

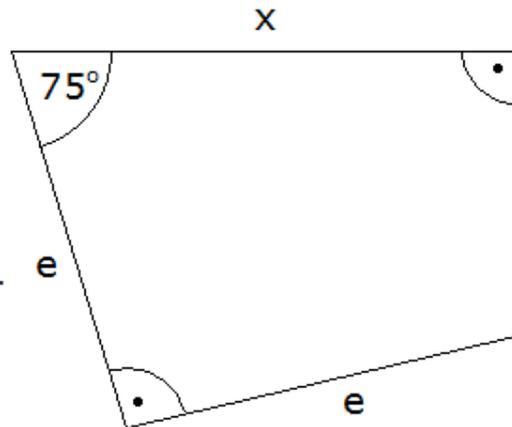
Aufgabe 1991 3c:

3 P

In einem Neubaugebiet werden Grundstücke vermessen.

Zeigen Sie für Grundstück III, daß

- für die Seite x gilt: $x = \frac{1}{2} e \sqrt{6}$,
- für die Fläche A gilt: $A = \frac{1}{4} e^2 (2 + \sqrt{3})$.



Strategie 1991 3c:

Gegeben:

$\overline{AB} = e$

$\overline{AD} = e$

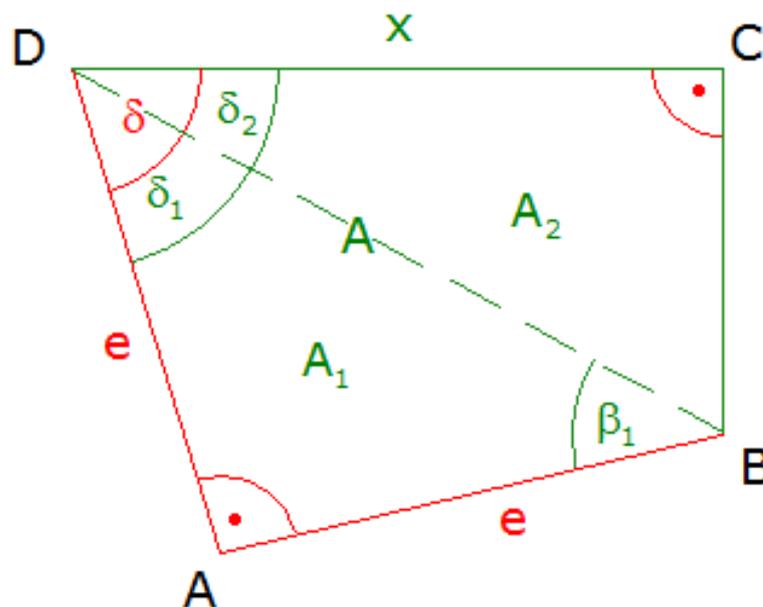
$\delta = 75^\circ$

Gesucht:

$x = \frac{1}{2} e \sqrt{6}$

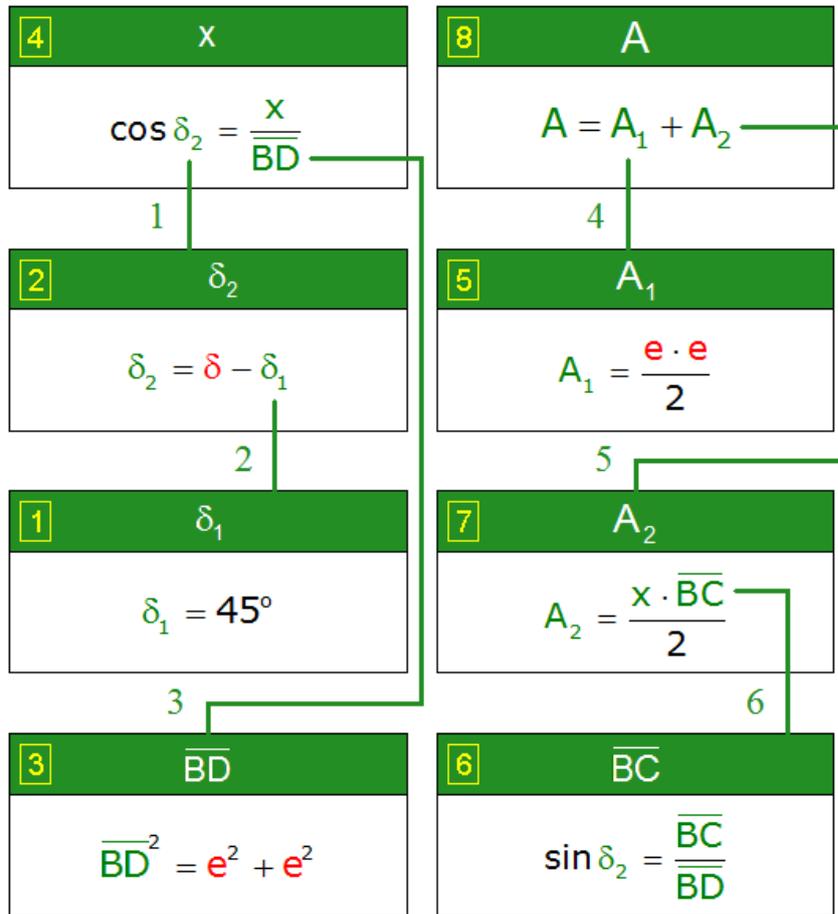
$A = \frac{1}{4} e^2 (2 + \sqrt{3})$

Skizze:



Strategie 1991 3c:

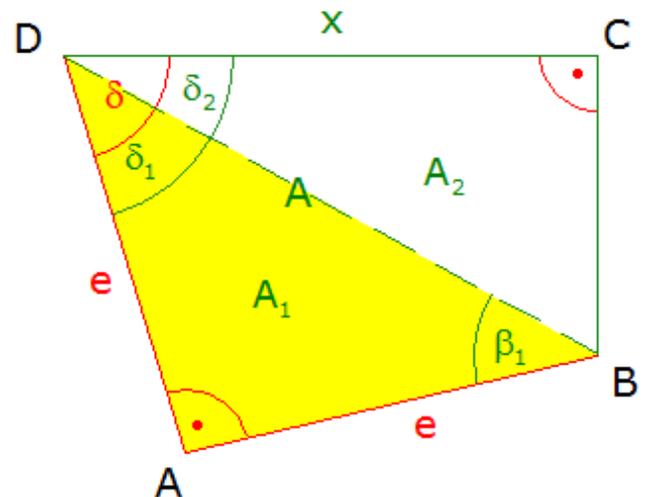
Struktogramm:



Lösung 1991 3c:

1. Berechnung des Winkels δ_1 :

$\delta_1 = 45^\circ$ △_{ABD} ist gleichschenkelig, d.h. Basiswinkel sind gleich groß!



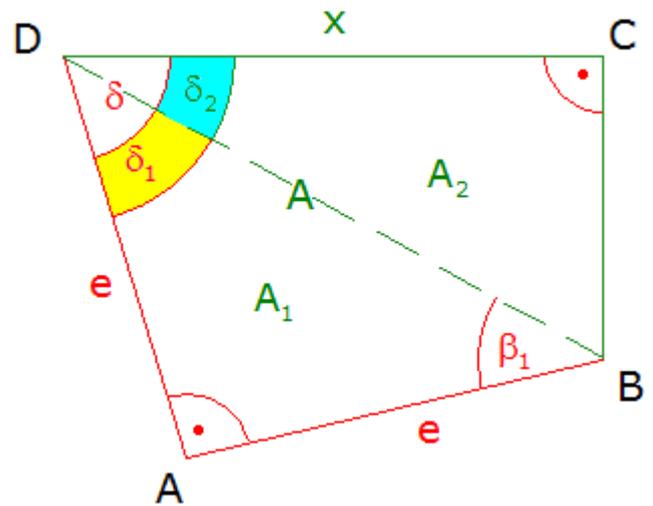
Lösung 1991 3c:

2. Berechnung des Winkels δ_2 :

$$\delta_2 = \delta - \delta_1$$

$$\delta_2 = 75^\circ - 45^\circ$$

$$\underline{\underline{\delta_2 = 30^\circ}}$$



3. Berechnung der Strecke \overline{BD} :

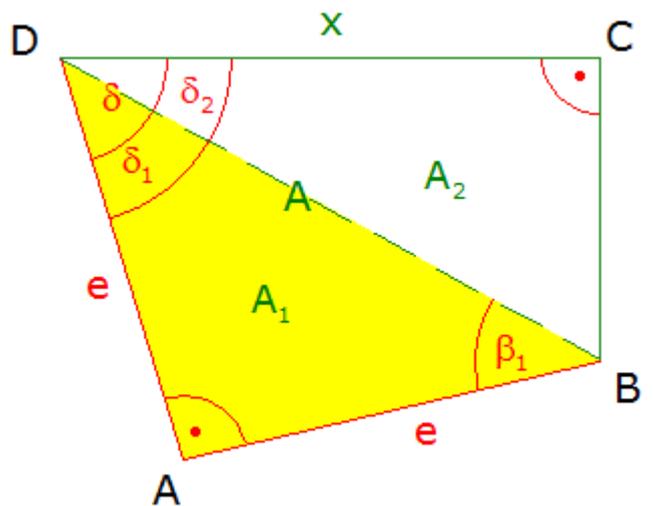
$$\overline{BD}^2 = e^2 + e^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\overline{BD}^2 = 2e^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{2e^2} \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{e^2}$$

$$\underline{\underline{\overline{BD} = e\sqrt{2}}}$$



4. Berechnung der Strecke x:

$$\cos \delta_2 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{x}{\overline{BD}} \quad \text{Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{x}{e\sqrt{2}} \quad \cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{x}{e\sqrt{2}} \quad \text{Seiten tauschen}$$

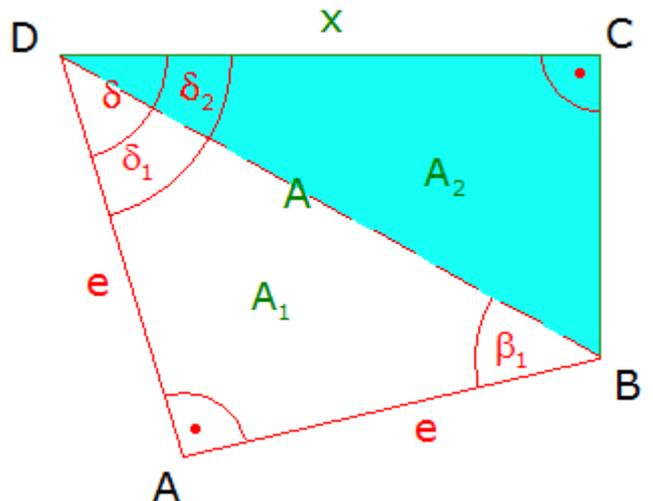
$$\frac{x}{e\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad | \cdot e\sqrt{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot e\sqrt{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \sqrt{3 \cdot 2}$$

$$\underline{\underline{x = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \sqrt{6}}}$$

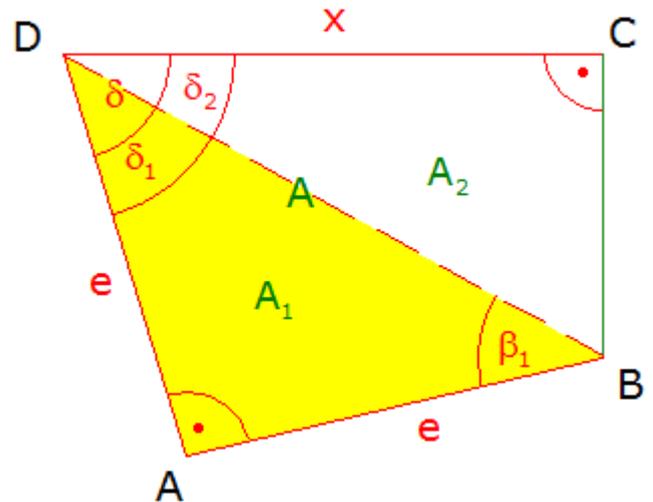


Lösung 1991 3c:

5. Berechnung der Dreiecksfläche A_1 :

$$A_1 = \frac{e \cdot e}{2}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} e^2$$



6. Berechnung der Strecke \overline{BC} :

$$\sin \delta_2 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$$

Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck BCD

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{e\sqrt{2}}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

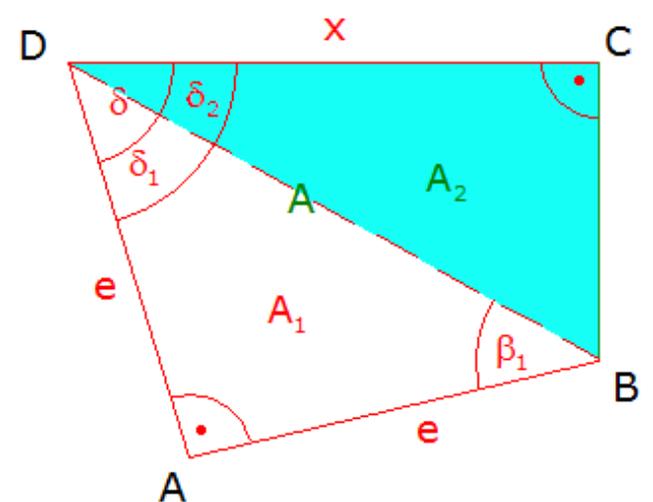
$$\frac{1}{2} = \frac{\overline{BC}}{e\sqrt{2}}$$

Seiten tauschen

$$\frac{\overline{BC}}{e\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$| \cdot e\sqrt{2}$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} e\sqrt{2}$$



7. Berechnung der Dreiecksfläche A_2 :

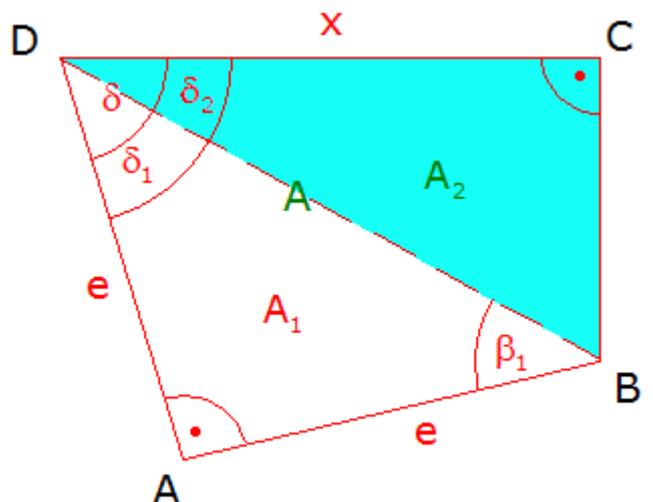
$$A_2 = \frac{x \cdot \overline{BC}}{2}$$

$$A_2 = \frac{\frac{1}{2} e\sqrt{6} \cdot \frac{1}{2} e\sqrt{2}}{2}$$

$$A_2 = \frac{\frac{1}{4} e^2 \sqrt{6} \cdot \sqrt{2}}{2} \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$A_2 = \frac{\frac{1}{4} e^2 \sqrt{12}}{2}$$

$$A_2 = \frac{\frac{1}{4} e^2 \sqrt{3 \cdot 4}}{2} \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$



Lösung 1991 3c:

$$A_2 = \frac{\frac{1}{4}e^2 \sqrt{3} \cdot \sqrt{4}}{2}$$

$$A_2 = \frac{\frac{1}{4}e^2 \sqrt{3} \cdot 2}{2}$$

$$A_2 = \frac{\frac{1}{4}e^2 \sqrt{3} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} \quad \text{Bruch kürzen}$$

$$A_2 = \frac{1}{4}e^2 \sqrt{3}$$

8. Berechnung der Gesamtfläche A:

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{4}e^2 \sqrt{3}$$

$$A = \frac{2}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^2 \sqrt{3}$$

$$A = \frac{2}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^2 \sqrt{3}$$

$$A = \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^2 \sqrt{3}$$

$$A = \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^2 \sqrt{3}$$

$$A = \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}e^2 \sqrt{3}$$

$$A = \frac{1}{4}e^2 (1+1+\sqrt{3})$$

$$A = \frac{1}{4}e^2 (2+\sqrt{3})$$

