Aufgabe 1994 2b: **4 P**

Ein anderer Körper (Halbkugel mit Kegelstumpf) hat die Maße:

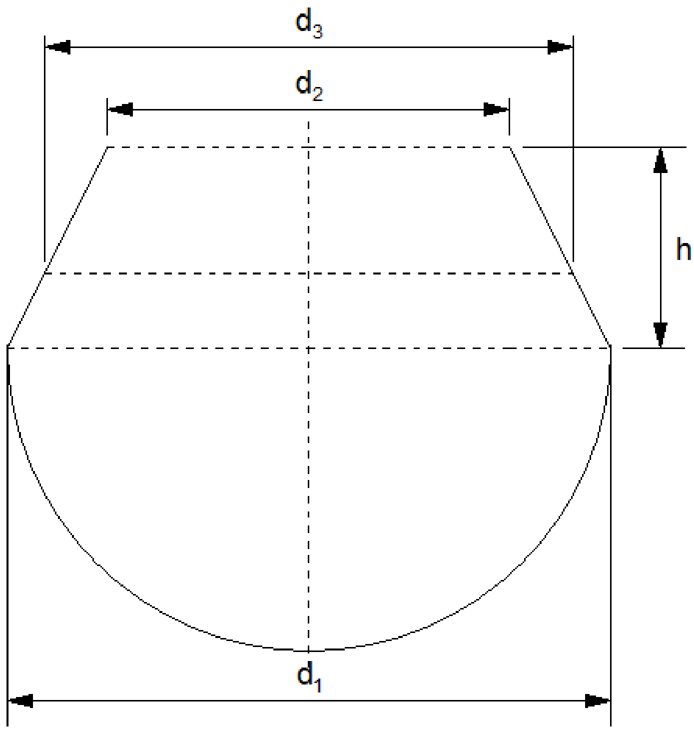
$V = 3{,}0\,\text{dm}^3$

$d_1 = 18{,}0\,\text{cm}$

$d_2 = 9{,}0\,\text{cm}$

Berechnen Sie h (s. Skizze).
Der Kegelstumpf wird parallel zu seiner Deckfläche so abgeschnitten, daß die neue Deckfläche den Durchmesser $d_3 = 14{,}0\,\text{cm}$ hat.

Berechnen Sie das Volumen des neuen zusammengesetzten Körpers.



Strategie 1994 2b:

Gegeben:

Halbkugel mit Kegelstumpf

$V = 3{,}0\,\text{dm}^3 = 3000\,\text{cm}^3$

$d_1 = 18{,}0\,\text{cm}$

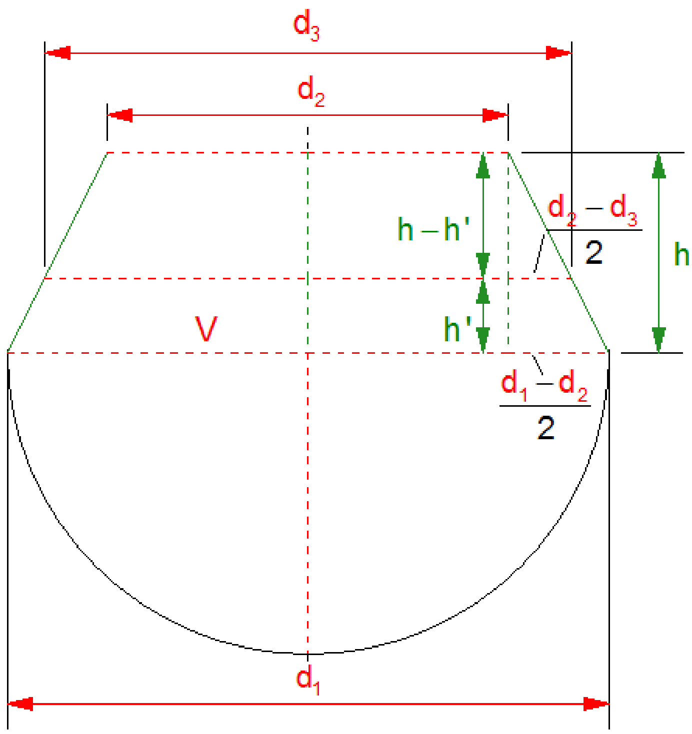
$d_2 = 9{,}0\,\text{cm}$

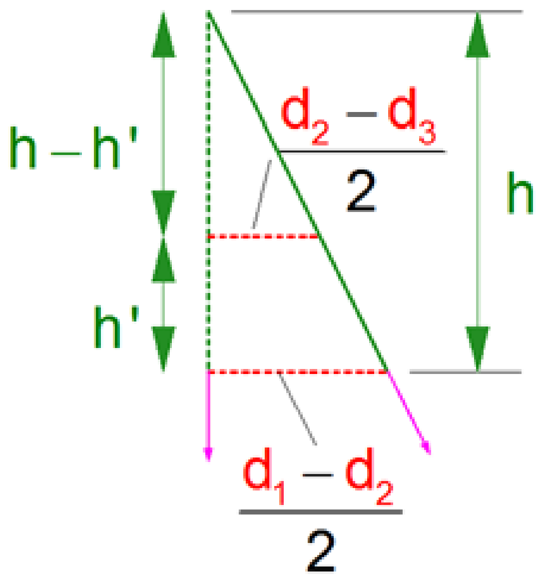
Gesucht:

h

V_R

Skizze:





Strategie 1994 2b:

Struktogramm:

1 h

$$V = V_{HKugel} + V_{KeSt}$$

$$V = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3 + \frac{\pi \cdot h}{3}\left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$$

3 V_R

$$V_R = V_{HKugel} + V_{KeSt}$$

$$V_R = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3 + \frac{\pi \cdot h'}{3}\left(r_1^2 + r_1 \cdot r_3 + r_3^2\right)$$

1

2 h'

$$(h - h') : h = \frac{d_3 - d_2}{2} : \frac{d_1 - d_2}{2}$$

Lösung 1994 2b:

1. Berechnung der Kegelstumpfhöhe h:

$$V = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3 + \frac{\pi \cdot h}{3}\left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$$

$$3000 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 9^3 + \frac{\pi \cdot h}{3}\left(9^2 + 9 \cdot 4{,}5 + 4{,}5^2\right)$$

$$3000 = 1527 + \frac{\pi \cdot h}{3}(81 + 40{,}5 + 20{,}25)$$

$$3000 = 1527 + \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot 141{,}75 \qquad \left| -1527\right.$$

$$1473 = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot 141{,}75$$

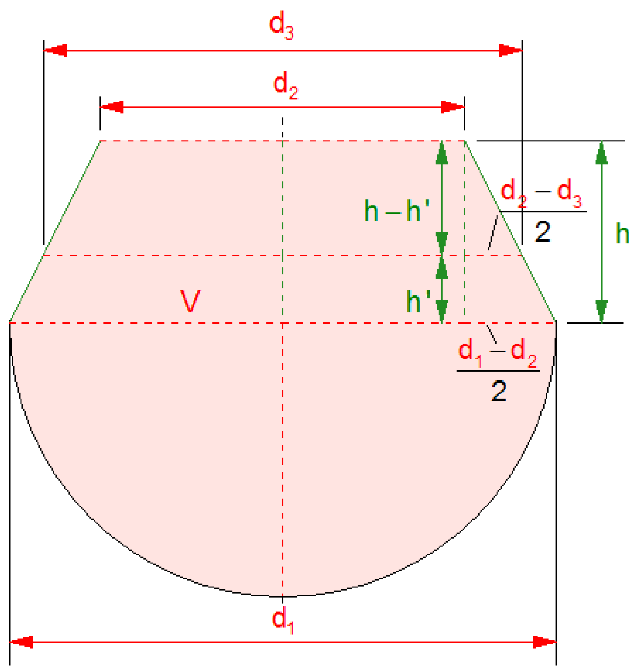
Seiten tauschen

$$\frac{\pi \cdot h}{3} \cdot 141{,}75 = 1473 \qquad \left| : 141{,}75\right.$$

$$\frac{\pi \cdot h}{3} = 10{,}39 \qquad \left| \cdot 3\right.$$

$$\pi \cdot h = 31{,}17 \qquad \left| : \pi\right.$$

$$\underline{\underline{h = 9{,}9\,cm}}$$



Lösung 1994 2b:

2. Berechnung der Kegelstumpfhöhe h':

$$(h-h'):h=\frac{d_3-d_2}{2}:\frac{d_1-d_2}{2}$$ 2. Strahlensatz

$$(9{,}9-h'):9{,}9=\frac{14-9}{2}:\frac{18-9}{2}$$

$$(9{,}9-h'):9{,}9=\frac{5}{2}:\frac{9}{2}$$

$$(9{,}9-h'):9{,}9=2{,}5:4{,}5$$

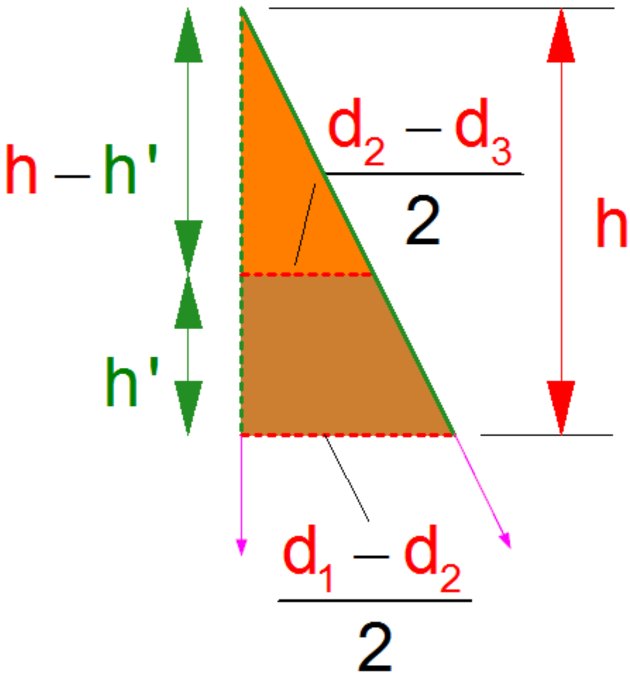
$$\frac{(9{,}9-h')}{9{,}9}=\frac{2{,}5}{4{,}5} \qquad |\cdot 9{,}9$$

$$9{,}9-h'=\frac{2{,}5}{4{,}5}\cdot 9{,}9$$

$$9{,}9-h'=5{,}5 \qquad |-9{,}9$$

$$-h'=-4{,}4 \qquad |\cdot(-1)$$

$$\underline{h'=4{,}4\,\text{cm}}$$



3. Berechnung des Volumens des neuen Körpers V_R:

$$V_R=\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r_1^3+\frac{\pi\cdot h'}{3}\left(r_1^2+r_1\cdot r_3+r_3^2\right)$$

$$V_R=\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot 9^3+\frac{\pi\cdot 4{,}4}{3}\left(9^2+9\cdot 7+7^2\right)$$

$$V_R=1527+\frac{\pi\cdot 4{,}4}{3}\cdot 193$$

$$V_R=1527+889$$

$$\underline{\underline{V_R=2416\,\text{cm}^3=2{,}42\,\text{dm}^3}}$$