

Aufgabe 1992 1a:

4 P

Das Dach eines Kirchturmes hat die Form eines quadratischen Pyramidenstumpfes mit einer aufgesetzten quadratischen Pyramide.

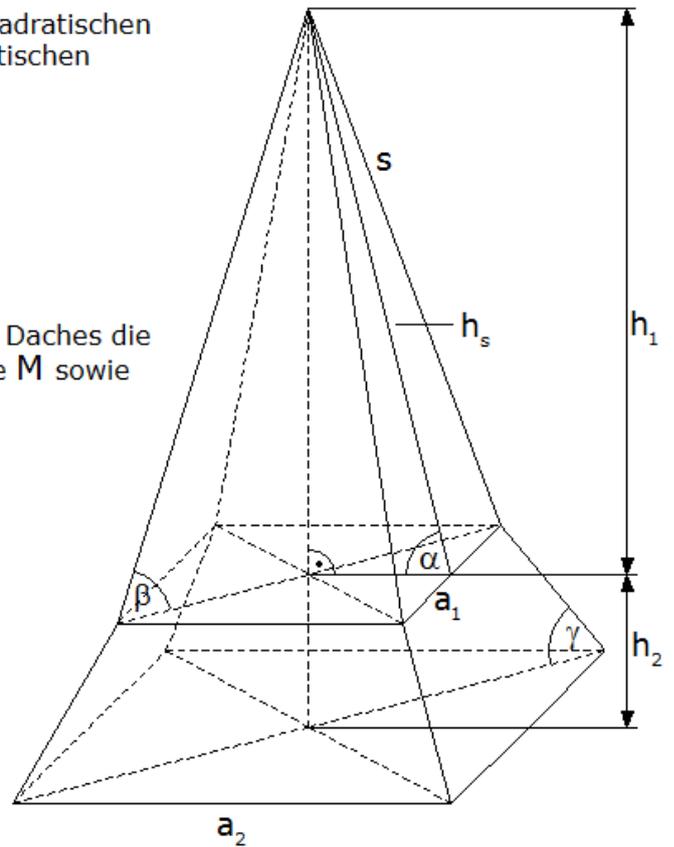
Die Maße sind:

$$a_1 = 2,40 \text{ m}$$

$$h_1 = 8,00 \text{ m}$$

$$h_2 = 1,50 \text{ m}$$

Berechnen Sie für den pyramidenförmigen Teil des Daches die Seitenhöhe h_s , die Seitenkante s , die Mantelfläche M sowie die Neigungswinkel α und β .



Strategie 1992 1a:

Gegeben:

Quadratischer Pyramidenstumpf
und quadratische Pyramide

$$a_1 = 2,40 \text{ m}$$

$$h_1 = 8,00 \text{ m}$$

$$h_2 = 1,50 \text{ m}$$

Gesucht:

$$h_s$$

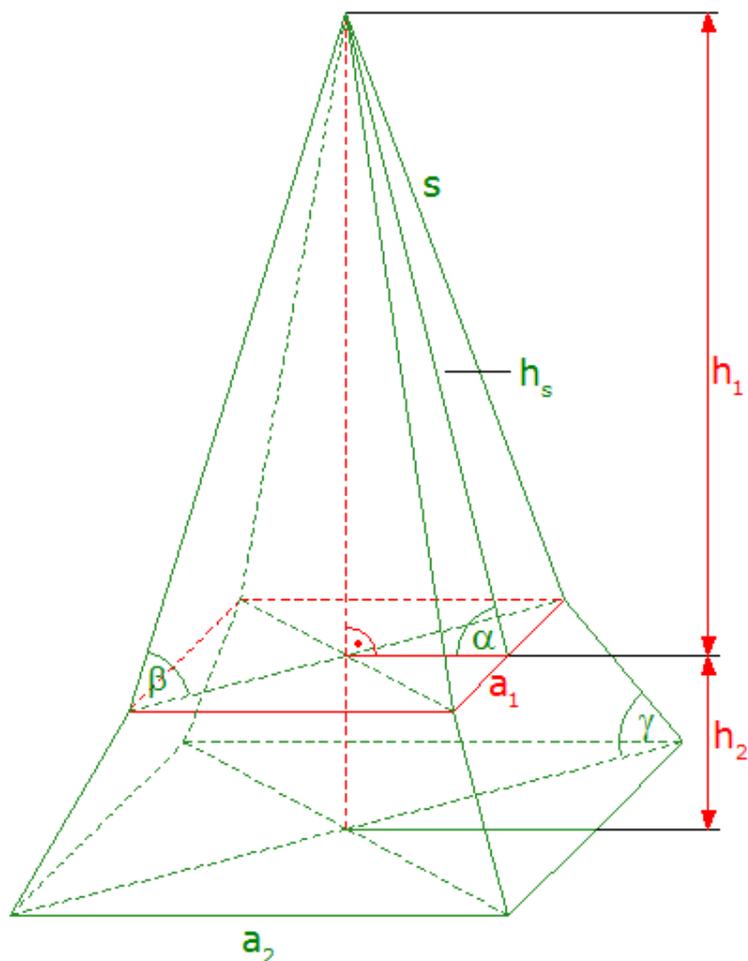
$$s$$

$$M_{\text{pyr}}$$

$$\alpha$$

$$\beta$$

Skizze:



Strategie 1992 1a:

Struktoqramm:

1	h_s
$h_s^2 = h_1^2 + \left(\frac{a_1}{2}\right)^2$	

2	s
$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a_1}{2}\right)^2$	

3	M_{Pyr}
$M_{\text{Pyr}} = 4 \cdot \frac{a_1 \cdot h_s}{2}$	

4	α
$\sin \alpha = \frac{h_1}{h_s}$	

5	β
$\sin \beta = \frac{h_1}{s}$	

Lösung 1992 1a:

1. Berechnung der Höhe der Seitenfläche h_s :

$h_s^2 = h_1^2 + \left(\frac{a_1}{2}\right)^2$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

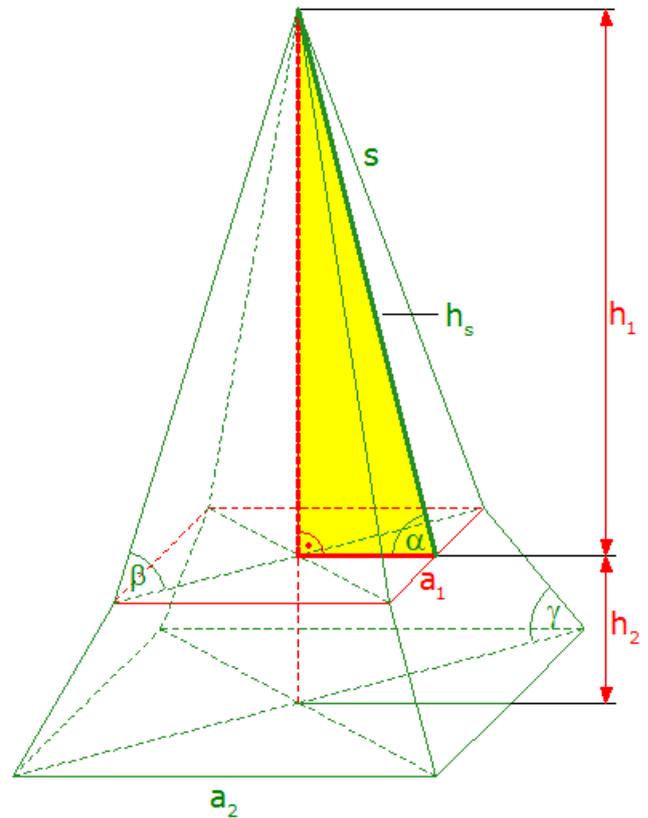
$h_s^2 = 8^2 + \left(\frac{2,4}{2}\right)^2$

$h_s^2 = 8^2 + 1,2^2$

$h_s^2 = 64 + 1,44$

$h_s^2 = 65,44 \quad \sqrt{\quad}$

$h_s = 8,09 \text{ m}$



Lösung 1992 1a:

2. Berechnung der Seitenkante s:

$$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a_1}{2}\right)^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

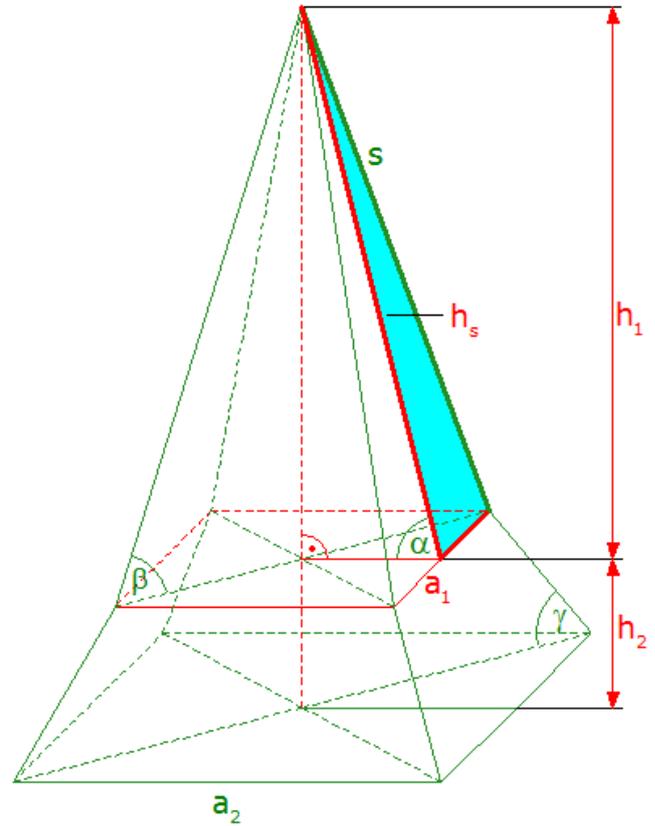
$$s^2 = 8,09^2 + \left(\frac{2,4}{2}\right)^2$$

$$s^2 = 8,09^2 + 1,2^2$$

$$s^2 = 65,4481 + 1,44$$

$$s^2 = 66,8881 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{s = 8,18\text{ m}}}$$



3. Berechnung des Pyramidenmantels M_{Pyr} :

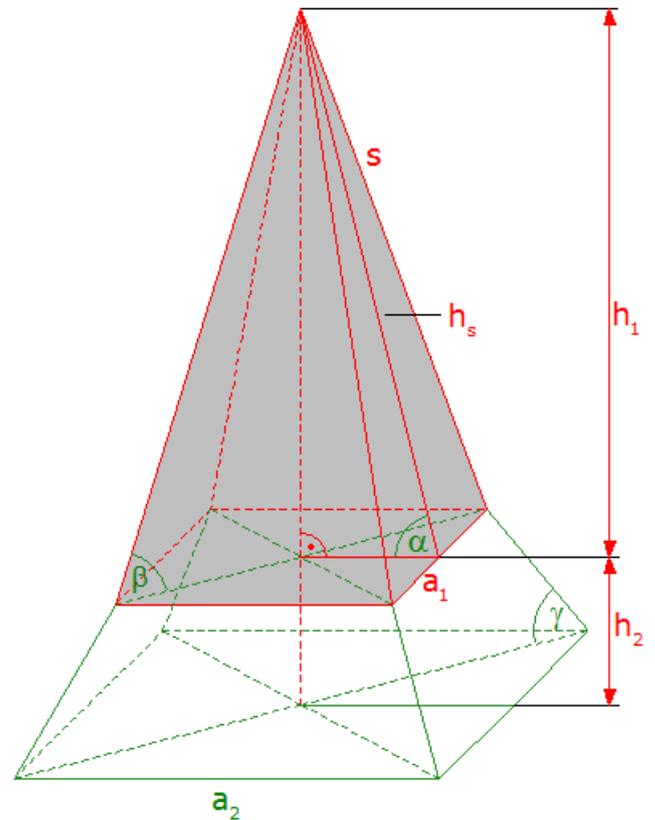
$$M_{\text{Pyr}} = 4 \cdot \frac{a_1 \cdot h_s}{2}$$

Formel Pyramidenmantel

$$M_{\text{Pyr}} = 2 \cdot a_1 \cdot h_s$$

$$M_{\text{Pyr}} = 2 \cdot 2,4 \cdot 8,09$$

$$\underline{\underline{M_{\text{Pyr}} = 38,83\text{ m}^2}}$$



Lösung 1992 1a:

4. Berechnung des Winkels α :

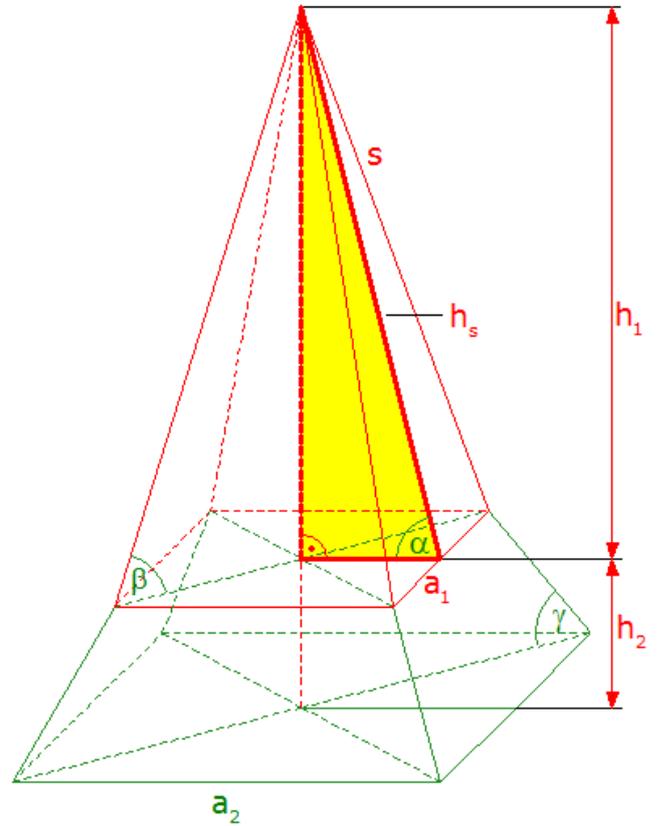
$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_1}{h_s}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$\sin \alpha = \frac{8}{8,09}$$

$$\sin \alpha = 0,9889$$

$$\underline{\underline{\alpha = 81,4^\circ}}$$



5. Berechnung des Winkels β :

$$\sin \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_1}{s}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$$\sin \beta = \frac{8}{8,18}$$

$$\sin \beta = 0,9780$$

$$\underline{\underline{\beta = 78^\circ}}$$

