

**Aufgabe 1991 1b:**

**4 P**

Eine Firma stellt Einsätze aus Blech für Abfallkörbe her. Sie sind oben offen und haben die Form eines quadratischen Pyramidenstumpfes.

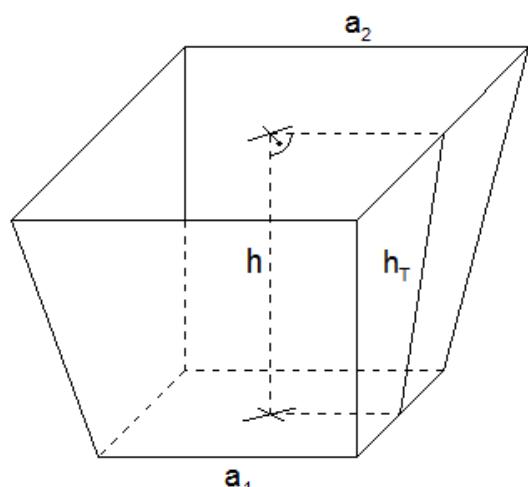
Typ II:

$$a_2 = 54,0 \text{ cm}$$

$$h_T = 46,0 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Blech}} = 1,00 \text{ m}^2 \quad (\text{Materialbedarf})$$

Berechnen Sie das Fassungsvermögen dieses Einsatzes in Liter.



**Strategie 1991 1b:**

**Gegeben:**

Quadratischer  
Pyramidenstumpf

$$a_2 = 54,0 \text{ cm}$$

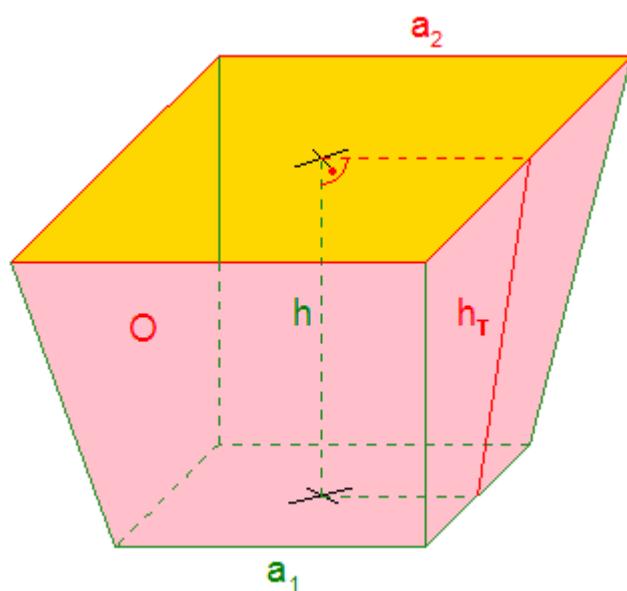
$$h_T = 46,0 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Blech}} = 1,00 \text{ m}^2$$

**Gesucht:**

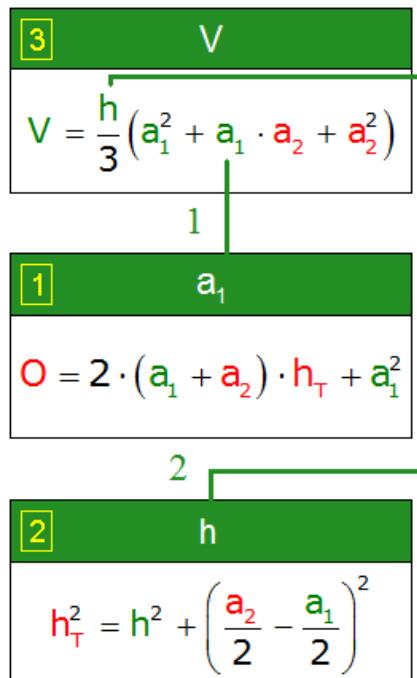
V in Liter

**Skizze:**



### Strategie 1991 1b:

#### Struktogramm:



### Lösung 1991 1b:

#### 1. Berechnung der Grundkante $a_1$ :

$$O = 2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_T + a_1^2 \quad \text{Pyramidenmantel + Grundfläche}$$

$$10000 = 2 \cdot (a_1 + 54) \cdot 46 + a_1^2 \quad \text{Zusammenfassen}$$

$$10000 = 92 \cdot (a_1 + 54) + a_1^2 \quad \text{Summe ausmultiplizieren}$$

$$10000 = 92a_1 + 4968 + a_1^2 \quad \text{Seiten wechseln}$$

$$a_1^2 + 92a_1 + 4968 = 10000 \quad | -10000$$

$$a_1^2 + 92a_1 - 5032 = 0 \quad \text{Normalform einer quadratischen Gleichung}$$

$$a_1^2 + 92a_1 - 5032 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0 \quad p \text{ und } q \text{ bestimmen}$$

$$p = 92$$

$$q = -5032$$

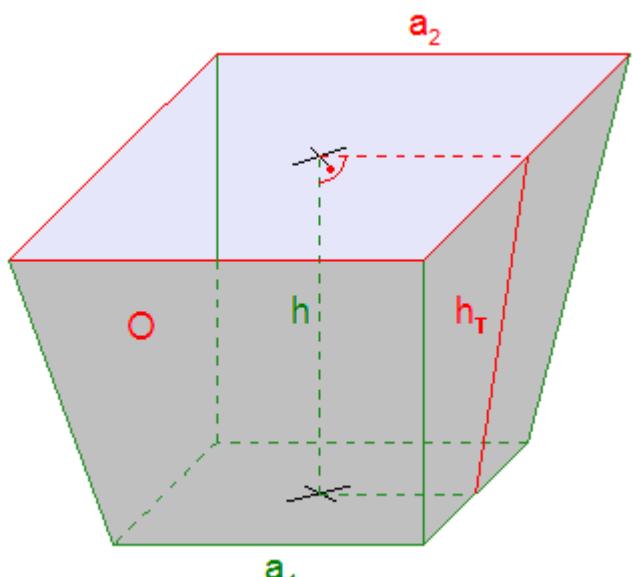
$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{Lösungsformel}$$

$$x_{1,2} = -\frac{92}{2} \pm \sqrt{\frac{92^2}{4} - (-5032)}$$

$$x_{1,2} = -46 \pm \sqrt{\frac{8464}{4} + 5032}$$

$$x_{1,2} = -46 \pm \sqrt{2116 + 5032}$$

$$x_{1,2} = -46 \pm \sqrt{7148}$$



### Lösung 1991 1b:

$$x_{1,2} = -46 \pm 84,5$$

$$x_1 = -46 + 84,5$$

$$\underline{x_1 = 38,5}$$

Lösung

$$x_2 = -46 - 84,5$$

$$\cancel{x_2 = 130,5}$$

keine Lösung,  
da negativ

$$\underline{a_1 = 38,5 \text{ cm}}$$

### 2. Berechnung der Höhe $h$ :

$$h_T^2 = h^2 + \left( \frac{a_2}{2} - \frac{a_1}{2} \right)^2$$

Pythagoras im  
rechtwinkligen  
gelben  
Teildreieck

$$46^2 = h^2 + \left( \frac{54}{2} - \frac{38,5}{2} \right)^2$$

$$2116 = h^2 + (27 - 19,25)^2$$

$$2116 = h^2 + 7,75^2$$

$$2116 = h^2 + 60,1$$

Seiten tauschen

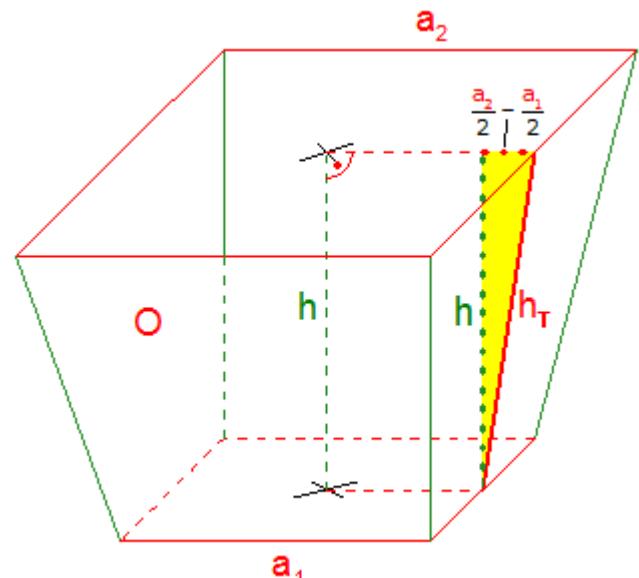
$$h^2 + 60,1 = 2116$$

$$|- 60,1$$

$$h^2 = 2055,9$$

$$|\sqrt{\phantom{x}}$$

$$\underline{h = 45,3 \text{ cm}}$$



### 3. Berechnung des Volumens $V$ in Liter:

$$V = \frac{h}{3} (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

$$V = \frac{45,3}{3} (38,5^2 + 38,5 \cdot 54 + 54^2)$$

Volumen  
quadratischer  
Pyramidenstumpf

$$V = 15,1(1482,25 + 2079 + 2916)$$

$$V = 15,1 \cdot 6477,25$$

$$V = 97806,5 \text{ cm}^3$$

$$V = 97,8 \text{ dm}^3$$

$$\underline{V = 98 \text{ Liter}}$$

