

Aufgabe 1993 2c:

3 P

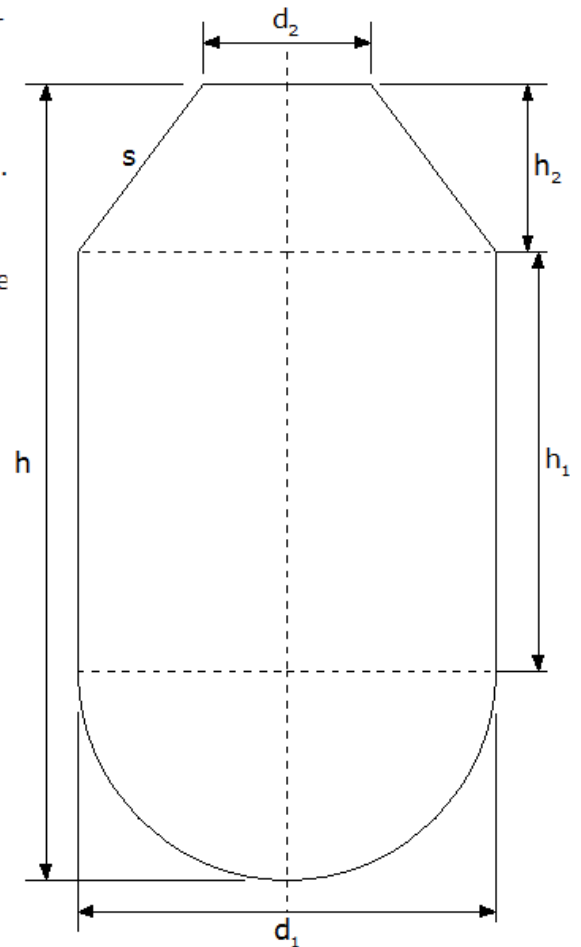
Ein Werkstück ist zusammengesetzt aus Halbkugel, Zylinder und Kegelstumpf (siehe Achsenschnitt).

Bei einem weiteren Werkstück ist der Achsenschnitt des zylindrischen Teils ein Quadrat mit der Seitenlänge $2e$.

Der obere Durchmesser des Kegelstumpfes hat die Länge e .

Das Gesamtvolumen des Werkstücks beträgt $V = \frac{13}{4} \pi e^3$.

Berechnen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte die Höhe des Kegelstumpfes in Abhängigkeit von e .



Strategie 1993 2c:

Gegeben:

Halbkugel, Zylinder und Kegelstumpf

$$d_1 = 2e$$

$$d_2 = e$$

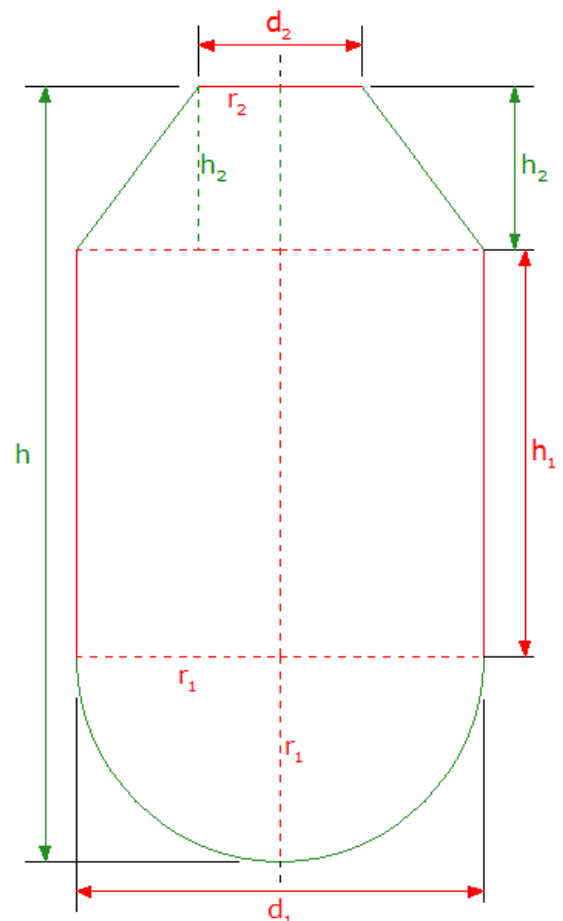
$$h_1 = 2e$$

$$V = \frac{13}{4} \pi e^3$$

Gesucht:

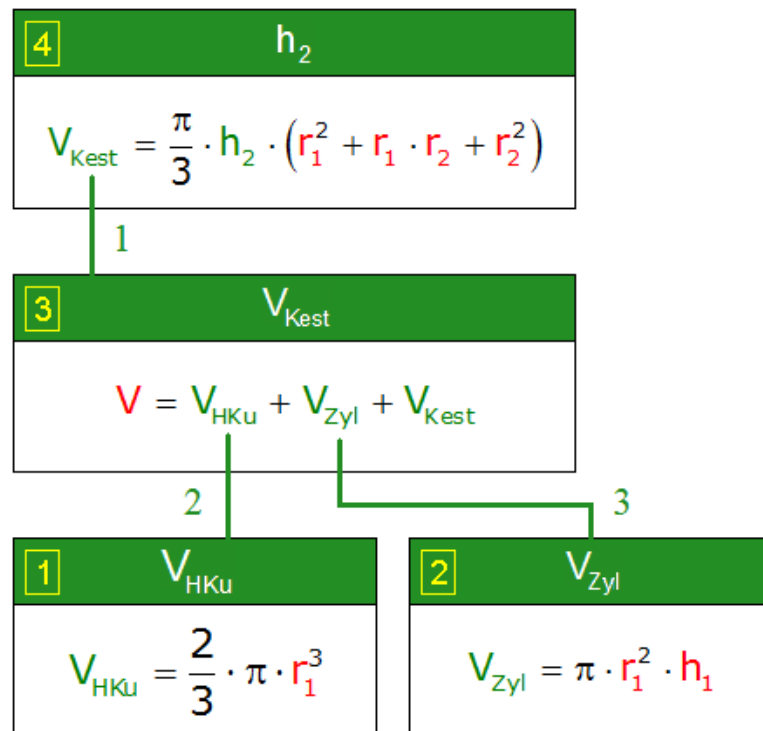
h_2

Skizze:



Strategie 1993 2c:

Struktogramm:

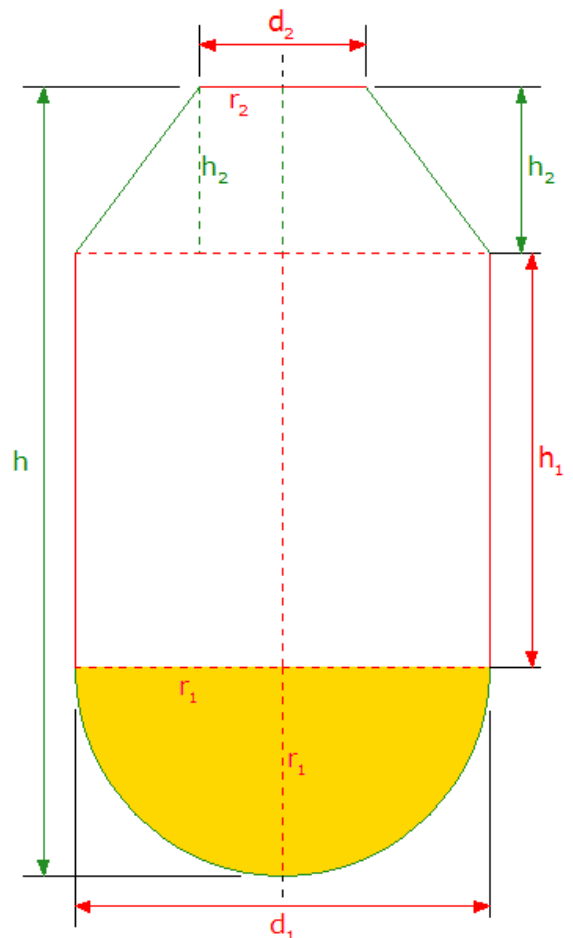


Lösung 1993 2c:

1. Berechnung des Halbkugelvolumens V_{HKU} :

$$V_{HKU} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_1^3$$

$$V_{HKU} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot e^3$$



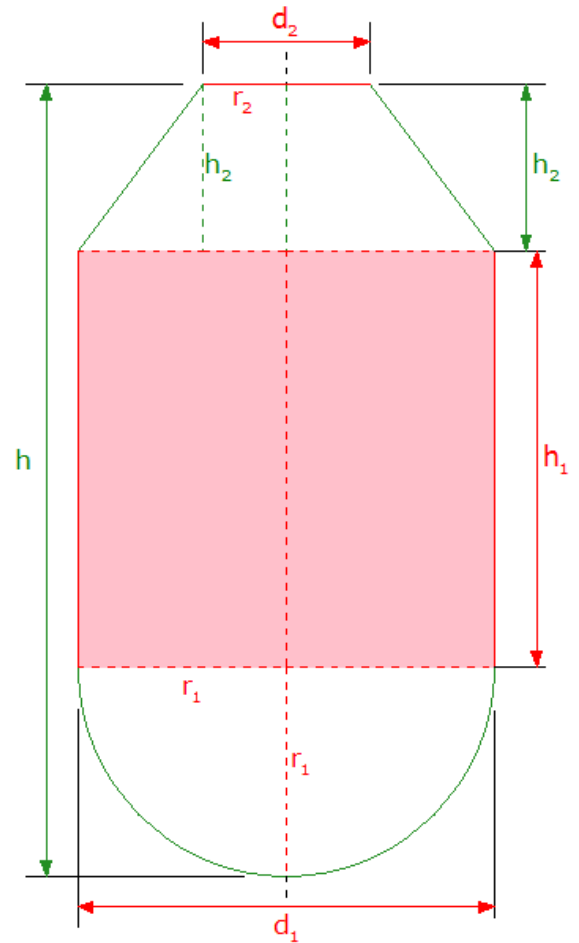
Lösung 1993 2c:

2. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot e^2 \cdot 2e$$

$$\underline{V_{\text{Zyl}} = 2 \cdot \pi \cdot e^3}$$



3. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{Kest} :

$$V = V_{\text{HKU}} + V_{\text{Zyl}} + V_{\text{Kest}}$$

$$\frac{13}{4} \pi e^3 = \frac{2}{3} \pi e^3 + 2\pi e^3 + V_{\text{Kest}} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{2}{3} \pi e^3 + 2\pi e^3 + V_{\text{Kest}} = \frac{13}{4} \pi e^3$$

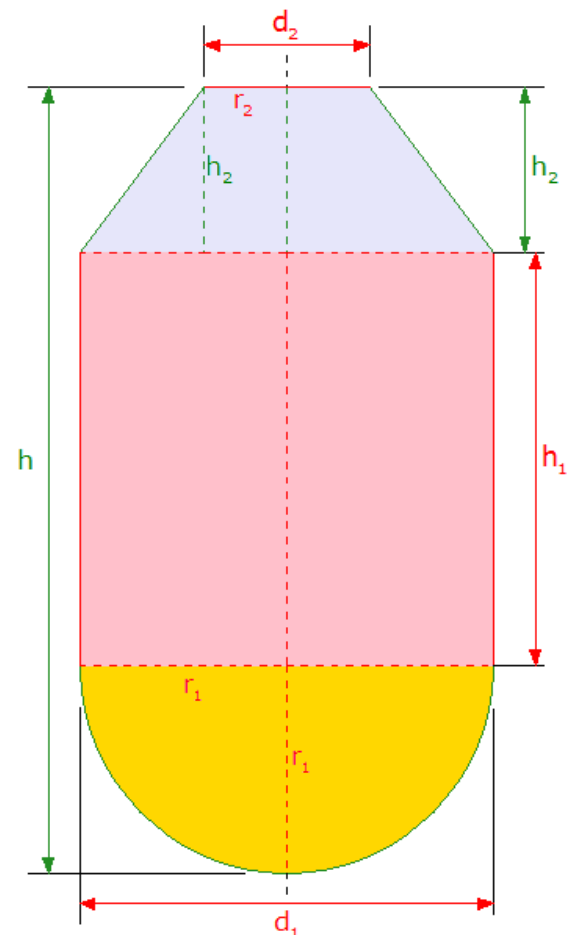
$$\frac{2}{3} \pi e^3 + \frac{6}{3} \pi e^3 + V_{\text{Kest}} = \frac{13}{4} \pi e^3$$

$$\frac{8}{3} \pi e^3 + V_{\text{Kest}} = \frac{13}{4} \pi e^3 \quad \left| - \frac{8}{3} \pi e^3 \right.$$

$$V_{\text{Kest}} = \frac{13}{4} \pi e^3 - \frac{8}{3} \pi e^3$$

$$V_{\text{Kest}} = \frac{39}{12} \pi e^3 - \frac{32}{12} \pi e^3$$

$$\underline{V_{\text{Kest}} = \frac{7}{12} \pi e^3}$$



Lösung 1993 2c:

4. Berechnung der Kegelstumpfhöhe h_2 :

$$V_{\text{kest}} = \frac{\pi}{3} \cdot h_2 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$\frac{7}{12} \pi e^3 = \frac{\pi}{3} \cdot h_2 \cdot \left(e^2 + e \cdot \frac{e}{2} + \left(\frac{e}{2} \right)^2 \right) \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot h_2 \cdot \left(e^2 + e \cdot \frac{e}{2} + \left(\frac{e}{2} \right)^2 \right) = \frac{7}{12} \pi e^3$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot h_2 \cdot \left(e^2 + \frac{e^2}{2} + \frac{e^2}{4} \right) = \frac{7}{12} \pi e^3$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot h_2 \cdot \left(\frac{4e^2}{4} + \frac{2e^2}{4} + \frac{e^2}{4} \right) = \frac{7}{12} \pi e^3$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot h_2 \cdot \frac{7e^2}{4} = \frac{7}{12} \pi e^3$$

$$\frac{7}{12} \cdot \pi \cdot h_2 \cdot e^2 = \frac{7}{12} \pi e^3 \quad \left| : \frac{7}{12} \right.$$

$$\pi \cdot h_2 \cdot e^2 = \pi e^3 \quad \left| : \pi \right.$$

$$h_2 \cdot e^2 = e^3 \quad \left| : e^2 \right.$$

$$\underline{\underline{h_2 = e}}$$

