

Aufgabe 1995 1a:

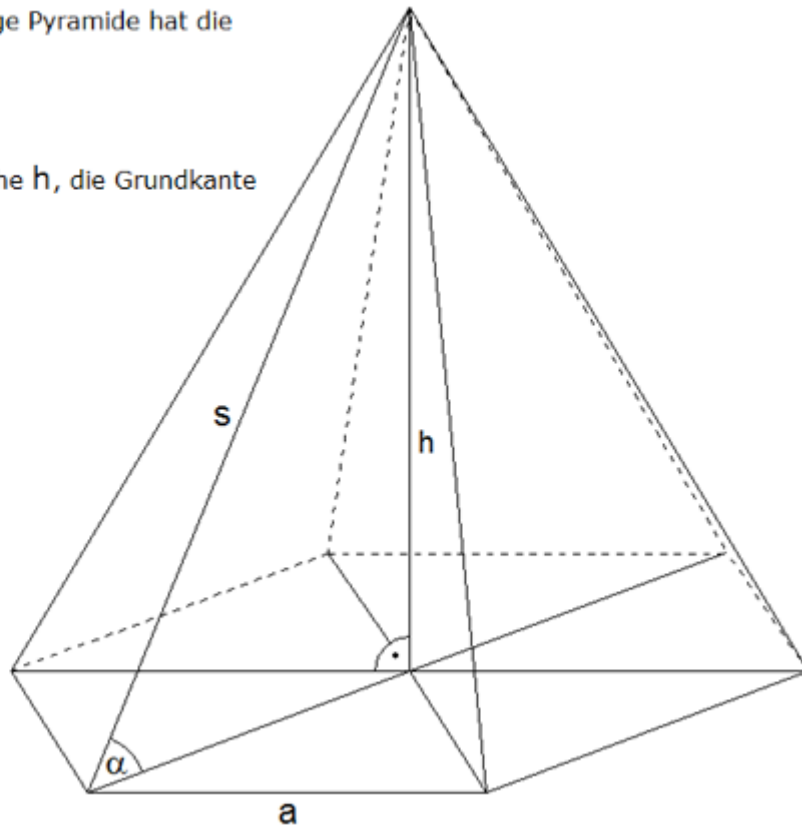
4 P

Eine regelmäßige sechseitige Pyramide hat die Maße:

$$s = 16,2 \text{ cm}$$

$$\alpha = 54,6^\circ$$

Berechnen Sie die Körperhöhe h , die Grundkante a und die Oberfläche.



Strategie 1995 1a:

Gegeben:

Regelmäßige sechseitige Pyramide

$$s = 16,2 \text{ cm}$$

$$\alpha = 54,6^\circ$$

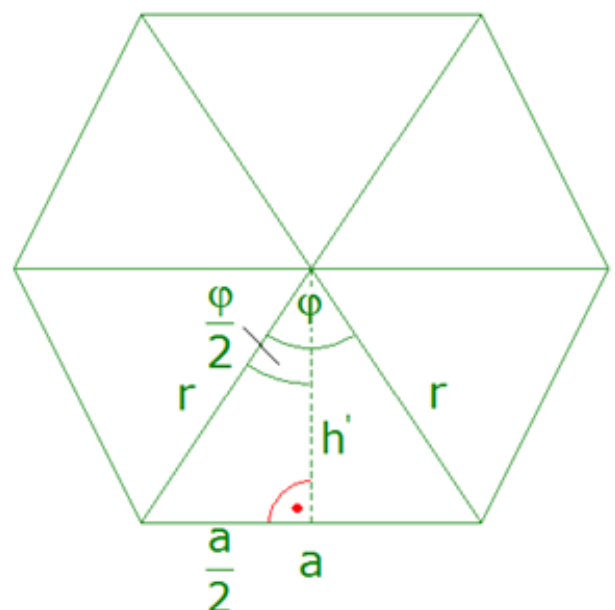
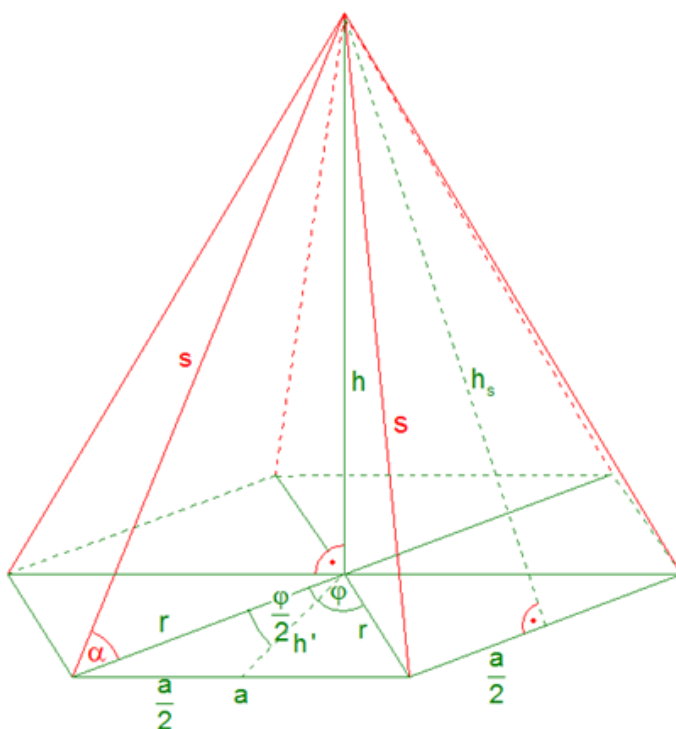
Gesucht:

h

a

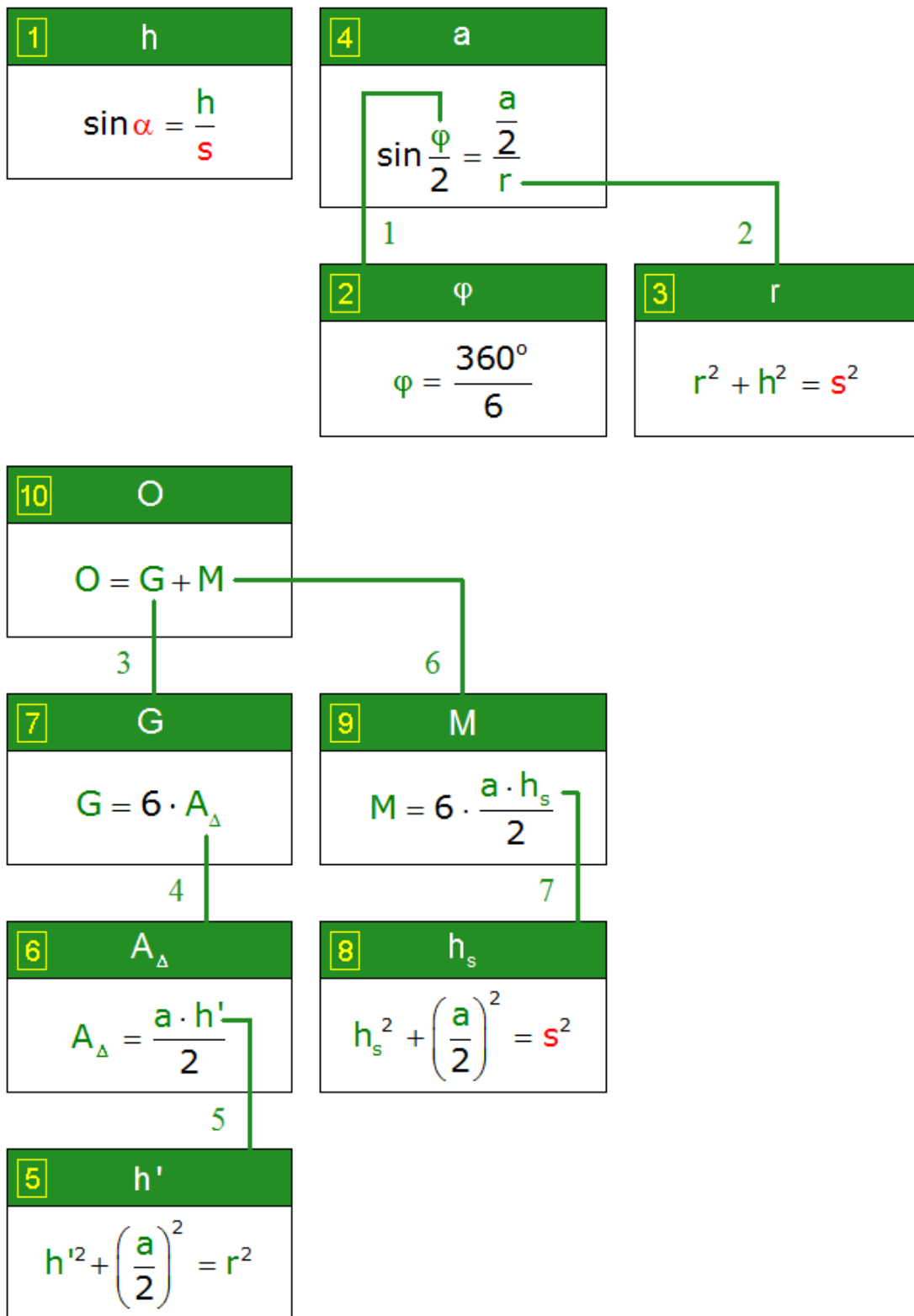
O

Skizze:



Strategie 1995 1a:

Struktogramm:



Lösung 1995 1a:

1. Berechnung der Pyramidenhöhe h :

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h}{s}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\sin 54,6^\circ = \frac{h}{16,2}$$

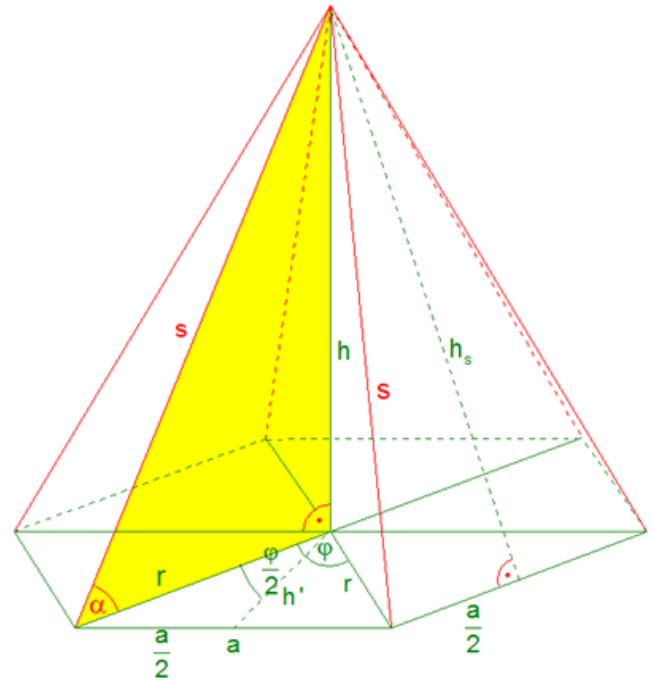
$$0,8151 = \frac{h}{16,2}$$

Seiten tauschen

$$\frac{h}{16,2} = 0,8151$$

$$| \cdot 16,2$$

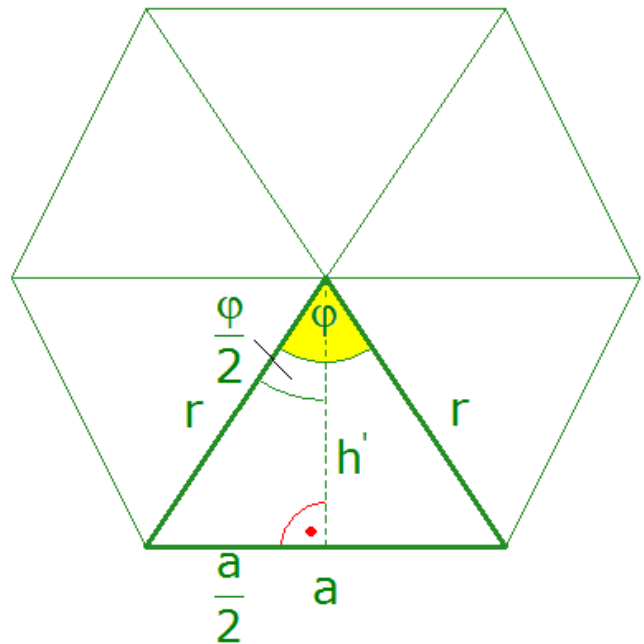
$$\underline{\underline{h = 13,2 \text{ cm}}}$$



2. Berechnung des Winkels φ :

$$\varphi = \frac{360^\circ}{6}$$

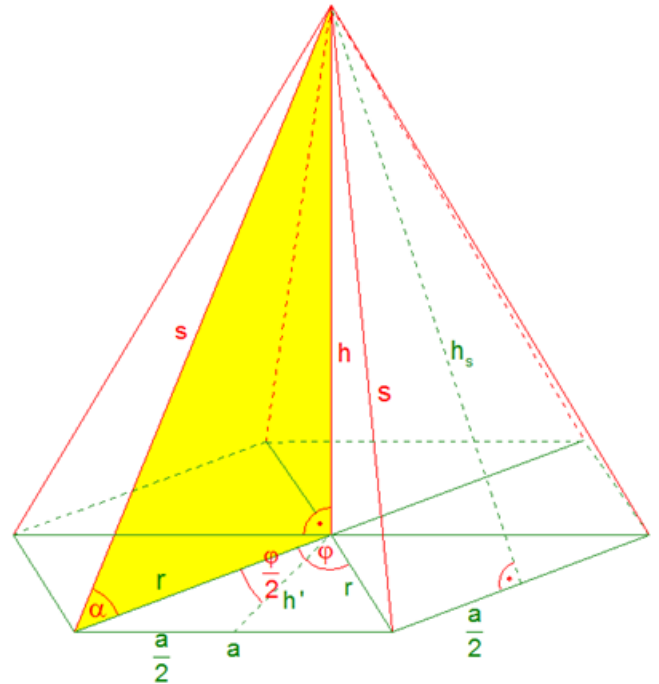
$$\underline{\underline{\varphi = 60^\circ}}$$



Lösung 1995 1a:

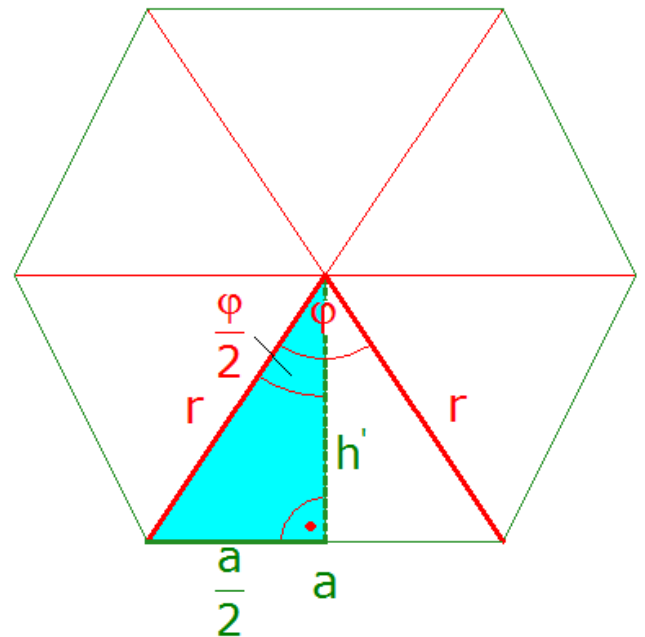
3. Berechnung des Radius r :

$$\begin{aligned} r^2 + h^2 &= s^2 && \text{Pythagoras im} \\ r^2 + 13,2^2 &= 16,2^2 && \text{rechtwinkligen} \\ r^2 + 174,24 &= 262,44 && \text{gelben} \\ & && \text{Teildreieck} \\ r^2 &= 88,2 && | \sqrt{} \\ \underline{r = 9,4 \text{ cm}} \end{aligned}$$



4. Berechnung der Grundkante a :

$$\begin{aligned} \sin \frac{\varphi}{2} &= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{r} && \begin{array}{l} \text{Sinusfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{hellblauen} \\ \text{Teildreieck} \end{array} \\ \sin \frac{60^\circ}{2} &= \frac{\frac{a}{2}}{9,4} \\ \sin 30^\circ &= \frac{\frac{a}{2}}{9,4} \\ 0,5 &= \frac{\frac{a}{2}}{9,4} && \text{Seiten tauschen} \\ \frac{\frac{a}{2}}{9,4} &= 0,5 && | \cdot 9,4 \\ \frac{a}{2} &= 4,7 && | \cdot 2 \\ \underline{\underline{a = 9,4 \text{ cm}}} \end{aligned}$$



Lösung 1995 1a:

5. Berechnung der Dreieckshöhe h' :

$$h'^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = r^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
hellblauen
Teildreieck

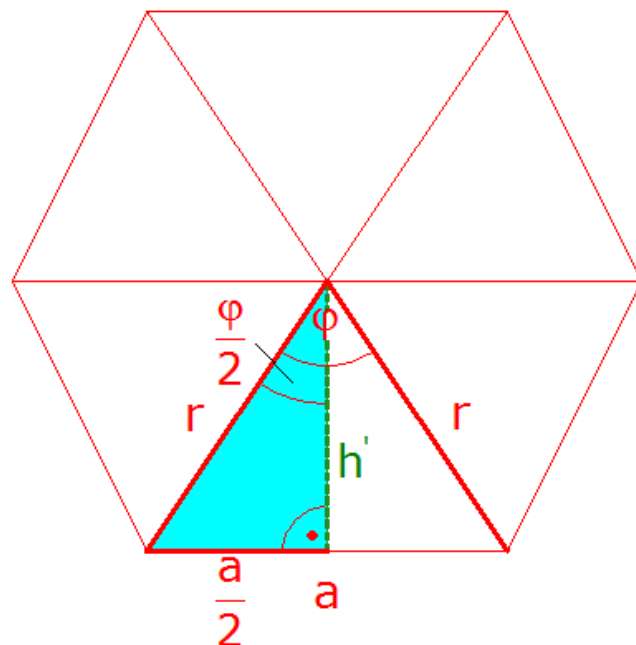
$$h'^2 + \left(\frac{9,4}{2}\right)^2 = 9,4^2$$

$$h'^2 + 4,7^2 = 9,4^2$$

$$h'^2 + 22,09 = 88,36 \quad | - 22,09$$

$$h'^2 = 66,27 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h' = 8,15 \text{ cm}}$$

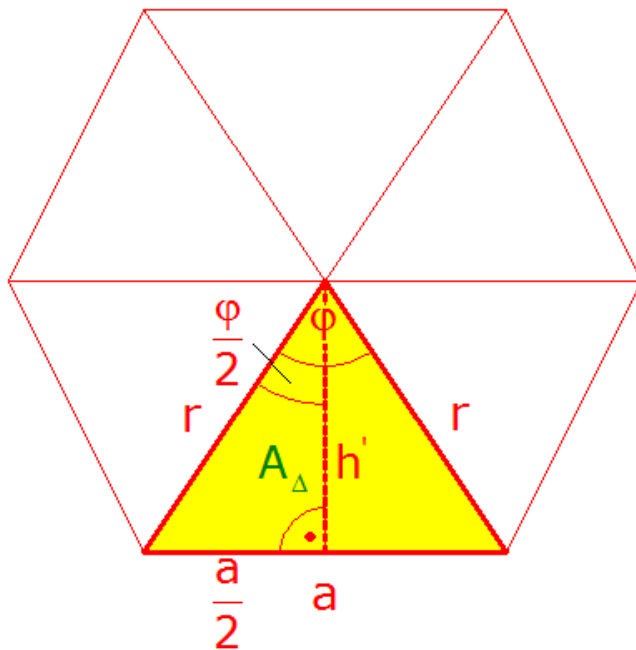


6. Berechnung der Dreiecksfläche A_{Δ} :

$$A_{\Delta} = \frac{a \cdot h'}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{9,4 \cdot 8,15}{2}$$

$$\underline{A_{\Delta} = 38,31 \text{ cm}^2}$$

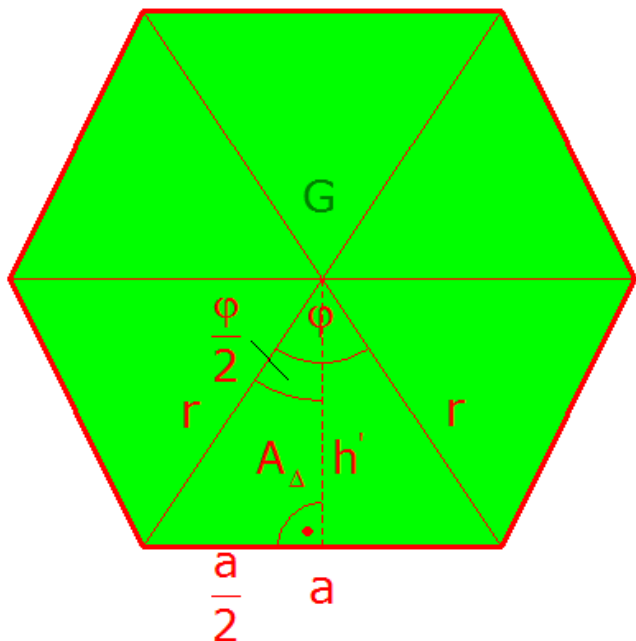


7. Berechnung der Grundfläche G :

$$G = 6 \cdot A_{\Delta}$$

$$G = 6 \cdot 38,31$$

$$\underline{G = 229,86 \text{ cm}^2}$$



Lösung 1995 1a:

8. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s :

$$h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2$$

Pythagoras im
rechtwinkligen
violett
Teildreieck

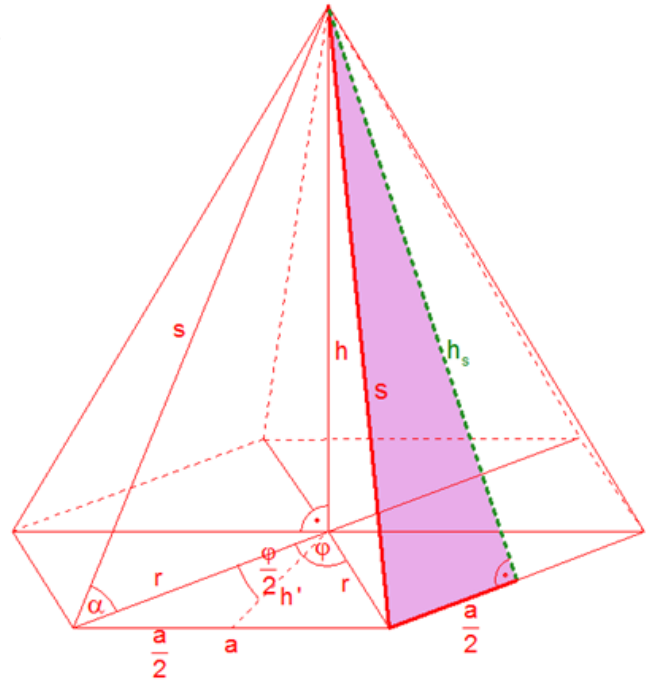
$$h_s^2 + \left(\frac{9,4}{2}\right)^2 = 16,2^2$$

$$h_s^2 + 4,7^2 = 16,2^2$$

$$h_s^2 + 22,09 = 262,44 \quad | - 22,09$$

$$h_s^2 = 240,35 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h_s = 15,5 \text{ cm}}$$

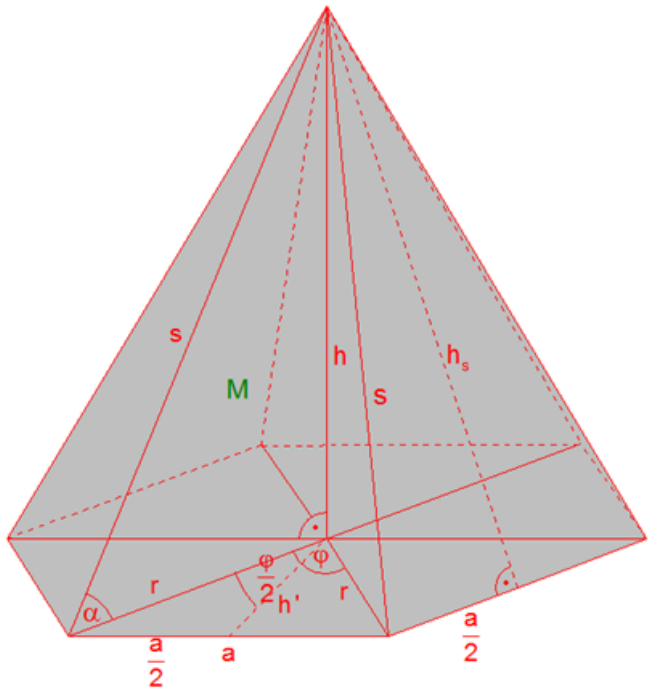


9. Berechnung des Pyramidenmantels M :

$$M = 6 \cdot \frac{a \cdot h_s}{2}$$

$$M = 6 \cdot \frac{9,4 \cdot 15,5}{2}$$

$$\underline{M = 437,1 \text{ cm}^2}$$



Lösung 1995 1a:

10. Berechnung der Pyramidenoberfläche O:

$$O = G + M$$

$$O = 229,86 + 437,1$$

$$\underline{\underline{O = 667 \text{ cm}^2}}$$

