = 3,52 \text{ cm}}}$$



10. Berechnung der Strecke $\overline{AE}$:

$$\overline{AE}^2 = h_1^2 + \overline{EH}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\overline{AE}^2 = 4,88^2 + 3,52^2$$

$$\overline{AE}^2 = 23,81 + 12,39$$

$$\overline{AE}^2 = 36,2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{\overline{AE} = 6,02 \text{ cm}}}$$

