

Aufgabe 1995 2a:

4 P

Ein Körper ist aus einem Kegelstumpf und einem Kegel zusammengesetzt (s. Skizze).

Es gelten folgende Maße:

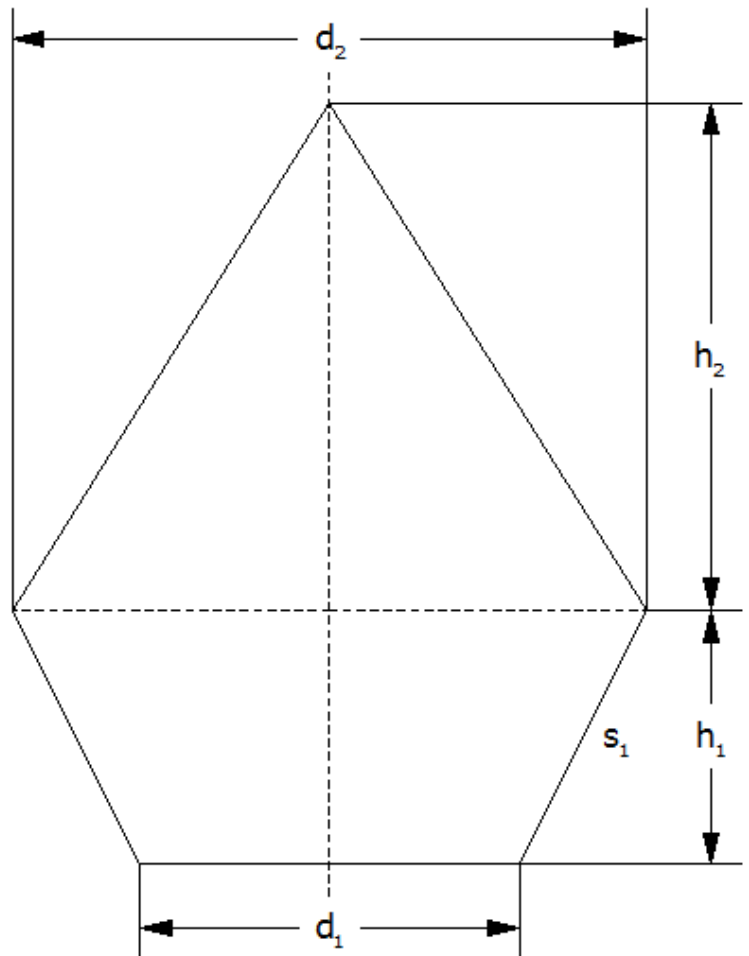
$$d_1 = 5,4 \text{ cm}$$

$$d_2 = 9,0 \text{ cm}$$

$$s_1 = 4,2 \text{ cm}$$

Berechnen Sie die Höhe h_1 und das Volumen des Kegelstumpfes.
Der Kegel besitzt das gleiche Volumen wie der Kegelstumpf.

Berechnen Sie die Höhe h_2 und die Mantelfläche des Kegels.



Strategie 1995 2a:

Gegeben:

Kegelstumpf + Kegel

$$d_1 = 5,4 \text{ cm}$$

$$d_2 = 9,0 \text{ cm}$$

$$s_1 = 4,2 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Ke}} = V_{\text{KeSt}}$$

Gesucht:

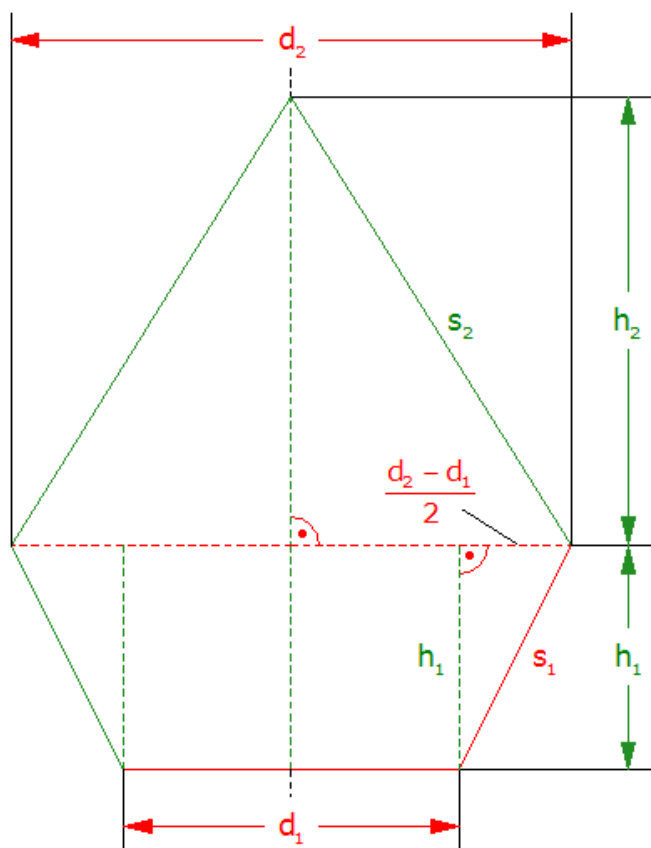
$$h_1$$

$$V_{\text{KeSt}}$$

$$h_2$$

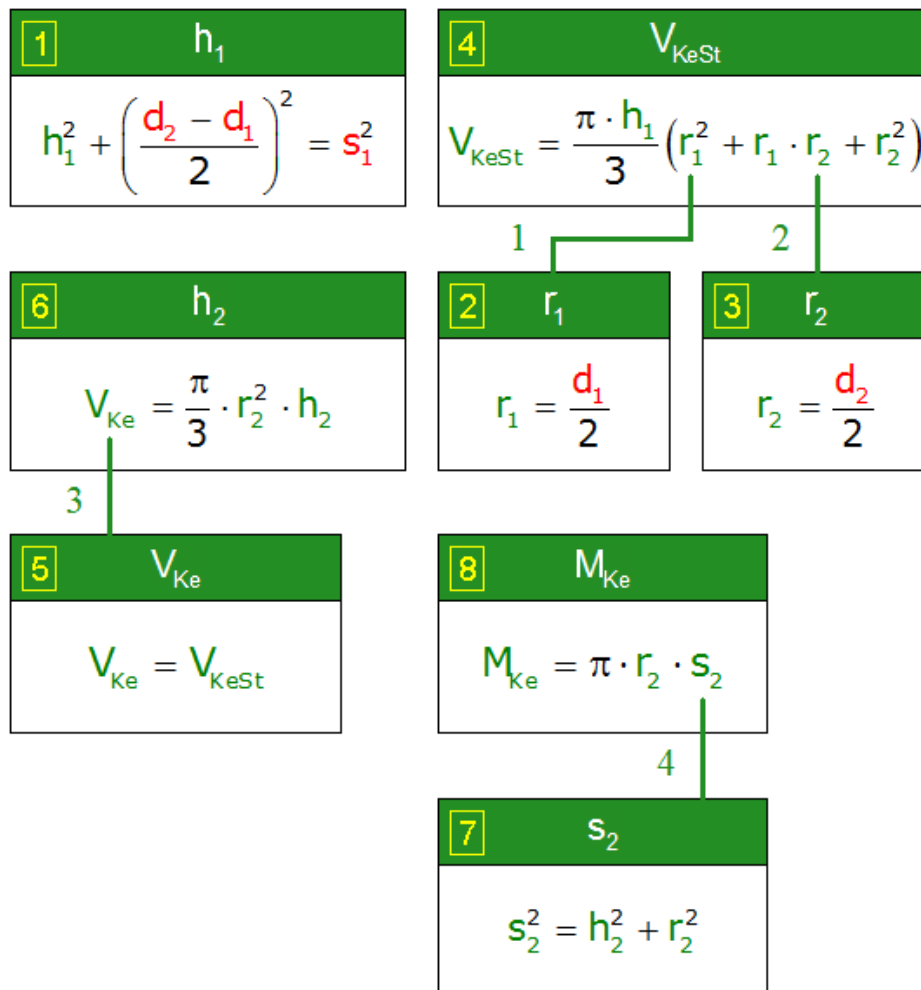
$$M_{\text{Ke}}$$

Skizze:



Strategie 1995 2a:

Struktogramm:



Lösung 1995 2a:

1. Berechnung der Kegelstumpfhöhe h_1 :

$$h_1^2 + \left(\frac{d_2 - d_1}{2}\right)^2 = s_1^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

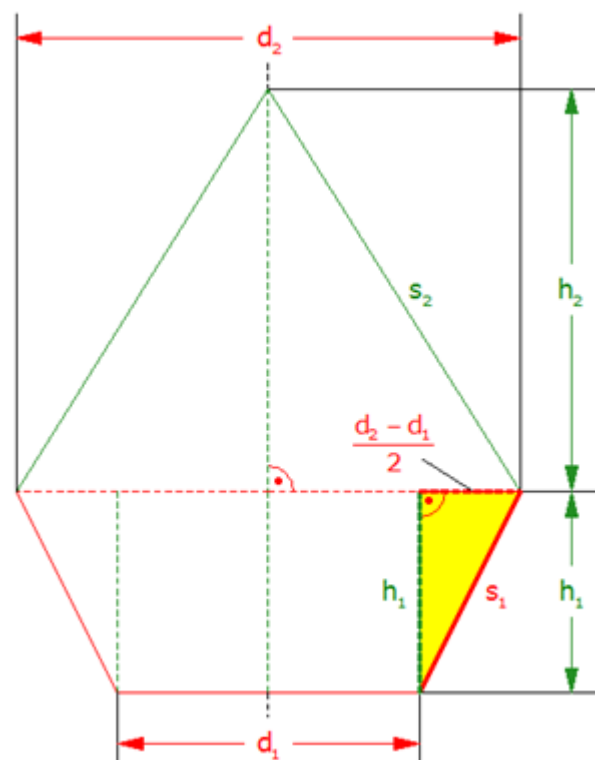
$$h_1^2 + \left(\frac{9 - 5,4}{2}\right)^2 = 4,2^2$$

$$h_1^2 + 1,8^2 = 4,2^2$$

$$h_1^2 + 3,24 = 17,64 \quad | - 3,24$$

$$h_1^2 = 14,4 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{\underline{h_1 = 3,8 \text{ cm}}}$$



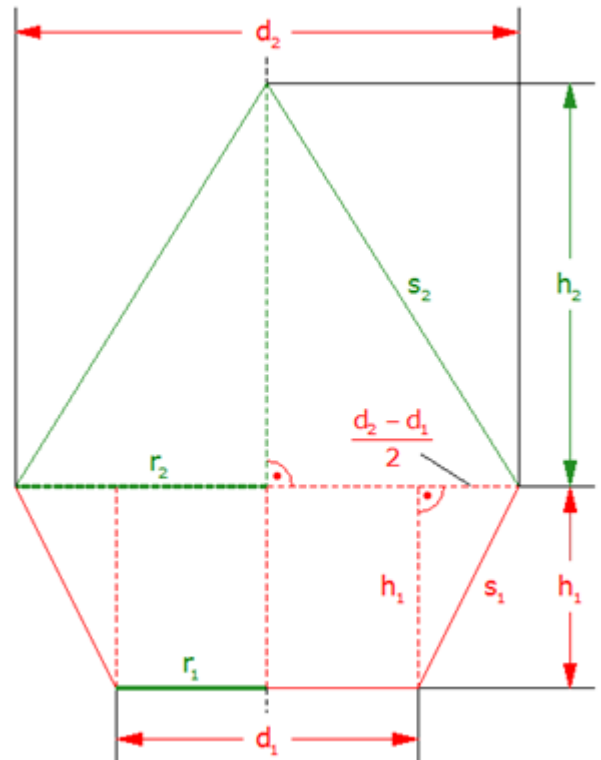
Lösung 1995 2a:

2. Berechnung des Radius r_1 :

$$r_1 = \frac{d_1}{2}$$

$$r_1 = \frac{5,4}{2}$$

$$\underline{r_1 = 2,7 \text{ cm}}$$

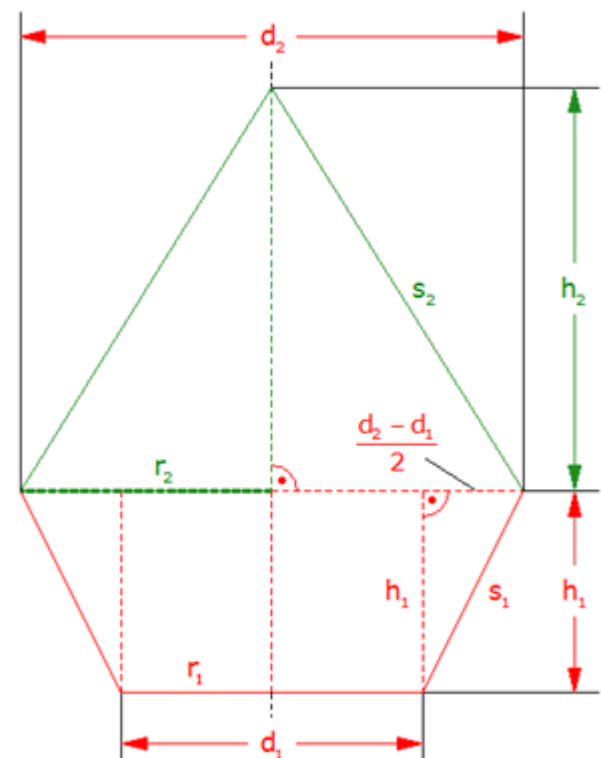


3. Berechnung des Radius r_2 :

$$r_2 = \frac{d_2}{2}$$

$$r_2 = \frac{9}{2}$$

$$\underline{r_2 = 4,5 \text{ cm}}$$



Lösung 1995 2a:

4. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

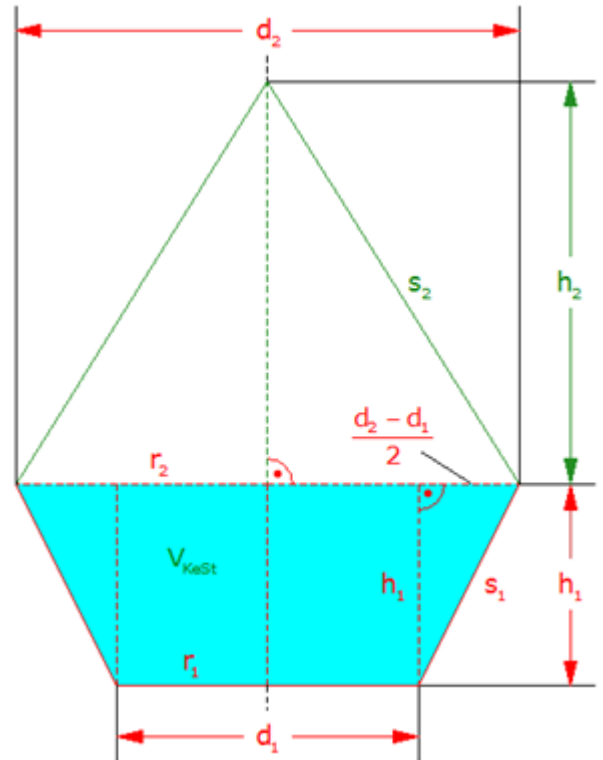
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi \cdot h_1}{3} (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2) \quad \text{Formel Kegelstumpfvolumen}$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi \cdot 3,8}{3} (2,7^2 + 2,7 \cdot 4,5 + 4,5^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi \cdot 3,8}{3} (7,29 + 12,15 + 20,25)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{\pi \cdot 3,8}{3} \cdot 39,69$$

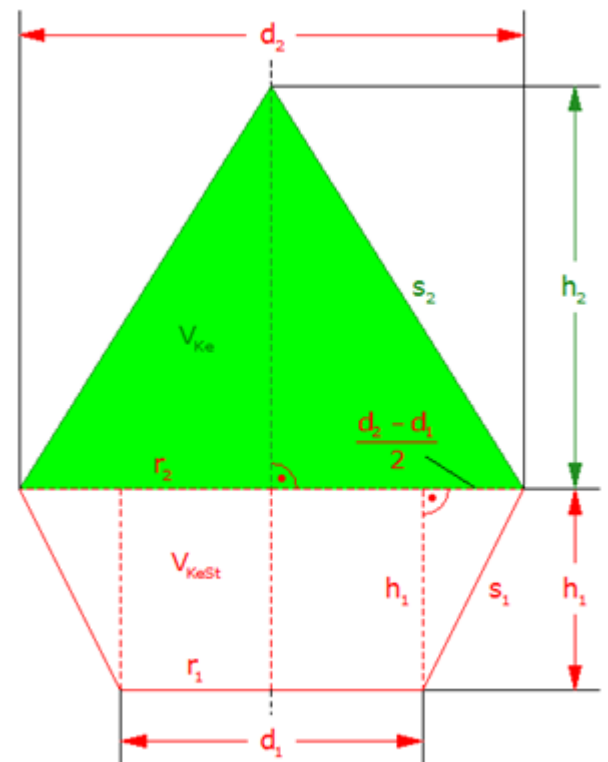
$$\underline{\underline{V_{\text{KeSt}} = 158 \text{ cm}^3}}$$



5. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{\text{Ke}} = V_{\text{KeSt}} \quad \text{siehe Aufgabenstellung}$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Ke}} = 158 \text{ cm}^3}}$$



Lösung 1995 2a:

6. Berechnung der Kegelhöhe h_2 :

$$V_{\text{ke}} = \frac{\pi}{3} r_2^2 \cdot h_2 \quad \text{Formel Kegelvolumen}$$

$$158 = \frac{\pi}{3} \cdot 4,5^2 \cdot h_2$$

$$158 = \frac{\pi}{3} \cdot 20,25 \cdot h_2 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot 20,25 \cdot h_2 = 158 \quad | \cdot 3$$

$$\pi \cdot 20,25 \cdot h_2 = 474 \quad | : 20,25$$

$$\pi \cdot h_2 = 23,41 \quad | : \pi$$

$$\underline{h_2 = 7,5 \text{ cm}}$$

7. Berechnung der Kegelseitenkante s_2 :

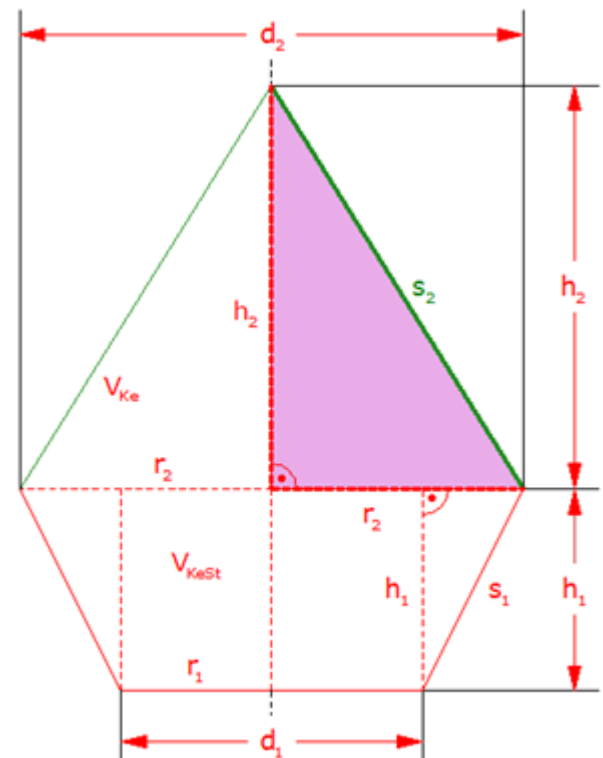
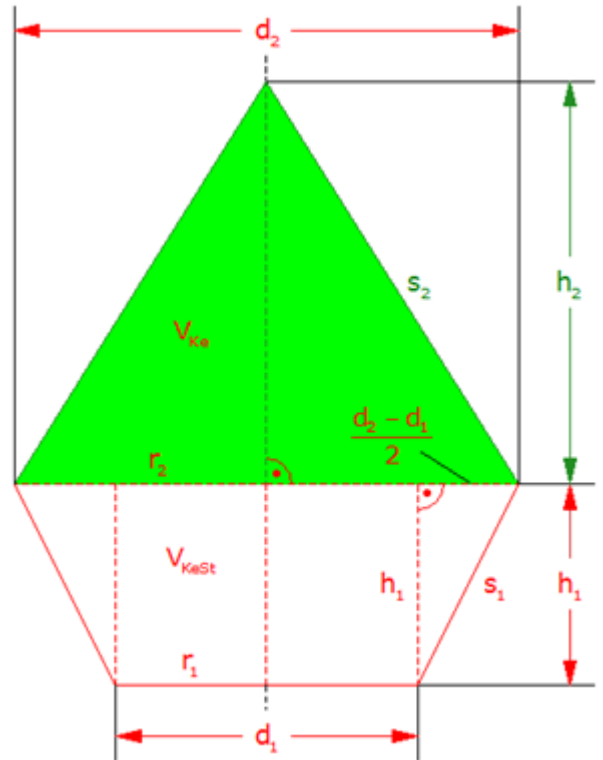
$$s_2^2 = h_2^2 + r_2^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen violetten Teildreieck}$$

$$s_2^2 = 7,5^2 + 4,5^2$$

$$s_2^2 = 56,25 + 20,25$$

$$s_2^2 = 76,5 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{s_2 = 8,7 \text{ cm}}$$



Lösung 1995 2a:

8. Berechnung der Kegelmantelfläche M_{Ke} :

$$M_{Ke} = \pi \cdot r_2 \cdot s_2 \quad \text{Formel Kegelmantel}$$

$$M_{Ke} = \pi \cdot 4,5 \cdot 8,7$$

$$\underline{\underline{M_{Ke} = 123 \text{ cm}^2}}$$

