

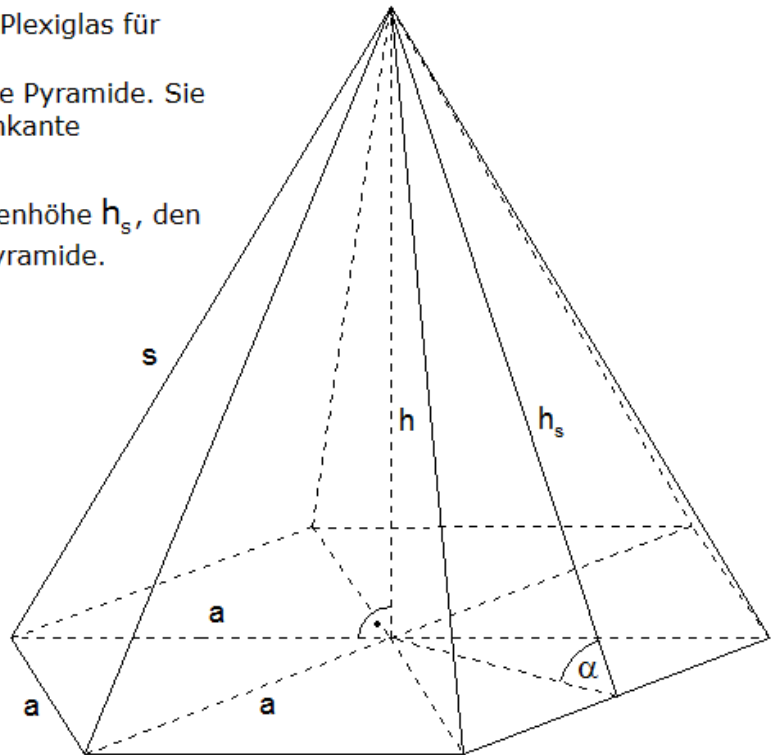
Aufgabe 1990 1a:

4 P

Eine Firma stellt Anschauungsmodelle aus Plexiglas für den Mathematikunterricht her.

Ein Modell ist eine regelmäßige sechsseitige Pyramide. Sie hat die Grundkante $a=6,5\text{ cm}$ und Seitenkante $s=21,0\text{ cm}$.

Berechnen Sie die Höhe h , die Seitenflächenhöhe h_s , den Neigungswinkel α und das Volumen der Pyramide.



Strategie 1990 1a:

Gegeben:

Regelmäßige sechsseitige
Pyramide

$$a = 6,5\text{ cm}$$

$$s = 21,0\text{ cm}$$

Gesucht:

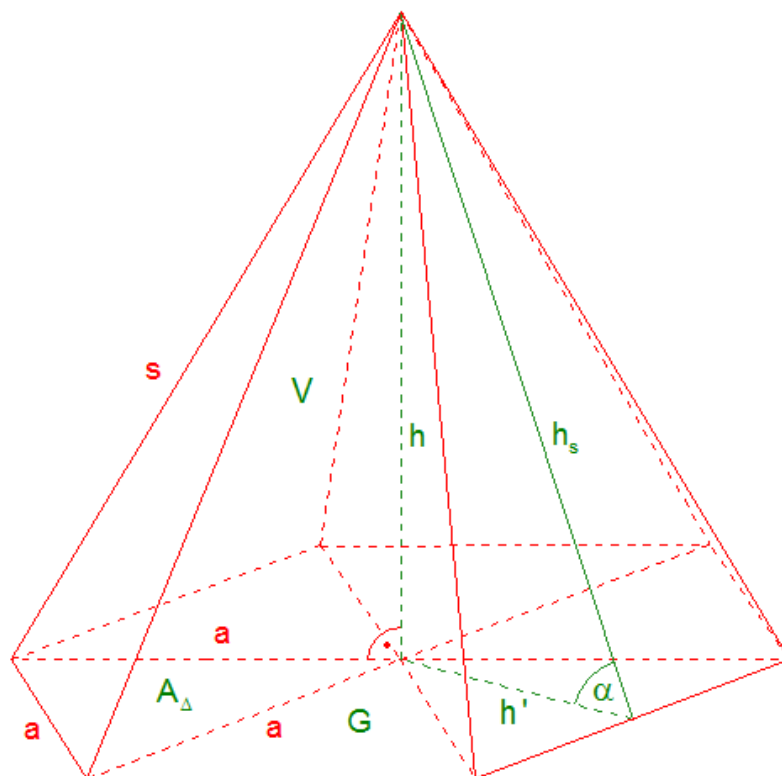
h

h_s

α

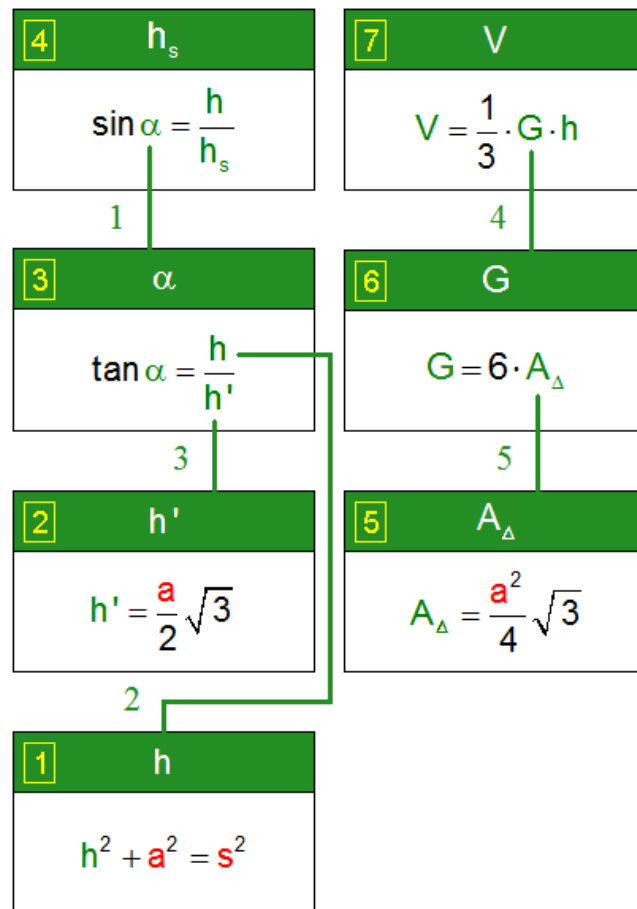
V

Skizze:



Strategie 1990 1a:

Struktogramm:



Lösung 1990 1a:

1. Berechnung der Pyramidenhöhe h :

$$h^2 + a^2 = s^2$$

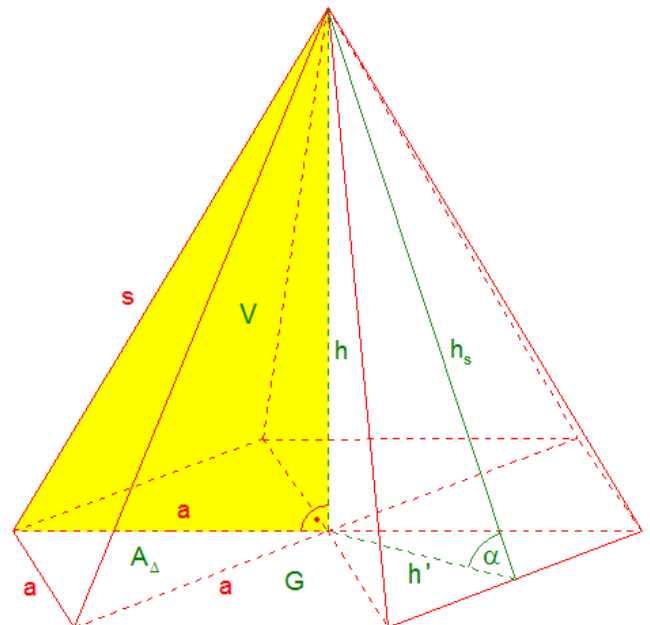
Pythagoras im
rechtwinkligen gelben
Teildreieck

$$h^2 + 6,5^2 = 21^2$$

$$h^2 + 42,25 = 441 \quad | - 42,25$$

$$h^2 = 398,75 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{\underline{h = 19,97 \text{ cm}}}$$



Lösung 1990 1a:

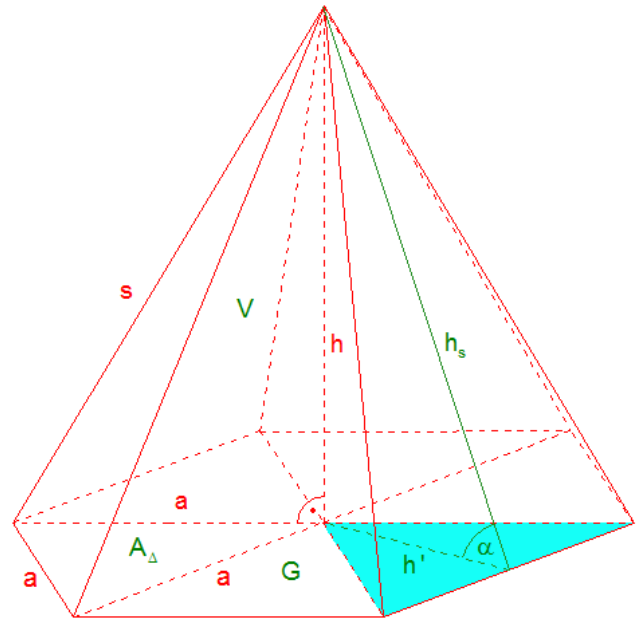
2. Berechnung der Dreieckshöhe h' :

$$h' = \frac{a}{2} \sqrt{3} \quad \text{Formel Dreieckshöhe im gleichseitigen Dreieck}$$

$$h' = \frac{6,5}{2} \sqrt{3}$$

$$h' = 3,25 \sqrt{3}$$

$$\underline{h' = 5,63 \text{ cm}}$$



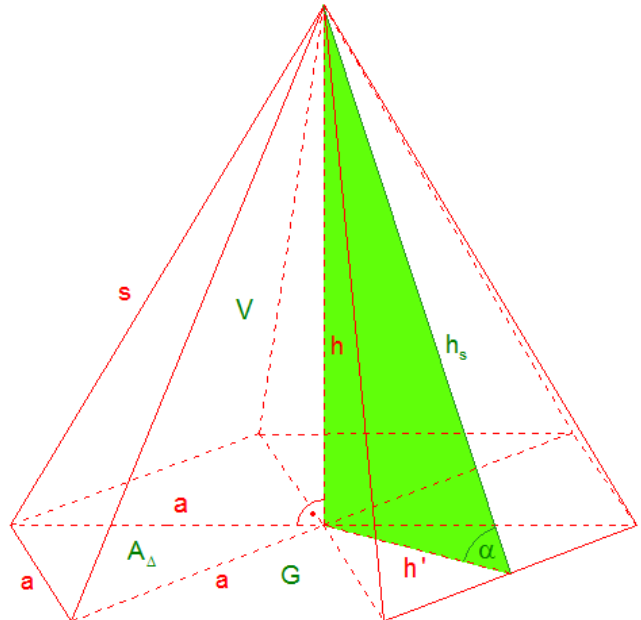
3. Berechnung des Winkels α :

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h}{h'} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$\tan \alpha = \frac{19,97}{5,63}$$

$$\tan \alpha = 3,54707$$

$$\underline{\alpha = 74,3^\circ}$$



4. Berechnung der Seitenflächenhöhe h_s :

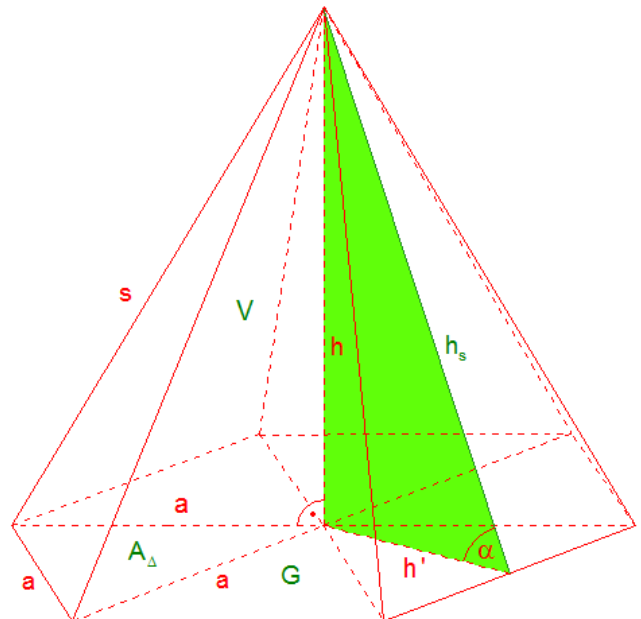
$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h}{h_s} \quad \text{Sinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$\sin 74,3^\circ = \frac{19,97}{h_s}$$

$$0,9627 = \frac{19,97}{h_s} \quad | \cdot h_s$$

$$h_s \cdot 0,9627 = 19,97 \quad | : 0,9627$$

$$\underline{h_s = 20,74 \text{ cm}}$$



Lösung 1990 1a:

5. Berechnung der Dreiecksfläche A_{Δ} :

$$A_{\Delta} = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$$

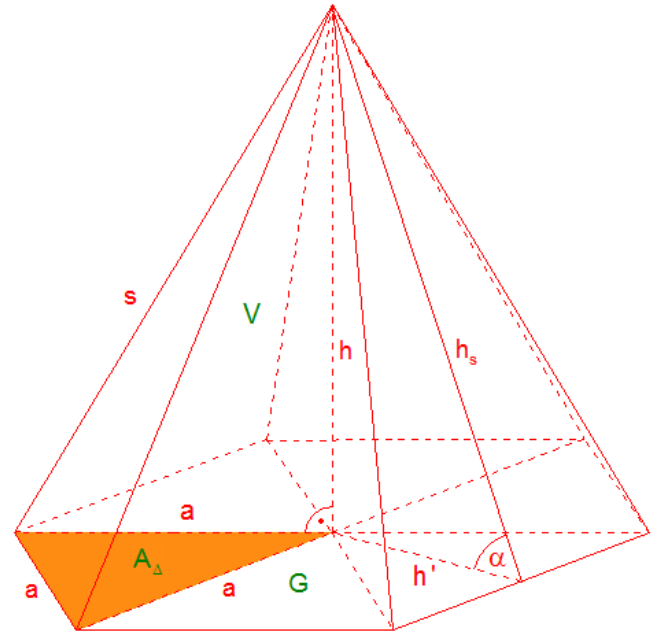
Formel Dreiecksfläche
des gleichseitigen
Dreiecks

$$A_{\Delta} = \frac{6,5^2}{4} \sqrt{3}$$

$$A_{\Delta} = \frac{42,25}{4} \sqrt{3}$$

$$A_{\Delta} = 10,5625 \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{A_{\Delta} = 18,29 \text{ cm}^2}$$

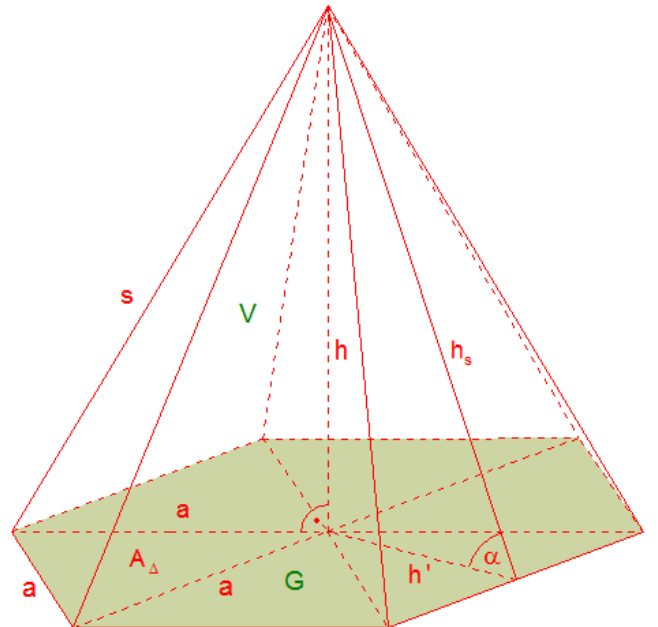


6. Berechnung der Grundfläche G :

$$G = 6 \cdot A_{\Delta}$$

$$G = 6 \cdot 18,29$$

$$\underline{G = 109,74 \text{ cm}^2}$$



7. Berechnung des Pyramidenvolumens V :

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

Formel Pyramidenvolumen

$$V = \frac{1}{3} \cdot 109,74 \cdot 19,97$$

$$\underline{\underline{V = 730,5 \text{ cm}^3}}$$

