

Aufgabe 1995 6c:

3 P

Für welchen Wert von x ist die folgende Gleichung nicht definiert?

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{x^2-1}$$

Lösen Sie die Gleichung.

Lösung 1995 6c:

1. Bestimmung der Definitionsmenge:

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{x^2-1}$$

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)}$$

1. Nenner

$$x-1 \neq 0 \quad | +1$$

$$\underline{x \neq 1}$$

2. Nenner

$$x+1 \neq 0 \quad | -1$$

$$\underline{x \neq -1}$$

3. Nenner

$$x+1 \neq 0$$

$$\underline{x \neq -1}$$

$$x-1 \neq 0$$

$$\underline{x \neq 1}$$

$$\underline{\underline{D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}}}$$

2. Bestimmung des Hauptnenners:

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{x^2-1}$$

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)}$$

Hauptnenner:

$$\underline{\underline{HN: (x+1) \cdot (x-1)}}$$

3. Bestimmung der Lösungsmenge:

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{x^2-1}$$

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{x^2-1}$$

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{3+x}{x-1} - \frac{11-x}{x+1} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{3+x}{x-1} \cdot (x+1)(x-1) - \frac{11-x}{x+1} \cdot (x+1)(x-1) = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \cdot (x+1)(x-1)$$

$$\frac{3+x}{x-1} \cdot (x+1)(x-1) - \frac{11-x}{x+1} \cdot (x+1)(x-1) = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \cdot (x+1)(x-1)$$

$$\frac{3+x}{\cancel{x-1}} \cdot (x+1) \cancel{(x-1)} - \frac{11-x}{\cancel{x+1}} \cdot \cancel{(x+1)} (x-1) = \frac{x+5}{\cancel{(x+1)} \cancel{(x-1)}} \cdot \cancel{(x+1)} \cancel{(x-1)}$$

$$(3+x) \cdot (x+1) - (11-x) \cdot (x-1) = x+5$$

$$(3+x) \cdot (x+1) - [(11-x) \cdot (x-1)] = x+5$$

$$(3+x) \cdot (x+1) - [(11-x) \cdot (x-1)] = x+5$$

$$(3+x) \cdot (x+1) - [(11-x) \cdot (x-1)] = x+5$$

3. binomische Formel

$$| \cdot HN: \cdot (x+1) \cdot (x-1)$$

im Zähler und Nenner
gleiche Faktoren kürzen

Eckige Klammern setzen

Summe mal Summe

Lösung 1995 6c:

$$3x + 3 + x^2 + x - [(11 - x) \cdot (x - 1)] = x + 5$$

$$3x + 3 + x^2 + x - [(11 - x) \cdot (x - 1)] = x + 5$$

$$3x + 3 + x^2 + x - [(11 - x) \cdot (x - 1)] = x + 5$$

Summe mal Summe

$$3x + 3 + x^2 + x - [11x - 11 - x^2 + x] = x + 5$$

$$3x + 3 + x^2 + x - [11x - 11 - x^2 + x] = x + 5$$

$$3x + 3 + x^2 + x - [11x - 11 - x^2 + x] = x + 5$$

Minusklammer auflösen

$$3x + 3 + x^2 + x - 11x + 11 + x^2 - x = x + 5$$

$$3x + 3 + x^2 + x - 11x + 11 + x^2 - x = x + 5$$

$$3x + 3 + x^2 + x - 11x + 11 + x^2 - x = x + 5$$

Zusammenfassen

$$2x^2 - 8x + 14 = x + 5$$

$$2x^2 - 8x + 14 = x + 5$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4,5x + 4,5 = 0$$

$$x^2 - 4,5x + 4,5 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$| -x - 5$$

$$| : 2$$

Normalform einer quadratischen Gleichung

p und q bestimmen

$$p = -4,5$$

$$q = 4,5$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-4,5}{2} \pm \sqrt{\frac{(-4,5)^2}{4} - 4,5}$$

$$x_{1,2} = 2,25 \pm \sqrt{\frac{20,25}{4} - 4,5}$$

$$x_{1,2} = 2,25 \pm \sqrt{5,0625 - 4,5}$$

$$x_{1,2} = 2,25 \pm \sqrt{0,5625}$$

$$x_{1,2} = 2,25 \pm 0,75$$

$$x_1 = 2,25 + 0,75 = 3$$

in der Definitionsmenge enthalten

$$x_2 = 2,25 - 0,75 = 1,5$$

in der Definitionsmenge enthalten

$$\underline{\underline{L = \{1,5; 3\}}}$$