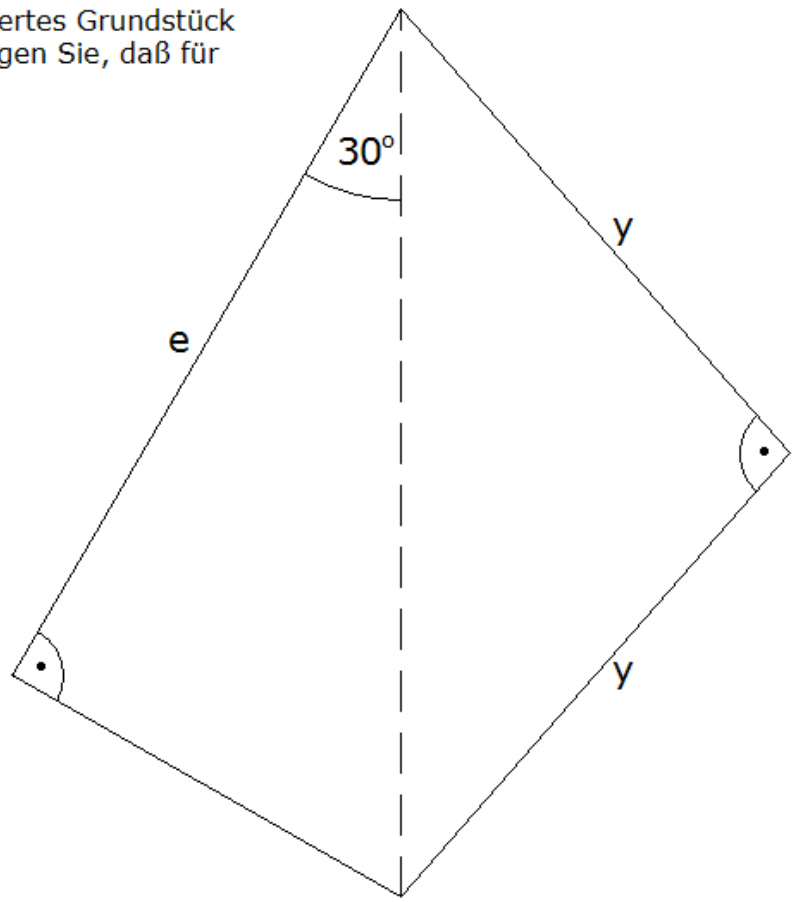


Aufgabe 1992 3c:

3 P

Berechnen Sie für nebenstehend skizziertes Grundstück die Seite y in Abhängigkeit von e . Zeigen Sie, daß für den Flächeninhalt A gilt:

$$A = \frac{e^2}{6} \cdot (2 + \sqrt{3})$$



Strategie 1992 3c:

Gegeben:

$$\overline{AD} = e$$

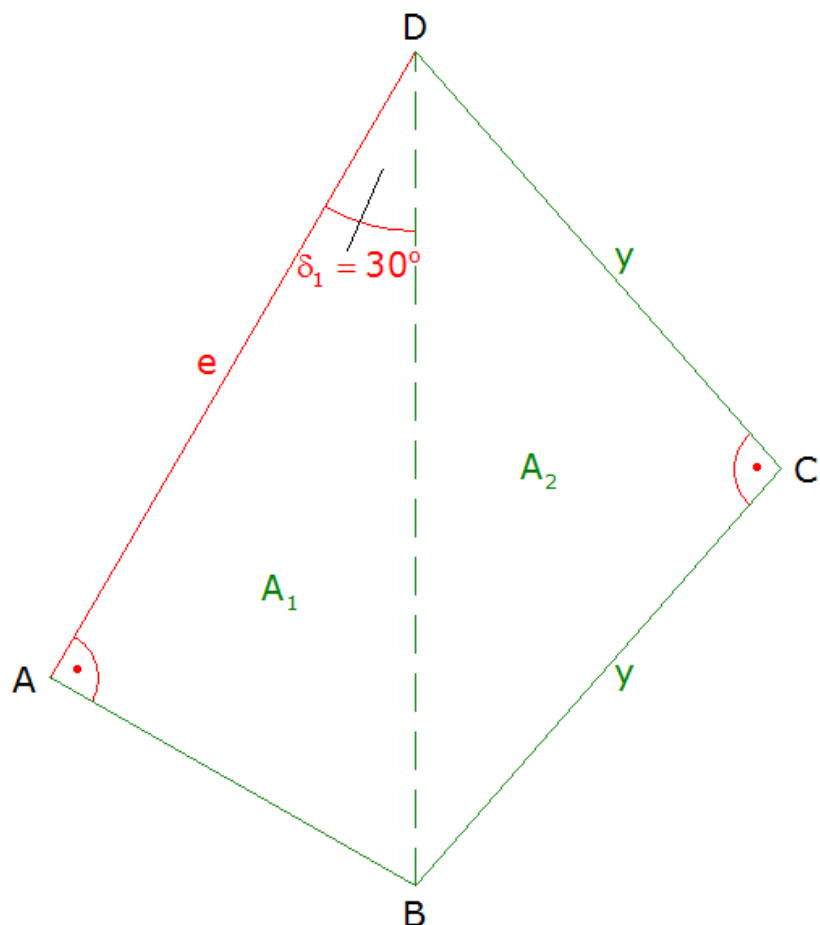
$$\delta_1 = 30^\circ$$

Gesucht:

$$y(e)$$

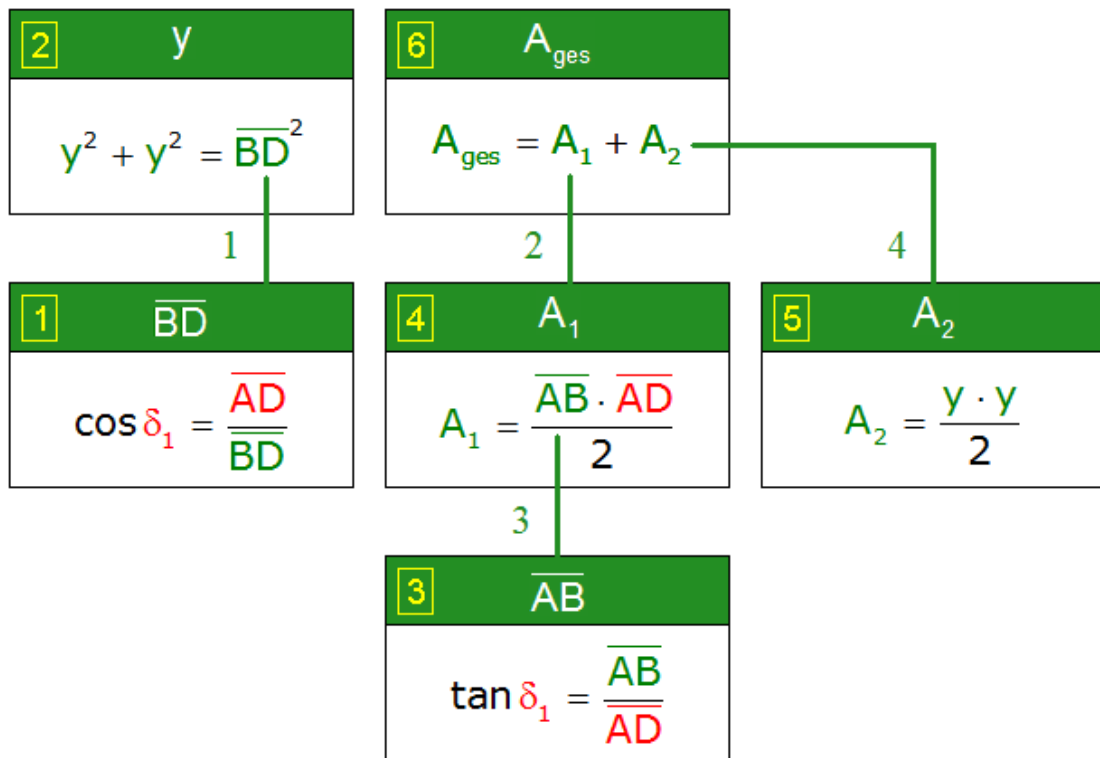
$$A = \frac{e^2}{6} \cdot (2 + \sqrt{3})$$

Skizze:



Strategie 1992 3c:

Struktogramm:



Lösung 1992 3c:

1. Berechnung der Strecke BD:

$\cos \delta_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$
Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck ABD

$\cos 30^\circ = \frac{e}{\overline{BD}}$
 $\cos 30^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$

$\frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{e}{\overline{BD}}$
| · BD

$\overline{BD} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = e$
| · 2

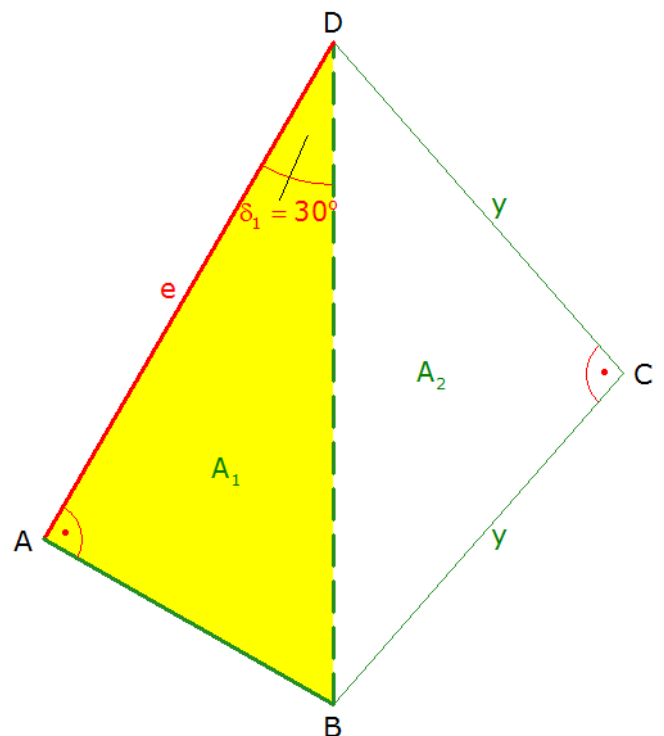
$\overline{BD} \cdot \sqrt{3} = 2e$
| : √3

$\overline{BD} = \frac{2e}{\sqrt{3}}$

$\overline{BD} = \frac{2e \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$
Nenner rational machen

$\overline{BD} = \frac{2e\sqrt{3}}{3}$

$\overline{BD} = \frac{2}{3} e \sqrt{3}$



Lösung 1992 3c:

2. Berechnung der Strecke $\overline{BC} = y$:

$$\overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BD}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck BCD}$$

$$2 \cdot \overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 \quad \overline{CD} = \overline{BC}$$

$$2 \cdot y^2 = \left(\frac{2}{3} e \sqrt{3} \right)^2$$

$$2 \cdot y^2 = \frac{4}{9} \cdot e^2 \cdot 3$$

$$2 \cdot y^2 = \frac{12}{9} \cdot e^2$$

$$2 \cdot y^2 = \frac{4}{3} \cdot e^2 \quad | :2$$

$$y^2 = \frac{2}{3} \cdot e^2 \quad | \sqrt{}$$

$$y = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot e^2} \quad \text{Wurzelgesetz } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$y = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$y = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot e \quad \text{Wurzelgesetz } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot e$$

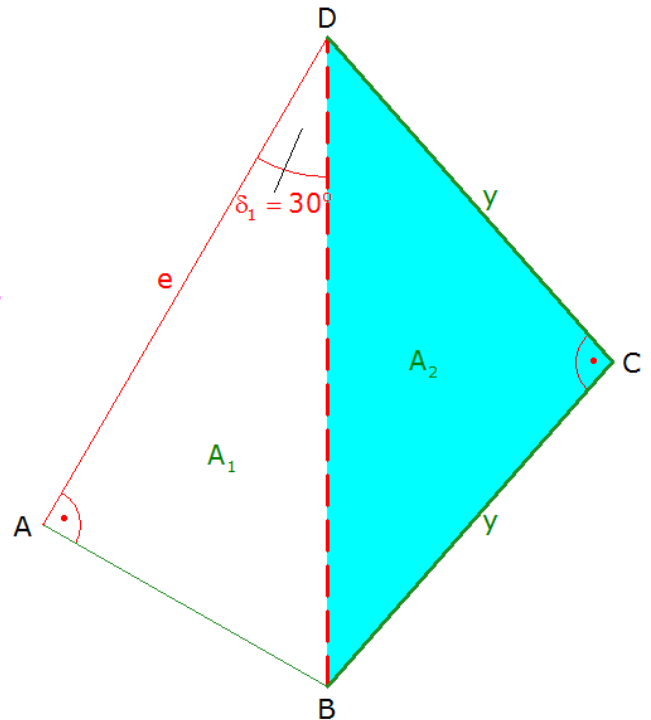
$$y = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \cdot e \quad \text{Nenner rational machen}$$

$$y = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot e$$

$$y = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot e \quad \text{Wurzelgesetz } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$y = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot 3} \cdot e$$

$$y = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{6} \cdot e$$



Lösung 1992 3c:

3. Berechnung der Strecke $\overline{AB}$:

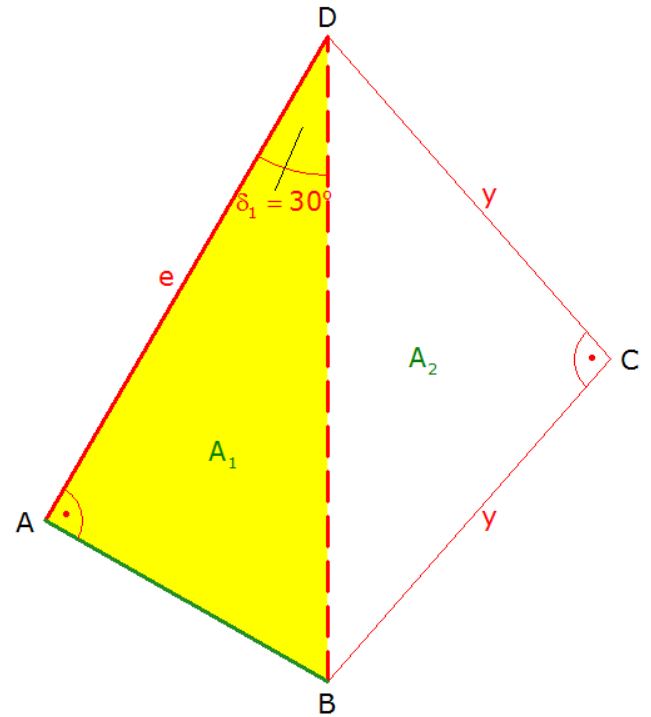
$$\tan \delta_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \quad \begin{array}{l} \text{Tangensfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{gelben Teildreieck} \end{array}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AB}}{e} \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{\overline{AB}}{e} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{\overline{AB}}{e} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad | \cdot e$$

$$\underline{\overline{AB} = \frac{1}{3}e\sqrt{3}}$$



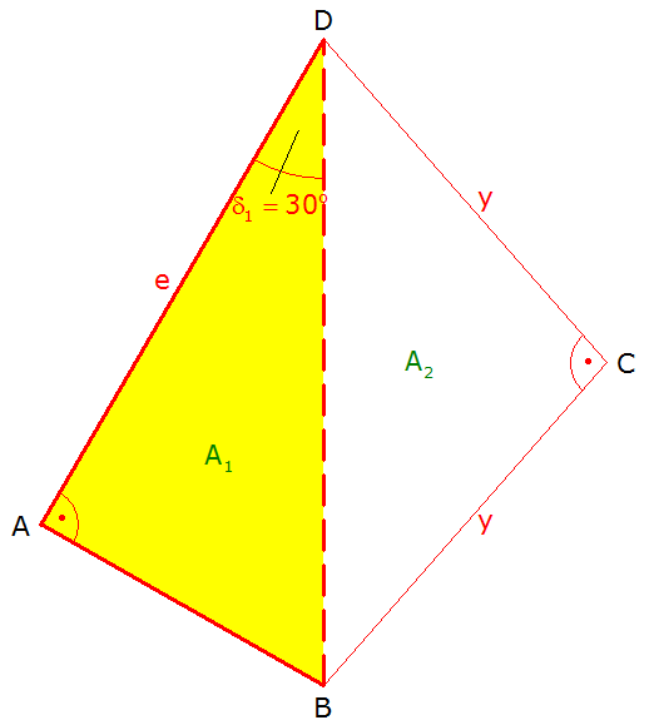
4. Berechnung der Dreiecksfläche A_1 :

$$A_1 = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AD}}{2}$$

$$A_1 = \frac{\frac{1}{3}e\sqrt{3} \cdot e}{2}$$

$$A_1 = \frac{1}{6}e\sqrt{3} \cdot e$$

$$\underline{A_1 = \frac{1}{6}e^2\sqrt{3}}$$



Lösung 1992 3c:

5. Berechnung der Dreiecksfläche A_2 :

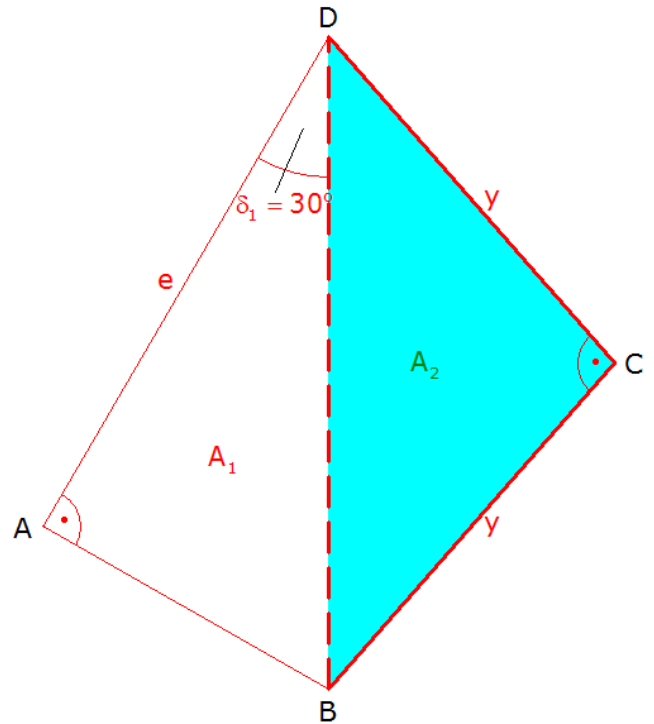
$$A_2 = \frac{y \cdot y}{2}$$

$$A_2 = \frac{\frac{1}{3}\sqrt{6}e \cdot \frac{1}{3}\sqrt{6}e}{2}$$

$$A_2 = \frac{\frac{1}{9} \cdot 6 \cdot e^2}{2}$$

$$A_2 = \frac{1}{9} \cdot 3 \cdot e^2$$

$$\underline{\underline{A_2 = \frac{1}{3}e^2}}$$



6. Berechnung der Gesamtfläche A_{ges} :

$$A_{\text{ges}} = A_1 + A_2$$

$$A_{\text{ges}} = \frac{1}{6}e^2\sqrt{3} + \frac{1}{3}e^2$$

$$A_{\text{ges}} = \frac{1}{6}e^2\sqrt{3} + \frac{2}{6}e^2$$

$$A_{\text{ges}} = \frac{e^2}{6} \cdot \sqrt{3} + \frac{e^2}{6} \cdot 2$$

$$A_{\text{ges}} = \frac{e^2}{6}(\sqrt{3} + 2)$$

$$\underline{\underline{A_{\text{ges}} = \frac{e^2}{6}(2 + \sqrt{3})}}$$

