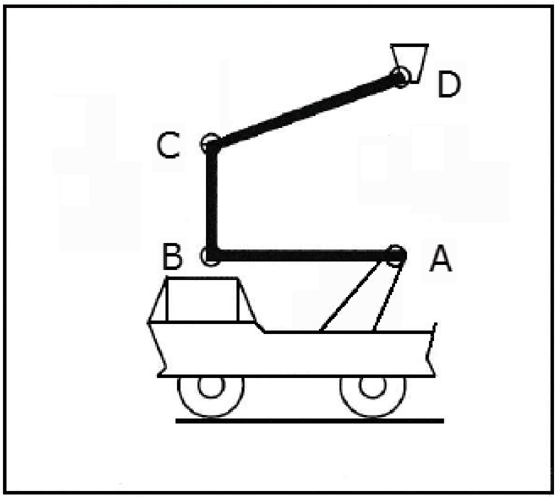
Aufgabe 1991 4b: **4 P**

Eine Gelenkarbeitsbühne D kann durch verschiedene Winkeleinstellungen bei A, B und C an die gewünschte Arbeitsstelle gebracht werden.
Es gilt:

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 3{,}50\,\text{m}$.



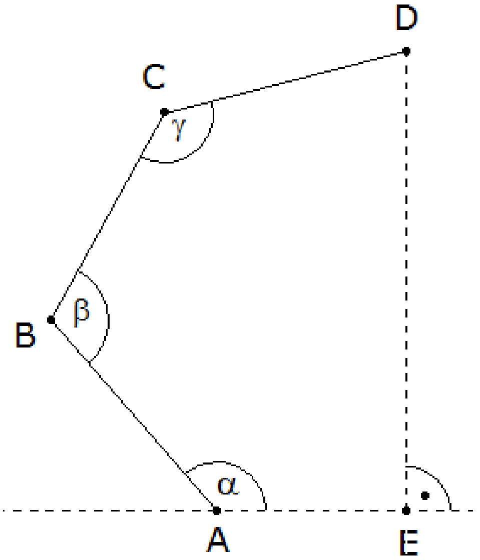
Bei anderen Einstellungen gelten die folgenden Winkel:

Winkel EAB $= \alpha = 130^\circ$

Winkel ABC $= \beta = 110^\circ$

Winkel BCD $= \gamma = 140^\circ$

Berechnen Sie die Höhe $\overline{DE}$.



Strategie 1991 4b:

Gegeben:

$\overline{AB} = 3{,}50\,\text{m}$

$\overline{BC} = 3{,}50\,\text{m}$

$\overline{CD} = 3{,}50\,\text{m}$

$\alpha = 130^\circ$

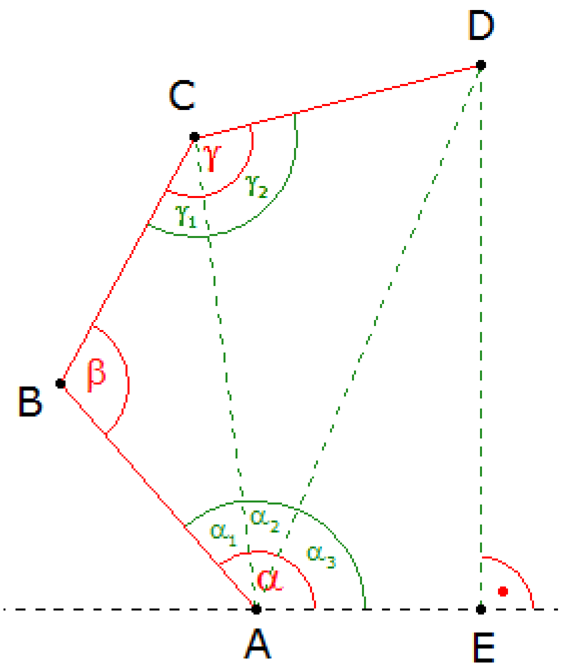
$\beta = 110^\circ$

$\gamma = 140^\circ$

Gesucht:

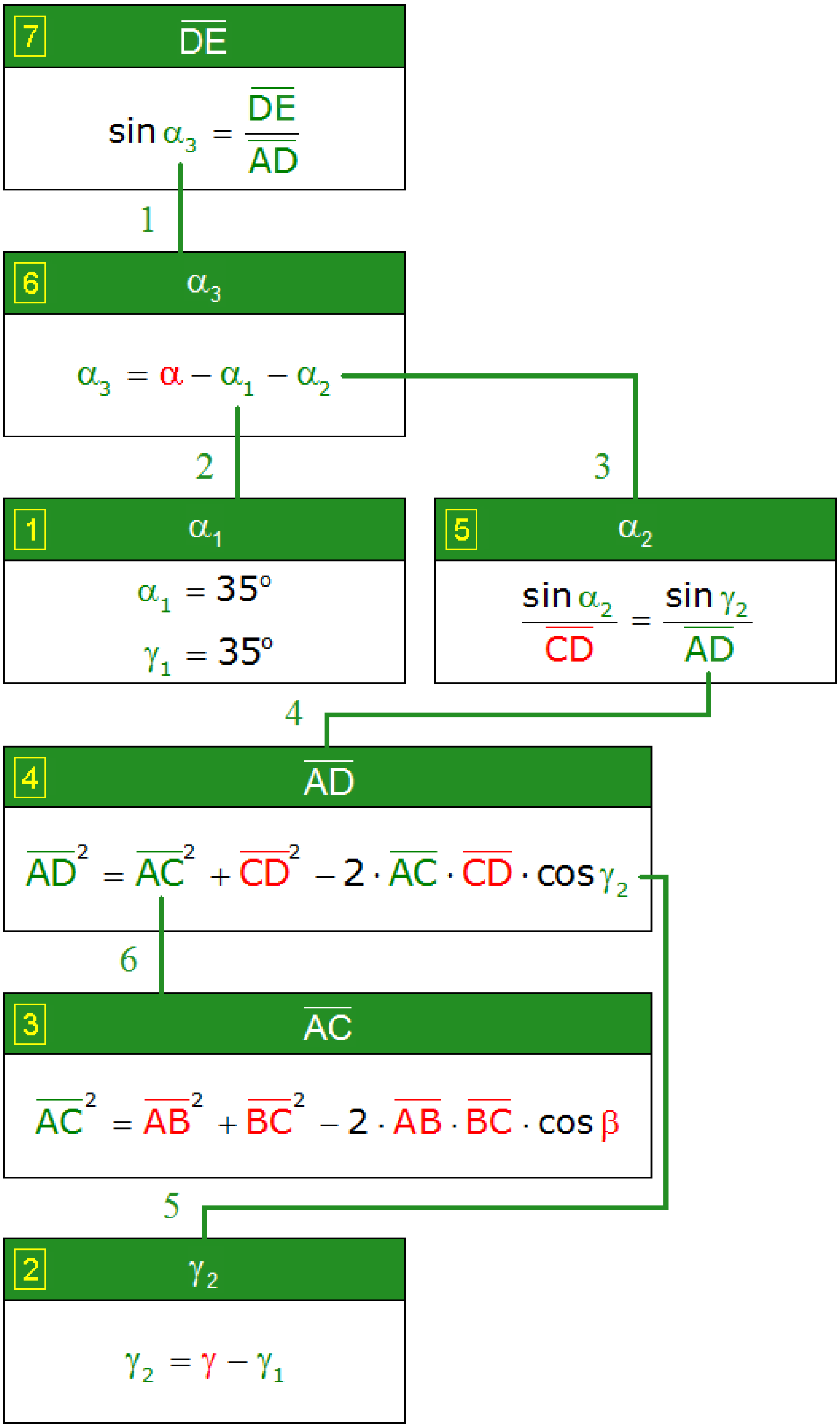
$\overline{DE}$

Skizze:



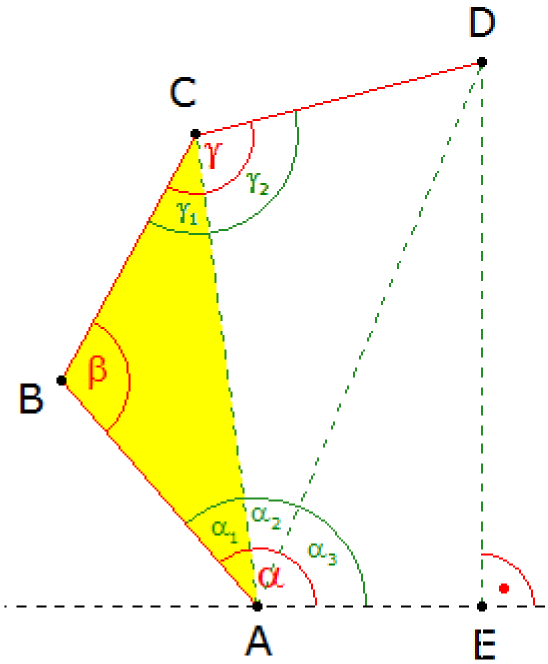
Strategie 1991 4b:

Struktogramm:



Lösung 1991 4b:

1. Berechnung des Winkels α_1:



$$2 \cdot \alpha_1 + \beta = 180^\circ$$

$$2 \cdot \alpha_1 + 110^\circ = 180^\circ \quad \Big| -110^\circ$$

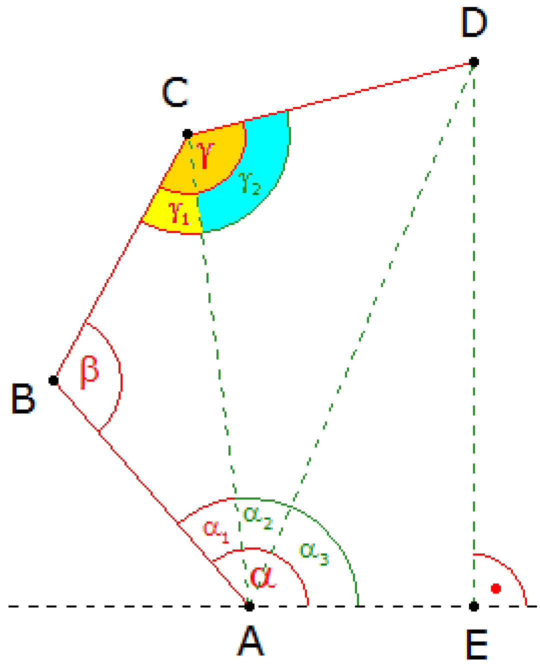
$$2 \cdot \alpha_1 = 70^\circ \quad \Big| :2$$

$$\underline{\alpha_1 = 35^\circ}$$

$$\underline{\gamma_1 = 35^\circ}$$

$\triangle ABC$ ist gleichschenklig, d. h. Basiswinkel sind gleich groß!

2. Berechnung des Winkels γ_2:



$$\gamma_2 = \gamma - \gamma_1$$

$$\gamma_2 = 140^\circ - 35^\circ$$

$$\underline{\gamma_2 = 105^\circ}$$

Lösung 1991 4b:

3. Berechnung der Strecke $\overline{AC}$:

Kosinussatz im allgemeinen gelben Teildreieck ABC

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos\beta$$

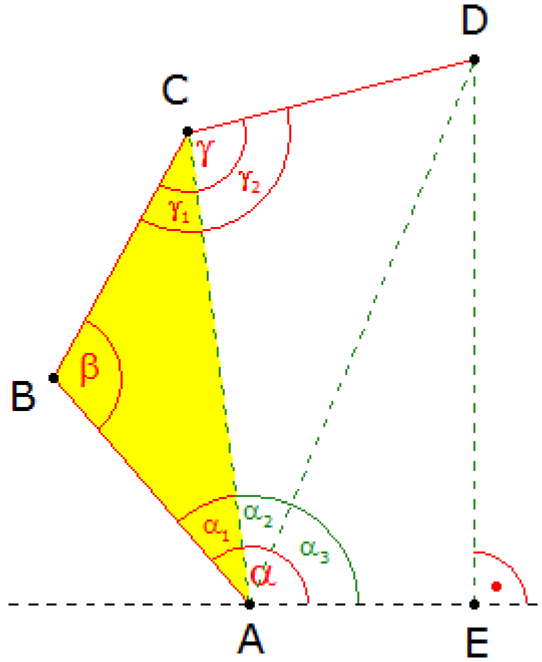
$$\overline{AC}^2 = 3,5^2 + 3,5^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 3,5 \cdot \cos 110^\circ$$

$$\overline{AC}^2 = 12,25 + 12,25 - 2 \cdot 3,5 \cdot 3,5 \cdot (-0,3420)$$

$$\overline{AC}^2 = 12,25 + 12,25 + 8,379$$

$$\overline{AC}^2 = 32,879 \qquad \left|\sqrt{}\right.$$

$$\underline{\overline{AC} = 5,73\,\text{m}}$$



4. Berechnung der Strecke $\overline{AD}$:

Kosinussatz im allgemeinen hellblauen Teildreieck ACD

$$\overline{AD}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{CD} \cdot \overline{AC} \cdot \cos\gamma_2$$

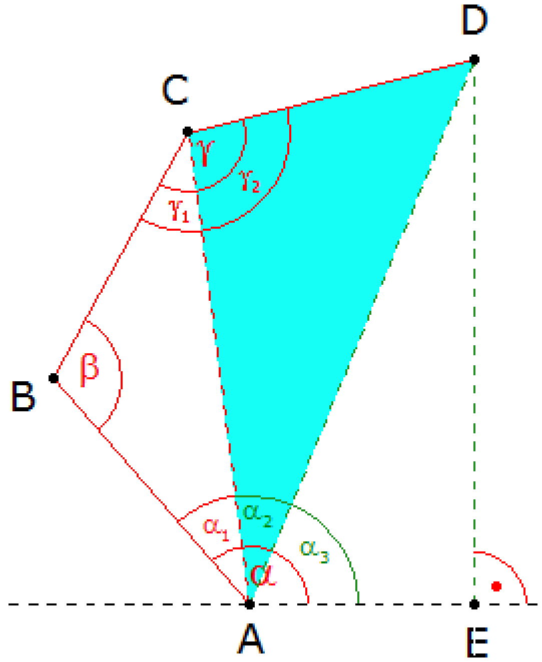
$$\overline{AD}^2 = 3,5^2 + 5,73^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 5,73 \cdot \cos 105^\circ$$

$$\overline{AD}^2 = 3,5^2 + 5,73^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 5,73 \cdot (-0,258)$$

$$\overline{AD}^2 = 12,25 + 32,8329 + 10,38$$

$$\overline{AD}^2 = 55,4629 \qquad \left|\sqrt{}\right.$$

$$\underline{\overline{AD} = 7,45\,\text{m}}$$



Lösung 1991 4b:

5. Berechnung des Winkels α_2:

$$\frac{\sin\alpha_2}{\overline{CD}} = \frac{\sin\gamma_2}{\overline{AD}}$$

Sinussatz im allgemeinen hellblauen Teildreieck

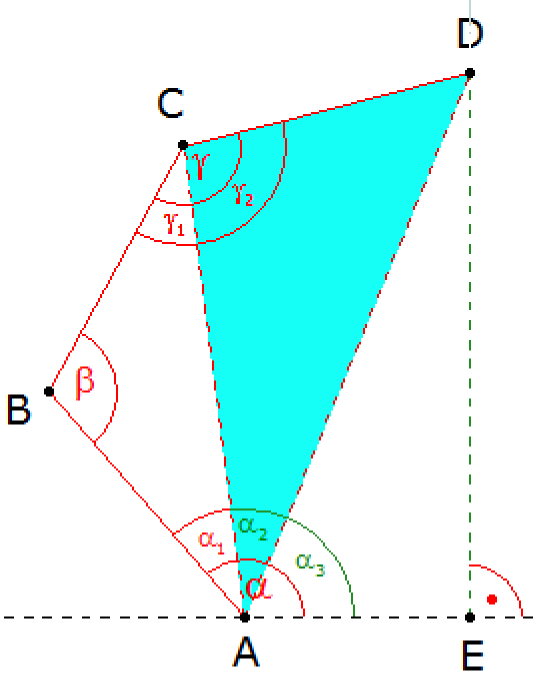
$$\frac{\sin\alpha_2}{3,5} = \frac{\sin 105^\circ}{7,45}$$

$$\frac{\sin\alpha_2}{3,5} = \frac{0,9659}{7,45}$$

$$\frac{\sin\alpha_2}{3,5} = 0,1297 \quad \Big| \cdot 3,5$$

$$\sin\alpha_2 = 0,4538$$

$$\underline{\alpha_2 = 27^\circ}$$

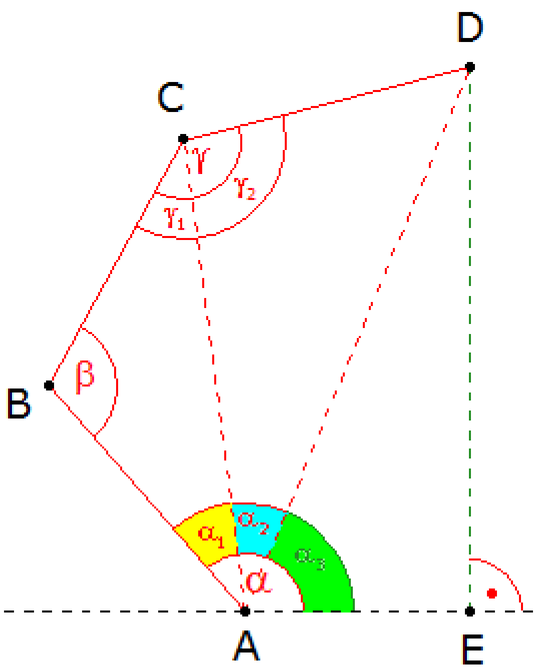


6. Berechnung des Winkels α_3:

$$\alpha_3 = \alpha - \alpha_1 - \alpha_2$$

$$\alpha_3 = 130^\circ - 35^\circ - 27^\circ$$

$$\underline{\alpha_3 = 68^\circ}$$



Lösung 1991 4b:

7. Berechnung der Höhe $\overline{DE}$:

$$\sin\alpha_3 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$$ Sinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$$\sin 68^\circ = \frac{\overline{DE}}{7{,}45}$$

$$0{,}9272 = \frac{\overline{DE}}{7{,}45}$$ Seiten tauschen

$$\frac{\overline{DE}}{7{,}45} = 0{,}9272 \qquad | \cdot 7{,}45$$

$$\underline{\underline{\overline{DE} = 6{,}91\,\text{m}}}$$