Aufgabe 1994 1c: 3 P

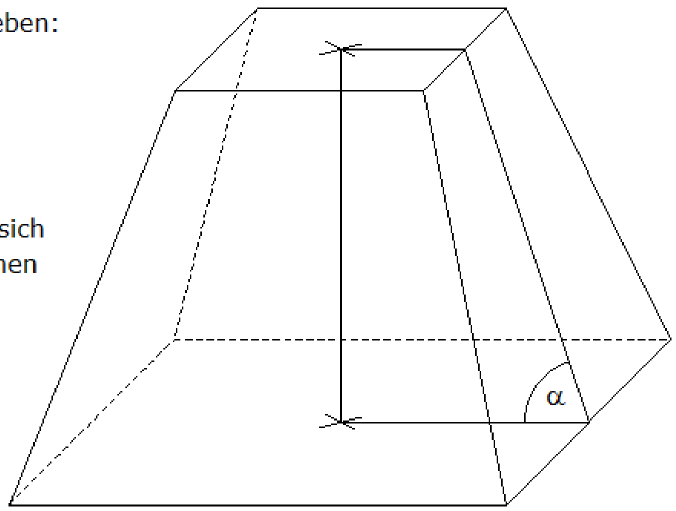
Von einem quadratischen Pyramidenstumpf sind gegeben:

$d_1 = 10e\sqrt{2}$ (Diagonale Grundfläche)

$d_2 = 4e\sqrt{2}$ (Diagonale Deckfläche)

$\alpha = 60°$

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, daß sich das Volumen mit der Formel $V = 156e^3\sqrt{3}$ berechnen läßt.



Strategie 1994 1c:

Gegeben:

Quadratischer Pyramidenstumpf

$d_1 = 10e\sqrt{2}$

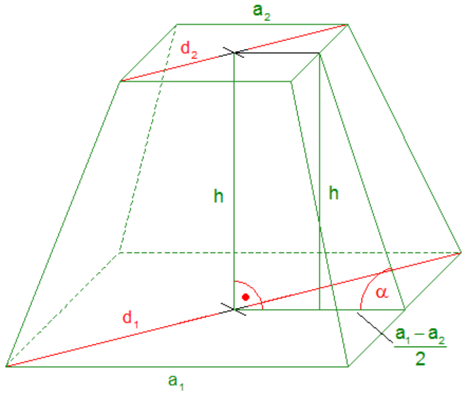
$d_2 = 4e\sqrt{2}$

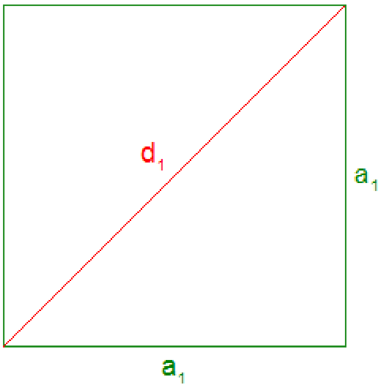
$\alpha = 60°$

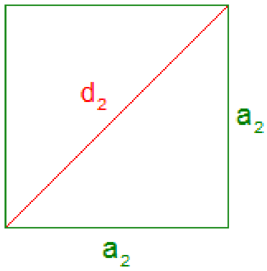
Gesucht:

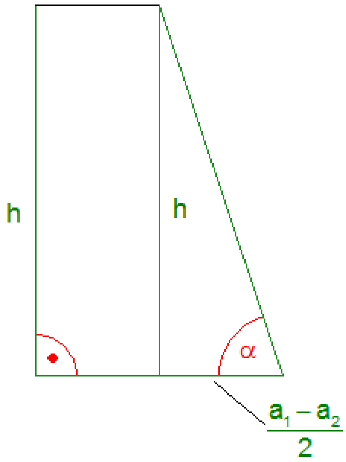
$V = 156e^3\sqrt{3}$

Skizze:



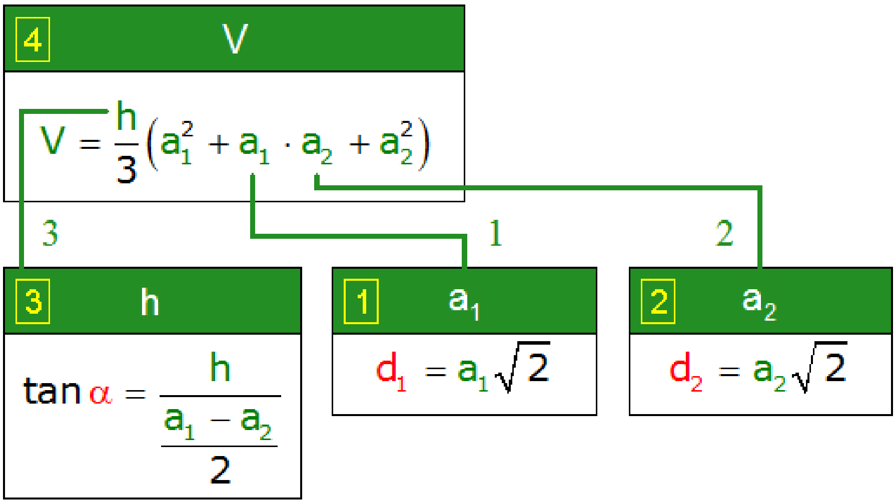






Strategie 1994 1c:

Struktogramm:



Lösung 1994 1c:

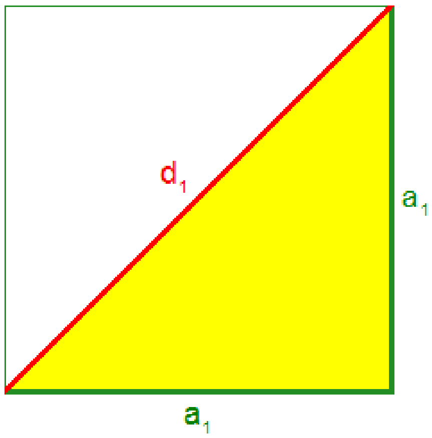
1. Berechnung der Grundkante a_1:

$d_1 = a_1\sqrt{2}$ Formel für die Diagonale eines Quadrates

$10e\sqrt{2} = a_1\sqrt{2}$ Seiten tauschen

$a_1\sqrt{2} = 10e\sqrt{2} \quad \left|:\sqrt{2}\right.$

$\underline{a_1 = 10e}$



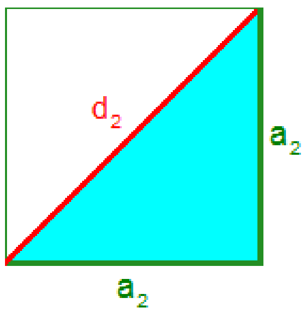
2. Berechnung der Deckkante a_2:

$d_2 = a_2\sqrt{2}$ Formel für die Diagonale eines Quadrates

$4e\sqrt{2} = a_2\sqrt{2}$ Seiten tauschen

$a_2\sqrt{2} = 4e\sqrt{2} \quad \left|:\sqrt{2}\right.$

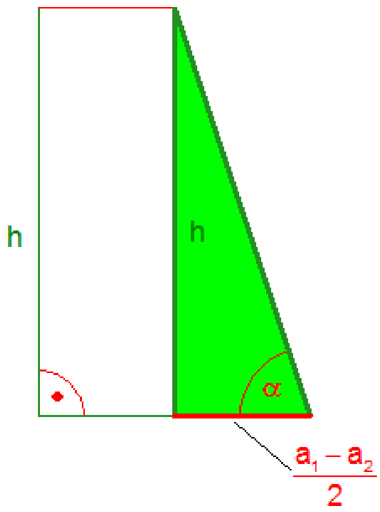
$\underline{a_2 = 4e}$



Lösung 1994 1c:

3. Berechnung der Pyramidenstumpfhöhe h:

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h}{\frac{a_1 - a_2}{2}}$$ Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Dreieck



$$\tan 60° = \frac{h}{\frac{10e - 4e}{2}}$$

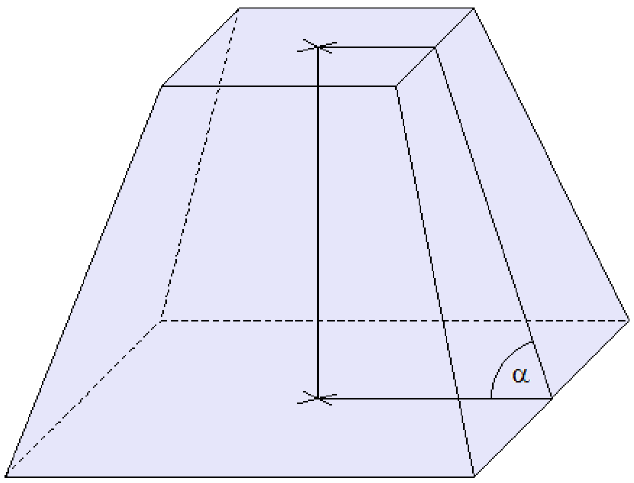
$$\sqrt{3} = \frac{h}{\frac{6e}{2}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{3e}$$ Seiten tauschen

$$\frac{h}{3e} = \sqrt{3} \qquad | \cdot 3e$$

$$\underline{h = 3e\sqrt{3}}$$

4. Berechnung des Pyramidenstumpfvolumens V:



$$V = \frac{h}{3}\left(a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2\right)$$

$$V = \frac{3e\sqrt{3}}{3}\left((10e)^2 + 10e \cdot 4e + (4e)^2\right)$$

$$V = e\sqrt{3}\left(100e^2 + 40e^2 + 16e^2\right)$$

$$V = e\sqrt{3} \cdot 156e^2$$

$$V = 156e^2 \cdot e\sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{V = 156e^3\sqrt{3}}}$$