

Aufgabe 1992 1b:

4 P

Das Dach eines Kirchturmes hat die Form eines quadratischen Pyramidenstumpfes mit einer aufgesetzten quadratischen Pyramide.

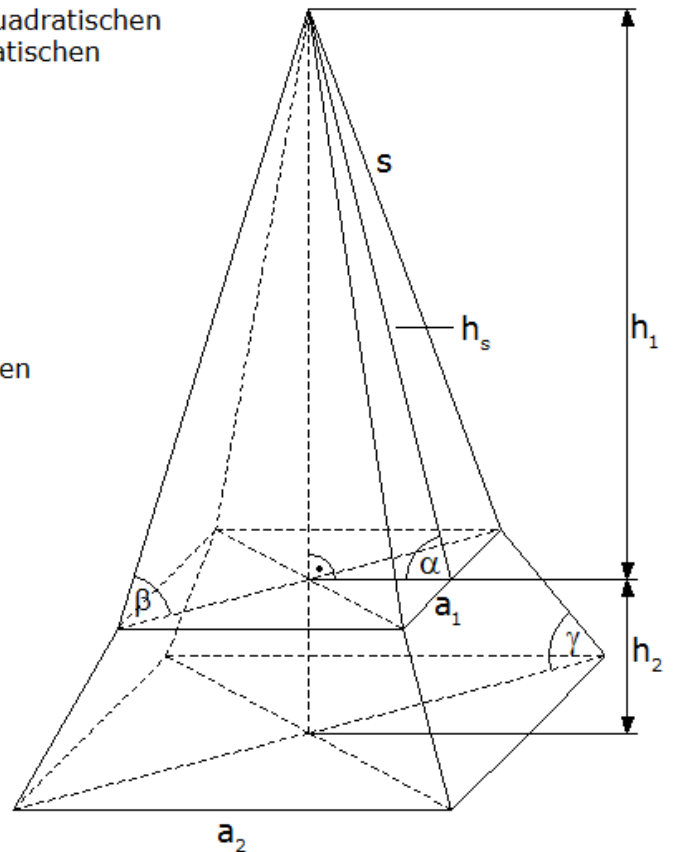
Die Maße sind:

$$a_1 = 2,40 \text{ m}$$

$$h_1 = 8,00 \text{ m}$$

$$h_2 = 1,50 \text{ m}$$

Das Volumen des gesamten Dachraumes beträgt $V = 45,7 \text{ m}^3$. Berechnen Sie die Kante a_2 und den Neigungswinkel γ .



Strategie 1992 1b:

Gegeben:

Quadratischer Pyramidenstumpf
und quadratische Pyramide

$$a_1 = 2,40 \text{ m}$$

$$h_1 = 8,00 \text{ m}$$

$$h_2 = 1,50 \text{ m}$$

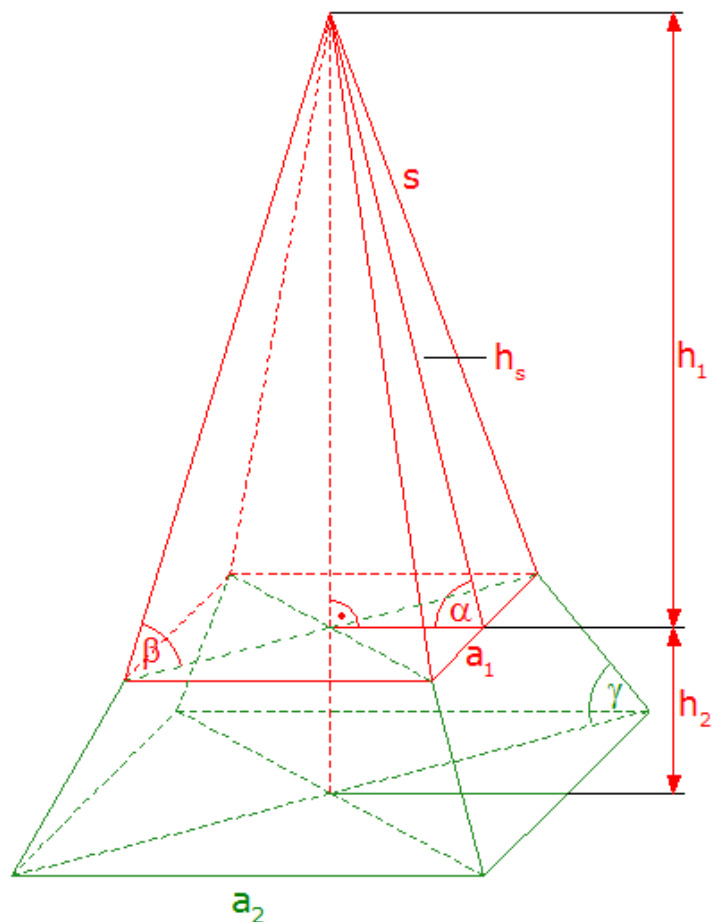
$$V_{\text{ges}} = 45,7 \text{ m}^3$$

Gesucht:

$$a_2$$

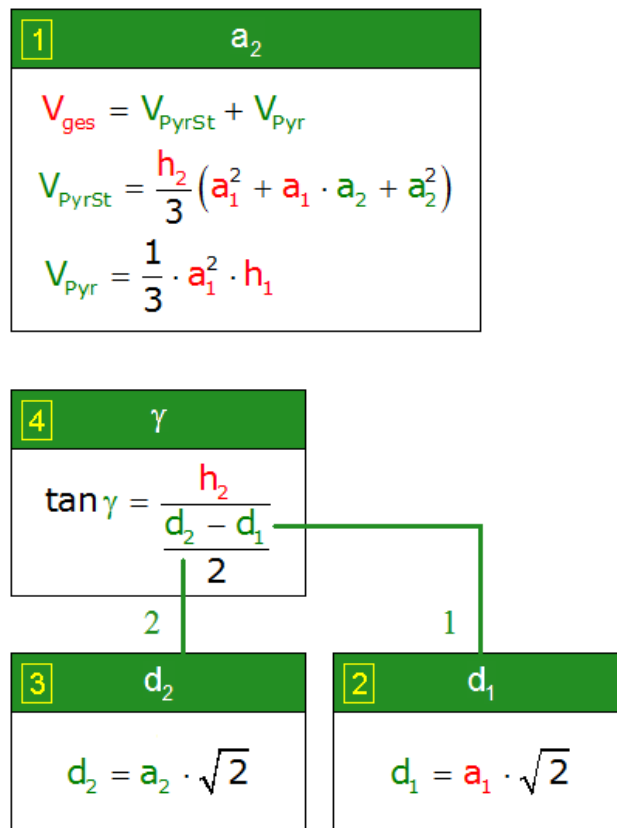
$$\gamma$$

Skizze:



Strategie 1992 1b:

Struktogramm:



Lösung 1992 1b:

1. Berechnung der Grundkante a_2 :

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{PyrSt}} + V_{\text{Pyr}}$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{h_2}{3} (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2) + \frac{1}{3} \cdot a_1^2 \cdot h_1$$

$$45,7 = \frac{1,5}{3} (2,4^2 + 2,4 \cdot a_2 + a_2^2) + \frac{1}{3} \cdot 2,4^2 \cdot 8$$

$$45,7 = 0,5 (5,76 + 2,4 \cdot a_2 + a_2^2) + \frac{1}{3} \cdot 5,76 \cdot 8$$

$$45,7 = 0,5 (5,76 + 2,4 \cdot a_2 + a_2^2) + 15,36 \quad | -15,36$$

$$30,34 = 0,5 (5,76 + 2,4 \cdot a_2 + a_2^2) \quad | \cdot 2$$

$$60,68 = a_2^2 + 2,4 \cdot a_2 + 5,76$$

$$a_2^2 + 2,4 \cdot a_2 + 5,76 = 60,68$$

$$a_2^2 + 2,4 \cdot a_2 - 54,92 = 0$$

$$a_2^2 + 2,4 \cdot a_2 - 54,92 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = 2,4$$

$$q = -54,92$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{2,4}{2} \pm \sqrt{\frac{2,4^2}{4} - (-54,92)}$$

$$x_{1,2} = -1,2 \pm \sqrt{1,44 + 54,92}$$

$$x_{1,2} = -1,2 \pm \sqrt{56,36}$$

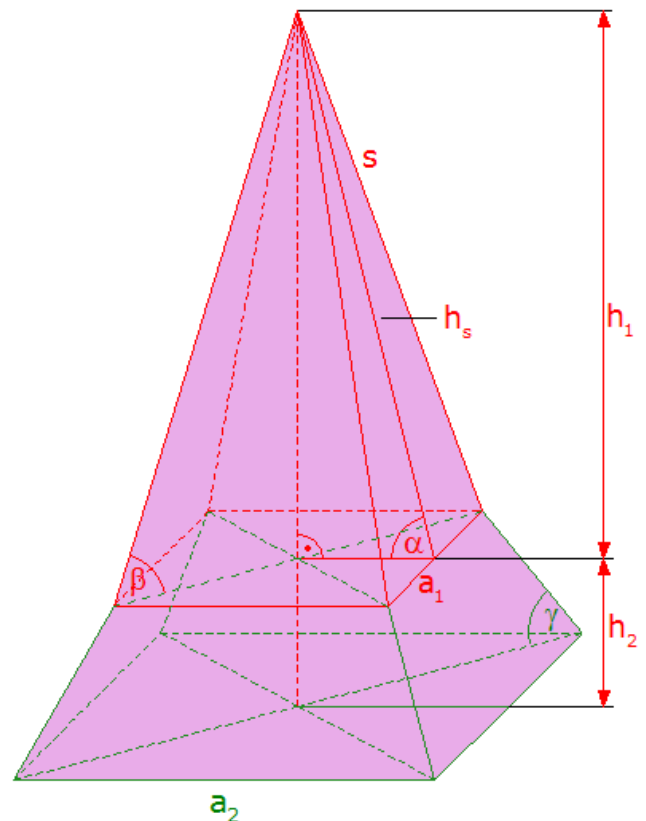
Seiten tauschen

$$| -60,68$$

Quadratische Gleichung
in der Normalform

p und q bestimmen

Lösungsformel



Lösung 1992 1b:

$$x_{1,2} = -1,2 \pm 7,5$$

$$\underline{x_1 = -1,2 + 7,5 = 6,3}$$

$$x_2 = -1,2 - 7,5 = \cancel{-8,7}$$

$$\underline{a_2 = 6,3\text{m}}$$

Lösung

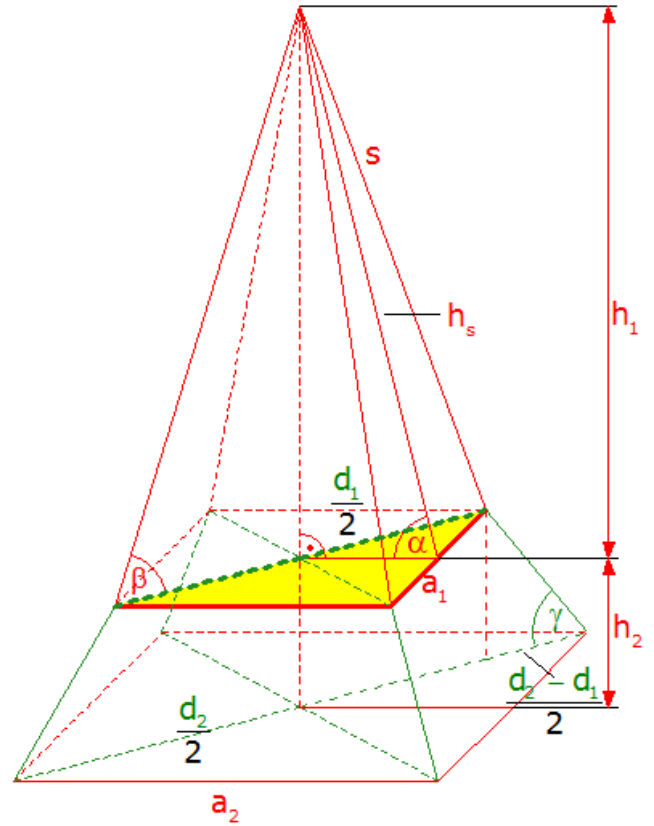
keine Lösung, da
negativ

2. Berechnung der Flächendiagonalen d_1 :

$$d_1 = a_1 \cdot \sqrt{2}$$

$$d_1 = 2,4 \cdot \sqrt{2}$$

$$\underline{d_1 = 3,39\text{m}}$$

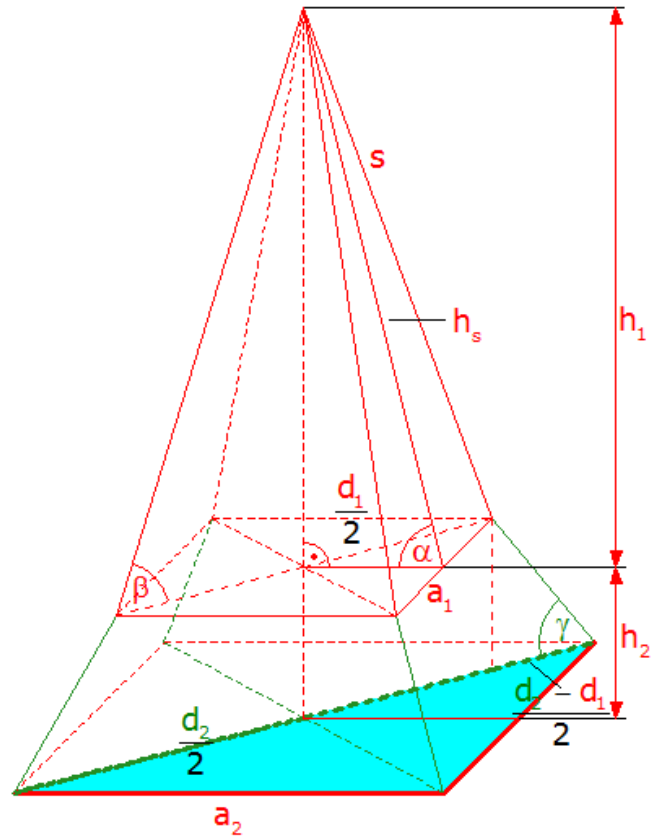


3. Berechnung der Flächendiagonalen d_2 :

$$d_2 = a_2 \cdot \sqrt{2}$$

$$d_2 = 6,3 \cdot \sqrt{2}$$

$$\underline{d_2 = 8,91\text{m}}$$



Lösung 1992 1b:

4. Berechnung des Winkels γ :

$$\tan \gamma = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_2}{\frac{d_2 - d_1}{2}} \quad \begin{array}{l} \text{Tangensfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{grünen} \\ \text{Teildreieck} \end{array}$$

$$\tan \gamma = \frac{1,5}{\frac{8,91 - 3,39}{2}}$$

$$\tan \gamma = \frac{1,5}{2,76}$$

$$\tan \gamma = 0,5435$$

$$\underline{\underline{\gamma = 28,5^\circ}}$$

