

Aufgabe 1992 2c:

3 P

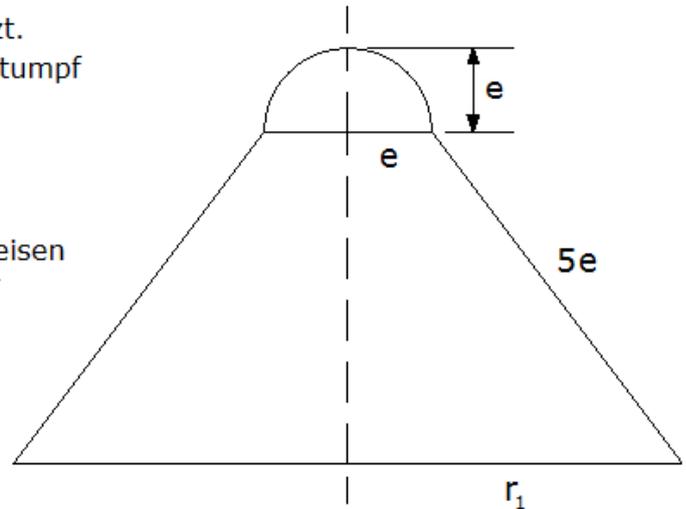
Verkehrsflächen werden durch Pfosten begrenzt.
Für die Mantelfläche des **Pfostens III** (Kegelstumpf mit aufgesetzter Halbkugel)
gilt:

$$M = 32\pi e^2$$

Berechnen Sie r_1 in Abhängigkeit von e und weisen Sie nach, daß sich das Gesamtvolumen mit der Formel

$$V = \frac{95}{3}\pi e^3$$

berechnen läßt.



Strategie 1992 2c:

Gegeben:

Kegelstumpf und Halbkugel

$$M = 32\pi e^2$$

$$h_2 = e$$

$$r_2 = e$$

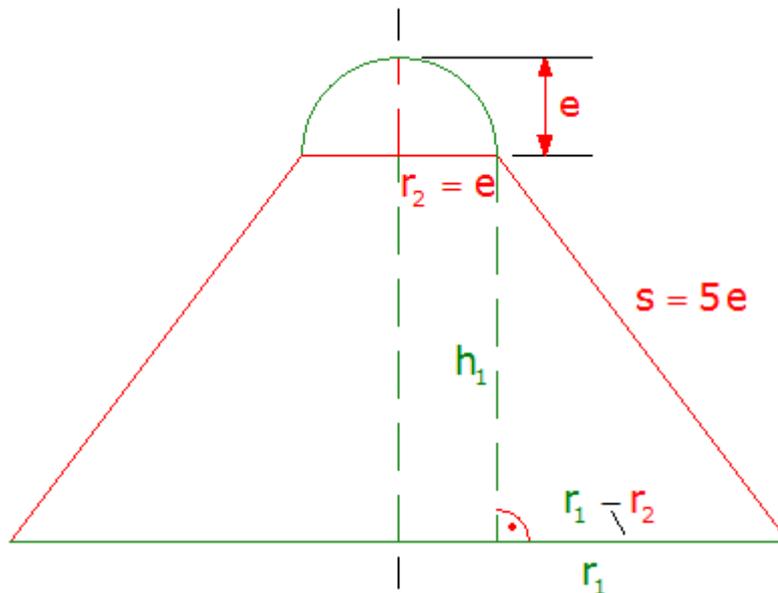
$$s = 5e$$

Gesucht:

$$r_1$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{95}{3}\pi e^3$$

Skizze:



Strategie 1992 2c:

Struktogramm:

1	r_1
$M = O_{HK} + M_{KeSt}$	
$M = 2 \cdot \pi \cdot r_2^2 + \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$	

3	V_{ges}
$V_{ges} = V_{HK} + V_{KeSt}$	
$V_{ges} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_2^3 + \frac{\pi}{3} \cdot h_1 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$	

2	h_1
$h_1^2 + (r_1 - r_2)^2 = s^2$	

Lösung 1992 2c:

1. Berechnung des Kegelstumpf-Radius r_1 :

$$M = O_{HK} + M_{KeSt}$$

$$M = 2 \cdot \pi \cdot r_2^2 + \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$$

$$32\pi e^2 = 2 \cdot \pi \cdot e^2 + \pi \cdot 5e \cdot (r_1 + e)$$

$$32\pi e^2 = 2 \cdot \pi \cdot e^2 + \pi \cdot 5e \cdot r_1 + \pi \cdot 5e \cdot e \quad \text{Zusammenfassen}$$

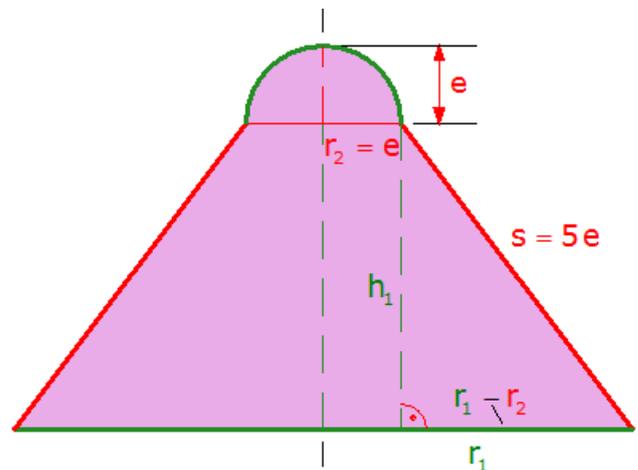
$$32\pi e^2 = 2\pi e^2 + 5\pi e r_1 + 5\pi e^2 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$32\pi e^2 = 7\pi e^2 + 5\pi e r_1 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$7\pi e^2 + 5\pi e r_1 = 32\pi e^2 \quad | -7\pi e^2$$

$$5\pi e r_1 = 25\pi e^2 \quad | :5\pi e$$

$$\underline{\underline{r_1 = 5e}}$$



Lösung 1992 2c:

2. Berechnung der Kegelstumpf-Höhe h_1 :

$$h_1^2 + (r_1 - r_2)^2 = s^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

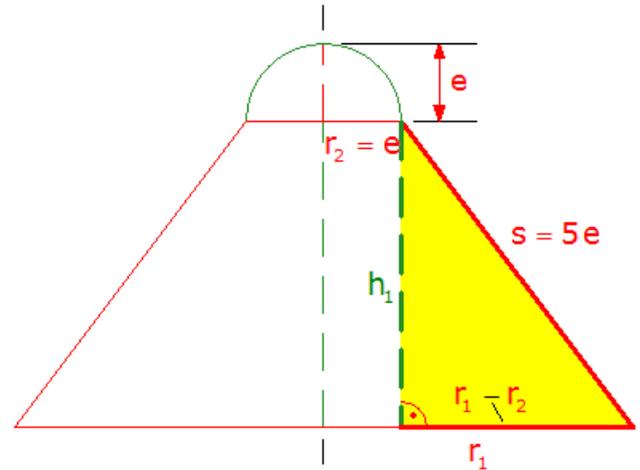
$$h_1^2 + (5e - e)^2 = (5e)^2$$

$$h_1^2 + (4e)^2 = (5e)^2$$

$$h_1^2 + 16e^2 = 25e^2 \quad | -16e^2$$

$$h_1^2 = 9e^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{h_1 = 3e}$$



3. Berechnung des Gesamtvolumens V_{ges} :

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{HK}} + V_{\text{KeSt}}$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r_2^3 + \frac{\pi}{3} \cdot h_1 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot e^3 + \frac{\pi}{3} \cdot 3e \cdot ((5e)^2 + 5e \cdot e + e^2)$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot e^3 + \pi e \cdot (25e^2 + 5e^2 + e^2)$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{2}{3} \pi e^3 + \pi e \cdot 31e^2$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{2}{3} \pi e^3 + 31\pi e^3$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{2}{3} \pi e^3 + \frac{93}{3} \pi e^3$$

$$\underline{\underline{V_{\text{ges}} = \frac{95}{3} \pi e^3}}$$

