Aufgabe 1995 1c: **3 P**

Eine regelmäßiger sechsseitiger Pyramidenstumpf ist gegeben durch:

Mantelfläche $M = 60e^2\sqrt{21}$

Grundkante $a_1 = 9e$

Deckkante $a_2 = e$

Berechnen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte die Höhe des Stumpfes in Abhängigkeit von e.

Strategie 1995 1c:

Gegeben:

Regelmäßiger sechsseitiger Pyramidenstumpf

$M = 60e^2\sqrt{21}$

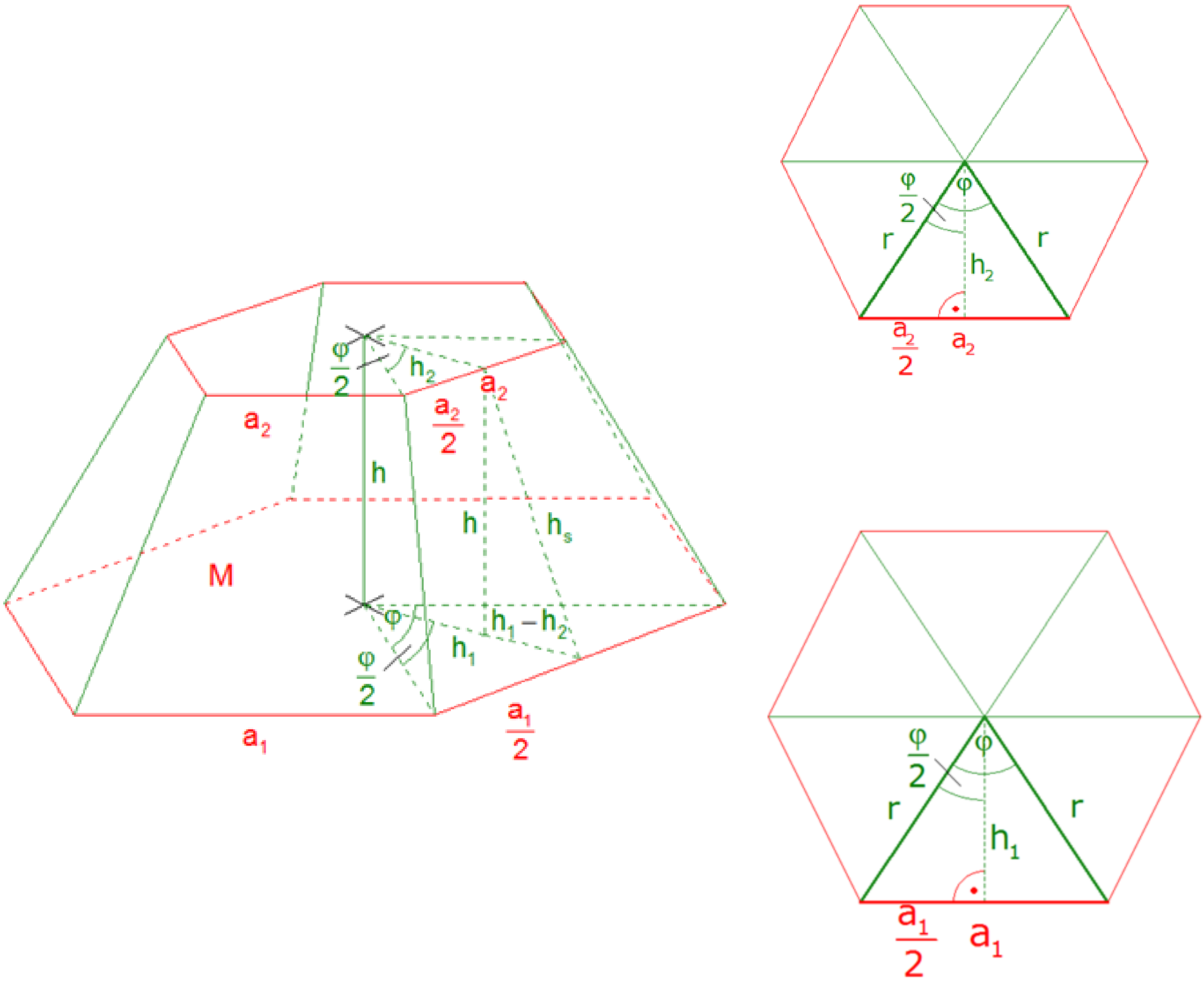
$a_1 = 9e$

$a_2 = e$

Gesucht:

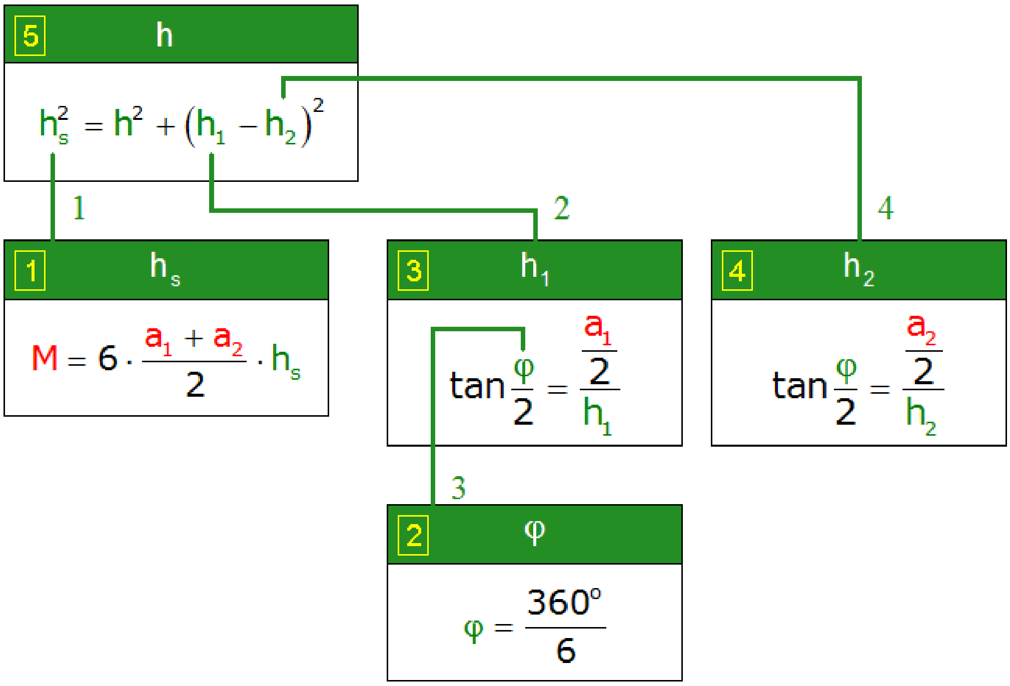
h

Skizze:



Strategie 1995 1c:

Struktogramm:



Lösung 1995 1c:

1. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s:

$$M = 6 \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot h_s$$

$$60e^2\sqrt{21} = 6 \cdot \frac{9e + e}{2} \cdot h_s$$

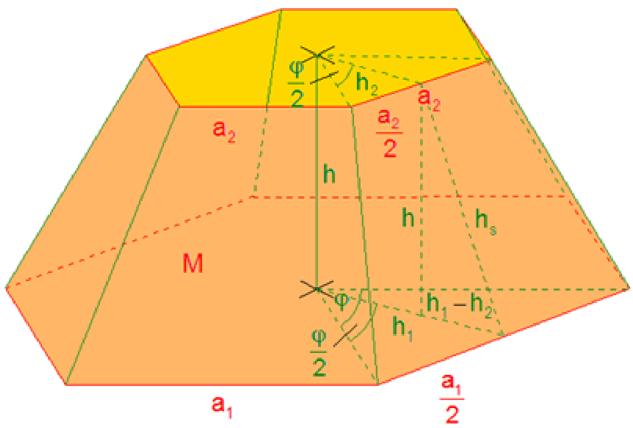
$$60e^2\sqrt{21} = 6 \cdot \frac{10e}{2} \cdot h_s \qquad \text{Seiten tauschen}$$

$$6 \cdot \frac{10e}{2} \cdot h_s = 60e^2\sqrt{21}$$

$$6 \cdot 5e \cdot h_s = 60e^2\sqrt{21}$$

$$30e \cdot h_s = 60e^2\sqrt{21} \qquad |:30e$$

$$\underline{h_s = 2e\sqrt{21}}$$

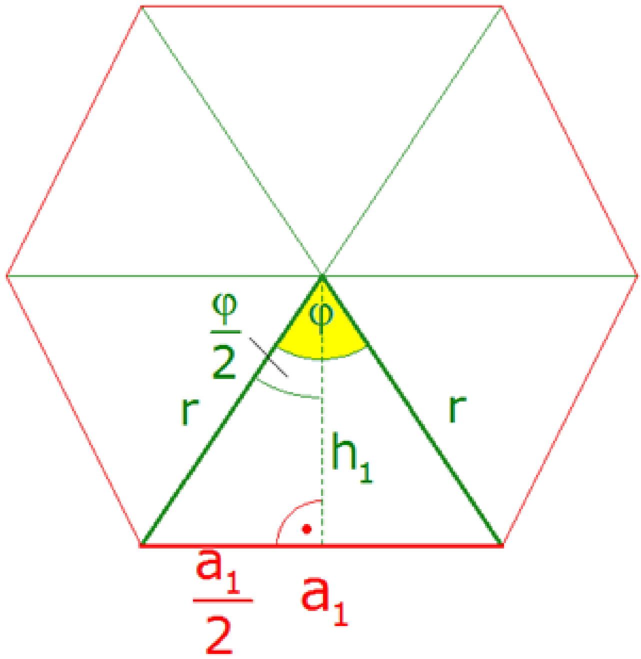


Lösung 1995 1c:

2. Berechnung des Winkels φ:

$$\varphi = \frac{360^\circ}{6}$$

$$\varphi = 60^\circ$$



3. Berechnung der Dreieckshöhe h_1:

$$\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\frac{a_1}{2}}{h_1}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\tan\frac{60^\circ}{2} = \frac{\frac{9e}{2}}{h_1}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{4{,}5e}{h_1}$$

$$\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3} = \frac{4{,}5e}{h_1} \qquad \left|\cdot h_1\right.$$

$$h_1\cdot\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3} = 4{,}5e \qquad \left|\cdot 3\right.$$

$$h_1\cdot\sqrt{3} = 13{,}5e \qquad \left|:\sqrt{3}\right.$$

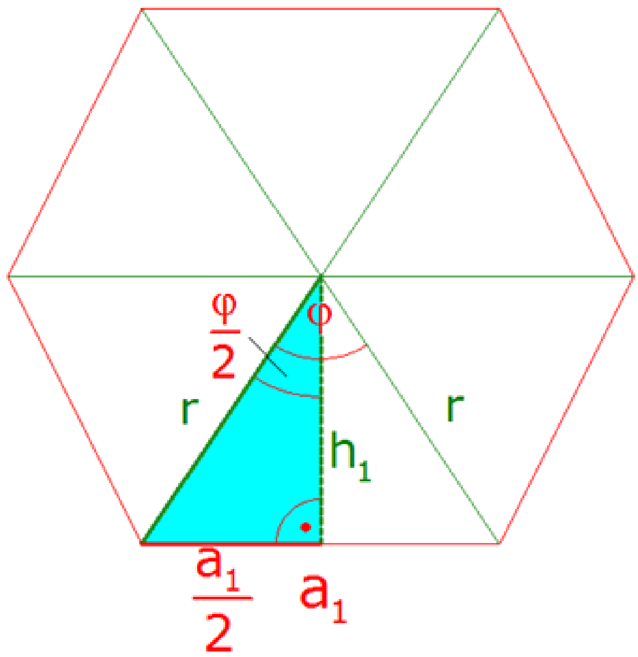
$$h_1 = \frac{13{,}5e}{\sqrt{3}}$$

$$h_1 = \frac{13{,}5e\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}$$

Nenner rational machen

$$h_1 = \frac{13{,}5e\cdot\sqrt{3}}{3}$$

$$h_1 = 4{,}5e\cdot\sqrt{3}$$



Lösung 1995 1c:

4. Berechnung der Dreieckshöhe h_2:

$$\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\frac{a_2}{2}}{h_2}$$ Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\tan\frac{60^\circ}{2} = \frac{\frac{e}{2}}{h_2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{0{,}5e}{h_2}$$

$$\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3} = \frac{0{,}5e}{h_2} \qquad \Big|\cdot h_2$$

$$h_2\cdot\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3} = 0{,}5e \qquad \Big|\cdot 3$$

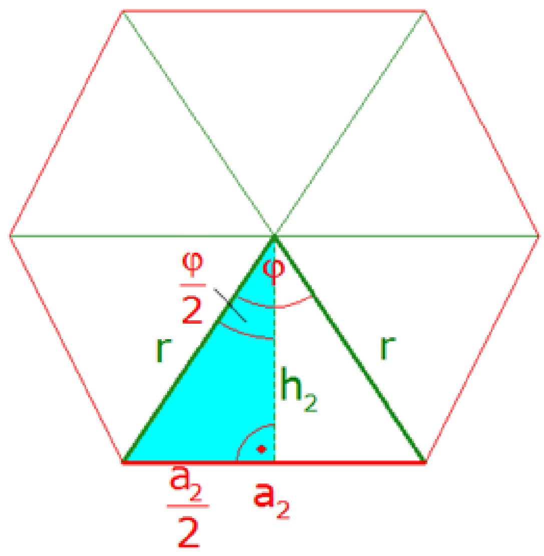
$$h_2\cdot\sqrt{3} = 1{,}5e \qquad \Big|:\sqrt{3}$$

$$h_2 = \frac{1{,}5e}{\sqrt{3}}$$

$$h_2 = \frac{1{,}5e\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}$$ Nenner rational machen

$$h_2 = \frac{1{,}5e\cdot\sqrt{3}}{3}$$

$$\underline{h_2 = 0{,}5e\cdot\sqrt{3}}$$



5. Berechnung des Pyramidenstumpfhöhe h:

$$h_s^2 = h^2 + (h_1 - h_2)^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$$\left(2e\sqrt{21}\right)^2 = h^2 + \left(4{,}5e\sqrt{3} - 0{,}5e\sqrt{3}\right)^2$$

$$\left(2e\sqrt{21}\right)^2 = h^2 + \left(4e\sqrt{3}\right)^2$$ Potenzgesetz: $(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$

$$2^2 e^2 \sqrt{21}^2 = h^2 + 4^2 e^2 \sqrt{3}^2$$

$$4e^2\cdot 21 = h^2 + 16e^2\cdot 3$$

$$84e^2 = h^2 + 48e^2$$ Seiten tauschen

$$h^2 + 48e^2 = 84e^2 \qquad \Big| -48e^2$$

$$h^2 = 36e^2 \qquad \Big|\sqrt{}$$

$$\underline{\underline{h = 6e}}$$