

Aufgabe 1994 3b:

4 P

Im nebenstehenden Viereck ABCD gilt:

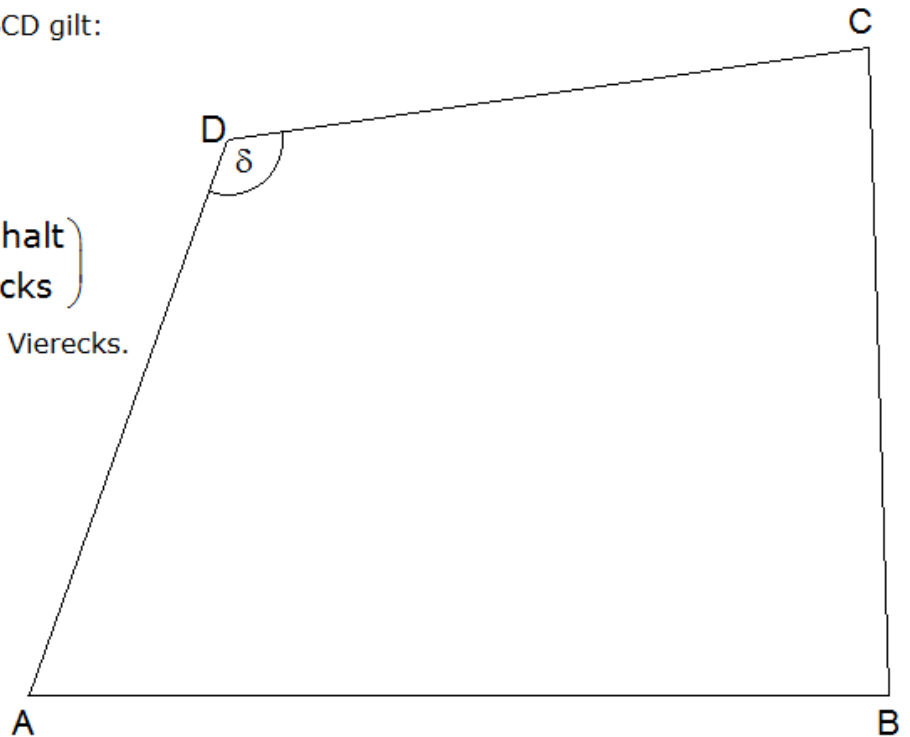
$$\overline{AB} = \overline{BD} = 13,2 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 8,1 \text{ cm}$$

$$\delta = 121,0^\circ$$

$$A = 90 \text{ cm}^2 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Flächeninhalt} \\ \text{des Vierecks} \end{array} \right)$$

Berechnen Sie den Umfang des Vierecks.



Strategie 1994 3b:

Gegeben:

$$\overline{AB} = \overline{BD} = 13,2 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 8,1 \text{ cm}$$

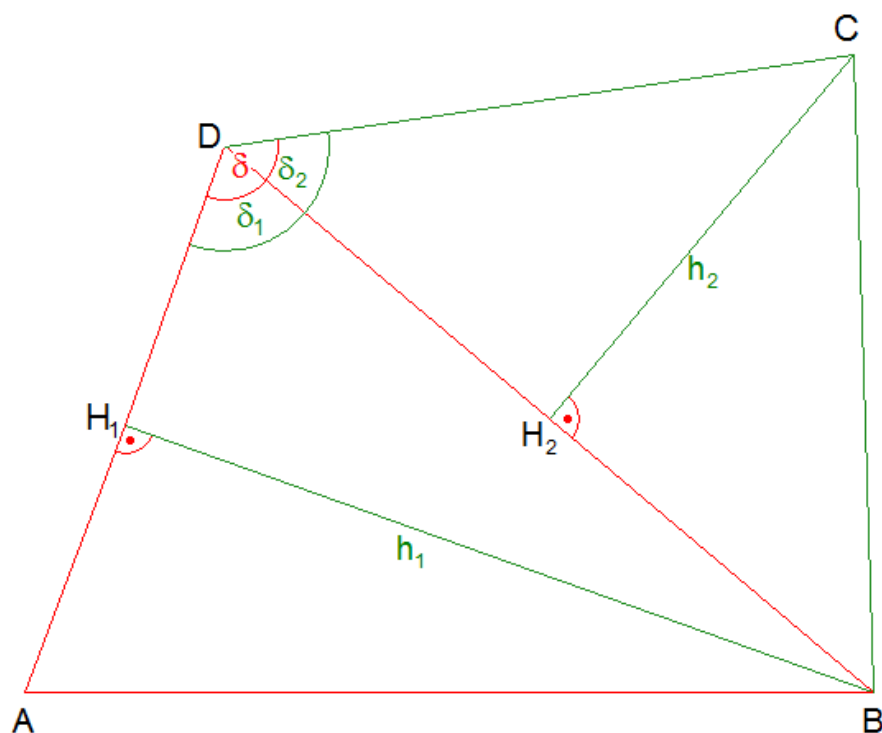
$$\delta = 121,0^\circ$$

$$A = 90 \text{ cm}^2$$

Gesucht:

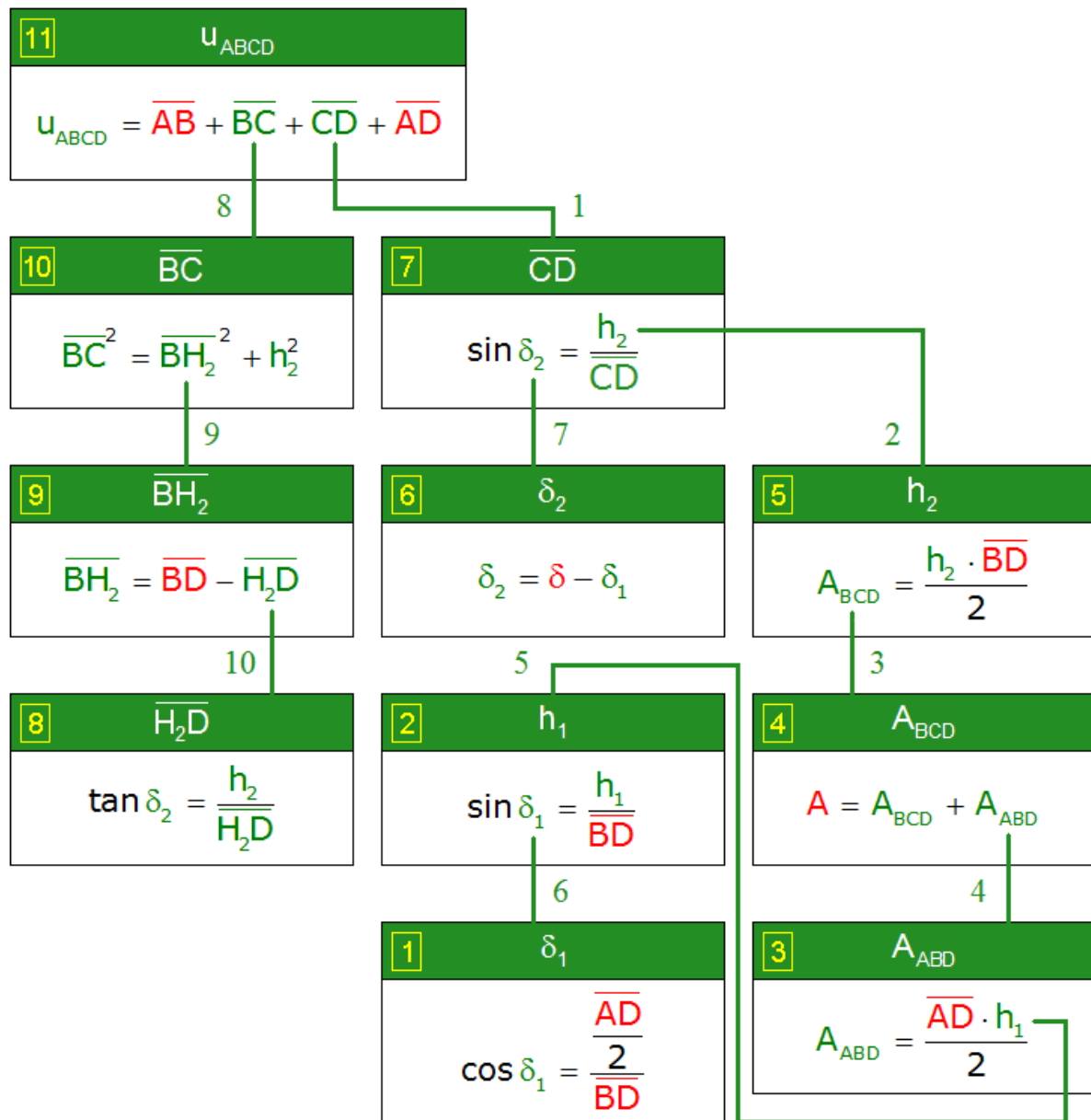
$$U_{ABCD}$$

Skizze:



Strategie 1994 3b:

Struktogramm:



Lösung 1994 3b:

1. Berechnung des Winkels δ_1 :

$$\cos \delta_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{AD}}{2 \cdot \overline{BD}}$$

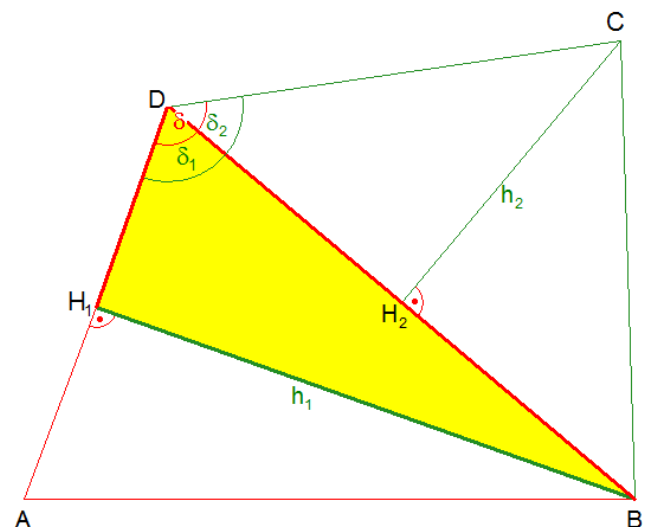
Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\cos \delta_1 = \frac{8,1}{13,2}$$

$$\cos \delta_1 = \frac{4,05}{6,6}$$

$$\cos \delta_1 = 0,3068$$

$$\delta_1 = 72,1^\circ$$



Lösung 1994 3b:

2. Berechnung der Dreieckshöhe h_1 :

$$\sin \delta_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_1}{BD}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck BDH_1

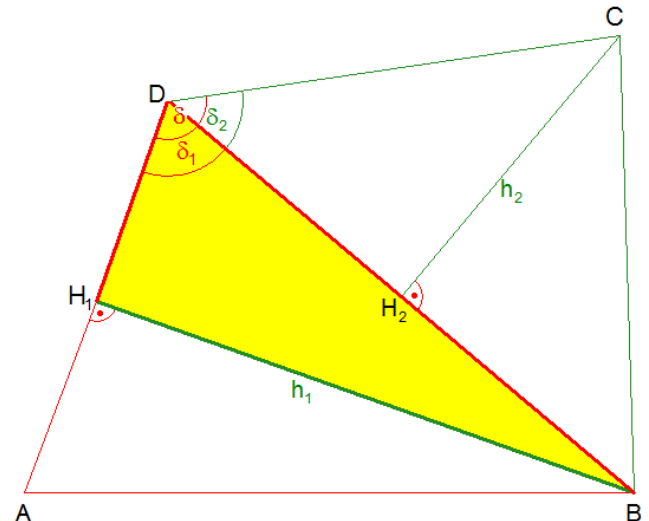
$$\sin 72,1^\circ = \frac{h_1}{13,2}$$

$$0,9516 = \frac{h_1}{13,2}$$

Seiten tauschen

$$\frac{h_1}{13,2} = 0,9516 \quad | \cdot 13,2$$

$$\underline{h_1 = 12,6 \text{ cm}}$$



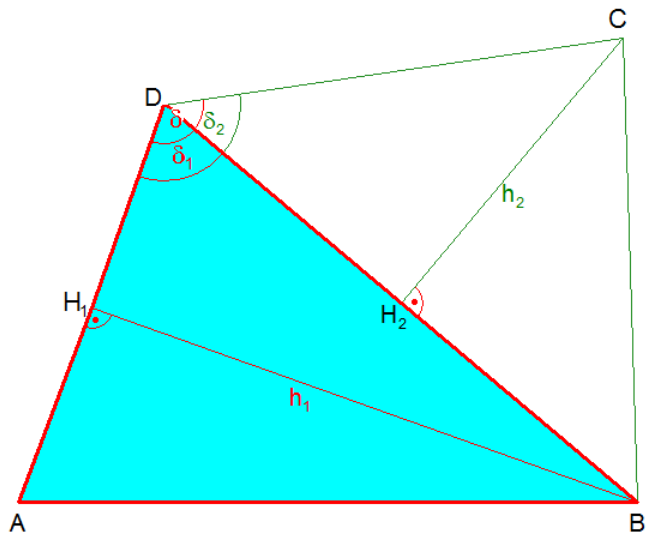
3. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ABD} :

$$A_{ABD} = \frac{\overline{AD} \cdot h_1}{2}$$

Formel Dreiecksfläche

$$A_{ABD} = \frac{8,1 \cdot 12,6}{2}$$

$$\underline{A_{ABD} = 51 \text{ cm}^2}$$



4. Berechnung der Dreiecksfläche A_{BCD} :

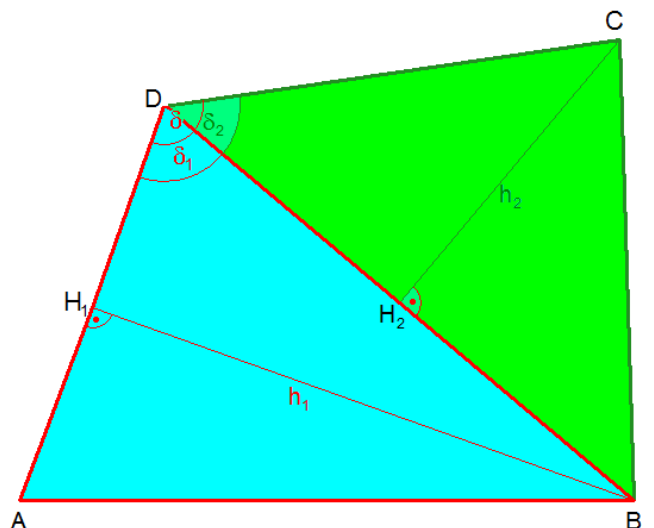
$$A = A_{BCD} + A_{ABD}$$

$$90 = A_{BCD} + 51$$

Seiten tauschen

$$A_{BCD} + 51 = 90 \quad | - 51$$

$$\underline{A_{BCD} = 39 \text{ cm}^2}$$



Lösung 1994 3b:

5. Berechnung der Dreieckshöhe h_2 :

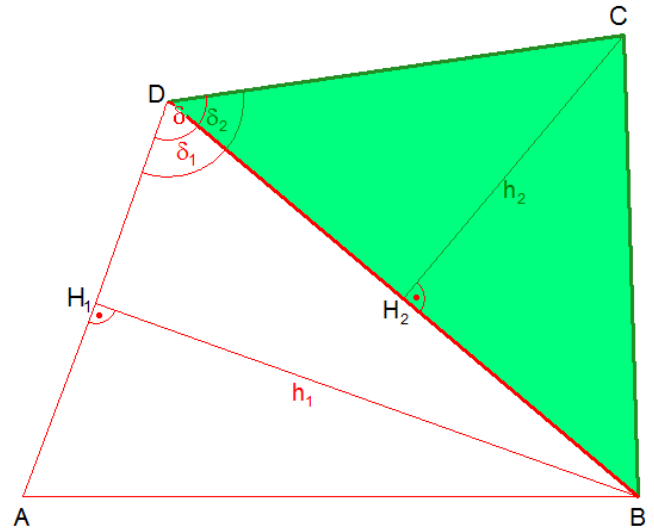
$$A_{BCD} = \frac{\overline{BD} \cdot h_2}{2} \quad \text{Formel Dreiecksfläche}$$

$$39 = \frac{13,2 \cdot h_2}{2} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{13,2 \cdot h_2}{2} = 39$$

$$6,6 \cdot h_2 = 39 \quad | : 6,6$$

$$\underline{h_2 = 5,9 \text{ cm}}$$

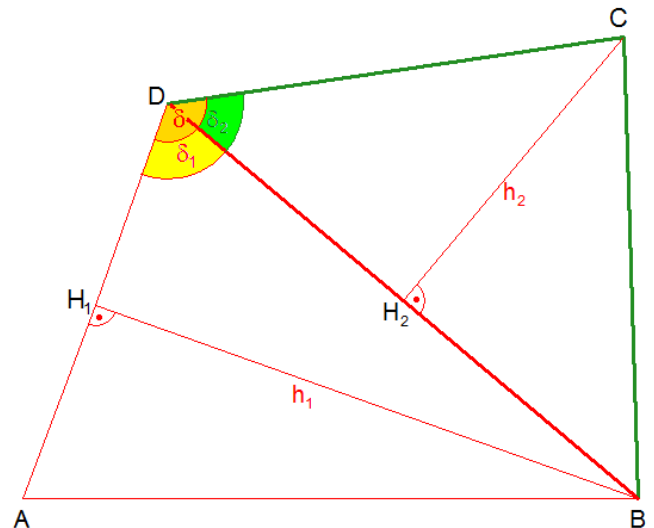


6. Berechnung des Winkels δ_2 :

$$\delta_2 = \delta - \delta_1$$

$$\delta_2 = 121^\circ - 72,1^\circ$$

$$\underline{\delta_2 = 48,9^\circ}$$



7. Berechnung der Strecke $\overline{CD}$:

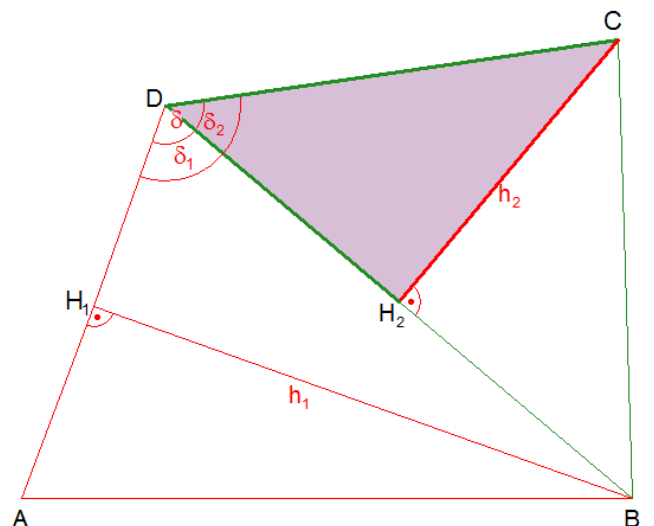
$$\sin \delta_2 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_2}{\overline{CD}} \quad \text{Sinusfunktion im rechtwinkligen violetten Teildreieck CDH}_2$$

$$\sin 48,9^\circ = \frac{5,9}{\overline{CD}}$$

$$0,7536 = \frac{5,9}{\overline{CD}} \quad | \cdot \overline{CD}$$

$$\overline{CD} \cdot 0,7536 = 5,9 \quad | : 0,7536$$

$$\underline{\overline{CD} = 7,8 \text{ cm}}$$



Lösung 1994 3b:

8. Berechnung der Strecke $\overline{H_2D}$:

$$\tan \delta_2 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_2}{\overline{H_2D}}$$

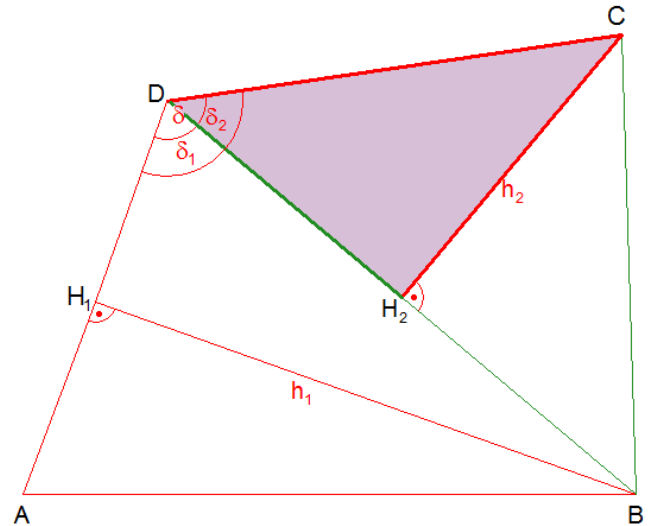
Tangensfunktion im rechtwinkligen violetten Teildreieck CDH_2

$$\tan 48,9^\circ = \frac{5,9}{\overline{H_2D}}$$

$$1,1463 = \frac{5,9}{\overline{H_2D}} \quad | \cdot \overline{H_2D}$$

$$\overline{H_2D} \cdot 1,1463 = 5,9 \quad | : 1,1463$$

$$\underline{\overline{H_2D} = 5,1 \text{ cm}}$$

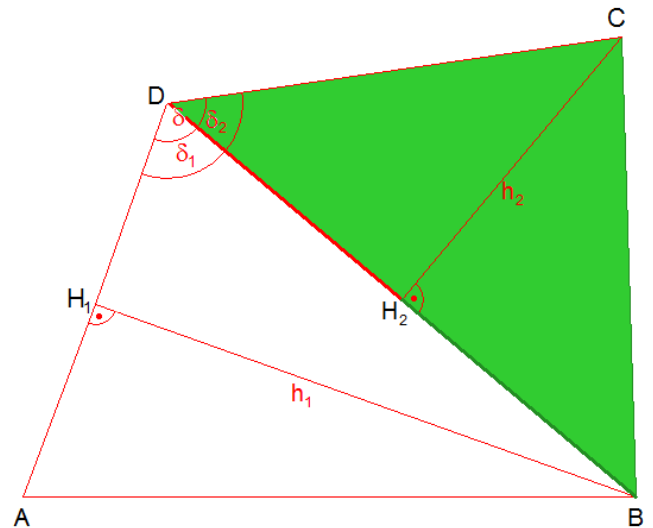


9. Berechnung der Strecke $\overline{BH_2}$:

$$\overline{BH_2} = \overline{BD} - \overline{H_2D}$$

$$\overline{BH_2} = 13,2 - 5,1$$

$$\underline{\overline{BH_2} = 8,1 \text{ cm}}$$



10. Berechnung der Strecke $\overline{BC}$:

$$\overline{BC}^2 = \overline{BH_2}^2 + h_2^2$$

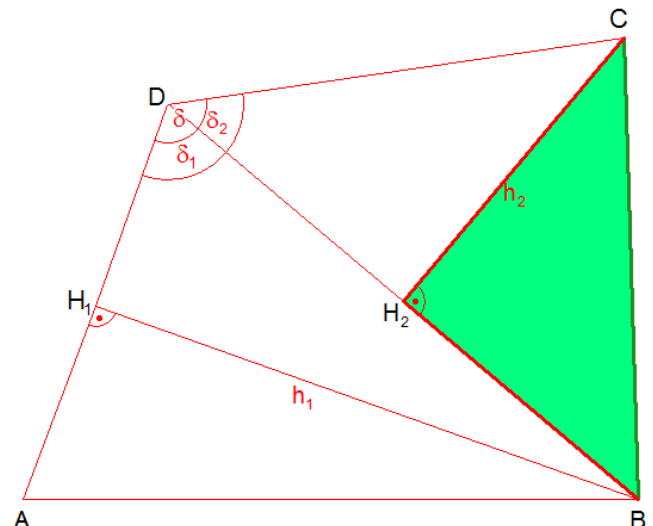
Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$$\overline{BC}^2 = 8,1^2 + 5,9^2$$

$$\overline{BC}^2 = 65,61 + 34,81$$

$$\overline{BC}^2 = 100,42 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{\overline{BC} = 10 \text{ cm}}$$



Lösung 1994 3b:

11. Berechnung des Viereck-Umfangs u_{ABCD} :

$$u_{ABCD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$$

$$u_{ABCD} = 13,2 + 10 + 7,8 + 8,1$$

$$\underline{\underline{u_{ABCD} = 39,1 \text{ cm}}}$$

