

Aufgabe 1989 6c:

3 P

Ein neuer Tank hat die Form eines Zylinders mit einer Höhe von 4,0 m und einem Durchmesser von 7,0 m. Eine kegelstumpfförmige Auffangwanne, die im Schadensfall den vollen Tankinhalt aufnehmen muss, soll innen mit einem Schutzanstrich versehen werden.

Wieviel Quadratmeter Fläche sind zu streichen, wenn die Wanne 1,0 m hoch ist und ihr unterer, kleinerer Durchmesser 9,0 m beträgt?

Strategie 1989 6c:

Gegeben:

Zylinder

Kegelstumpf

$$r_{\text{Zyl}} = 3,50 \text{ m}$$

$$h_{\text{Zyl}} = 4 \text{ m}$$

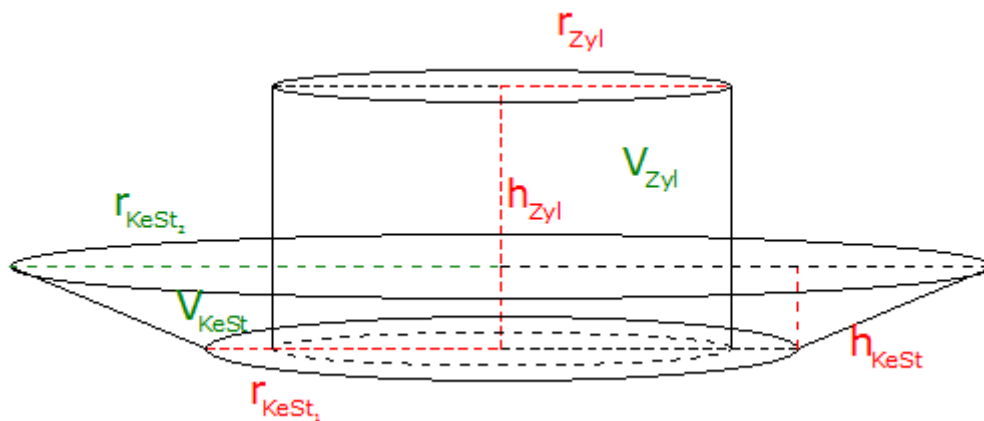
$$r_{\text{KeSt}_1} = 4,50 \text{ m}$$

$$h_{\text{KeSt}} = 1 \text{ m}$$

Gesucht:

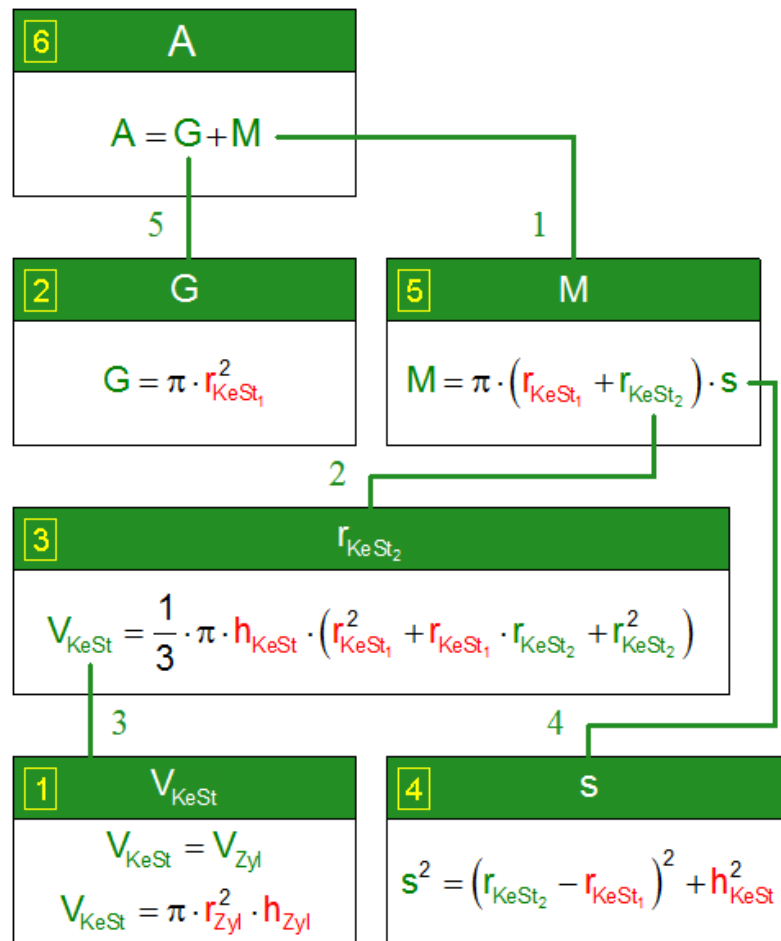
A

Skizze:



Strategie 1989 6c:

Struktogramm:



Lösung 1989 6c:

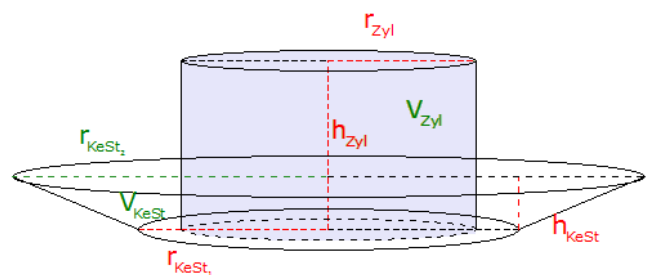
1. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

$$V_{Zyl} = \pi \cdot r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl} \quad \text{Formel Zylindervolumen}$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 3,5^2 \cdot 4$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 12,25 \cdot 4$$

$$V_{Zyl} = 153,9 \text{ m}^3$$



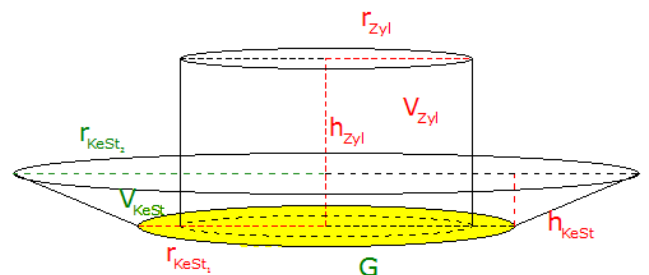
2. Berechnung der Grundkreisfläche des Kegelstumpfes G :

$$G = \pi \cdot r_{KeSt1}^2 \quad \text{Formel Kreisfläche}$$

$$G = \pi \cdot 4,5^2$$

$$G = \pi \cdot 20,25$$

$$G = 63,6 \text{ m}^2$$



Lösung 1989 6c:

3. Berechnung des Kegelstumpf-Deckkreisradius r_{KeSt_2} :

$$V_{\text{KeSt}} = V_{\text{Zyl}}$$

$$V_{\text{KeSt}} = 153,9 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{\text{KeSt}} (r_{\text{KeSt}_1}^2 + r_{\text{KeSt}_1} \cdot r_{\text{KeSt}_2} + r_{\text{KeSt}_2}^2)$$

$$153,9 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1 (4,5^2 + 4,5 \cdot r_{\text{KeSt}_2} + r_{\text{KeSt}_2}^2) \quad \left| \cdot \frac{3}{\pi} \right.$$

$$147 = 4,5^2 + 4,5 \cdot r_{\text{KeSt}_2} + r_{\text{KeSt}_2}^2$$

$$147 = 20,25 + 4,5 \cdot r_{\text{KeSt}_2} + r_{\text{KeSt}_2}^2$$

$$r_{\text{KeSt}_2}^2 + 4,5 \cdot r_{\text{KeSt}_2} + 20,25 = 147$$

$$r_{\text{KeSt}_2}^2 + 4,5 \cdot r_{\text{KeSt}_2} - 126,75 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = 4,5$$

$$q = -126,75$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$r_{2,2} = -\frac{4,5}{2} \pm \sqrt{\frac{4,5^2}{4} - (-126,75)}$$

$$r_{2,2} = -2,25 \pm \sqrt{\frac{20,25}{4} + 126,75}$$

$$r_{2,2} = -2,25 \pm \sqrt{5,0625 + 126,75}$$

$$r_{2,2} = -2,25 \pm \sqrt{131,8125}$$

$$r_{2,2} = -2,25 \pm 11,48$$

$$r_1 = -2,25 + 11,48$$

$$r_1 = 9,23 \text{ m}$$

$$r_2 = -2,25 - 11,48$$

$$\cancel{r_2 = -13,73 \text{ m}}$$

Seiten tauschen

| - 147

Quadratische Gleichung in der Normalform p und q bestimmen

Lösungsformel

keine Lösung, da negativ

4. Berechnung der Kegelstumpf-Mantellinie s:

$$s^2 = (r_{\text{KeSt}_2} - r_{\text{KeSt}_1})^2 + h_{\text{KeSt}}^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen grünen Dreieck}$$

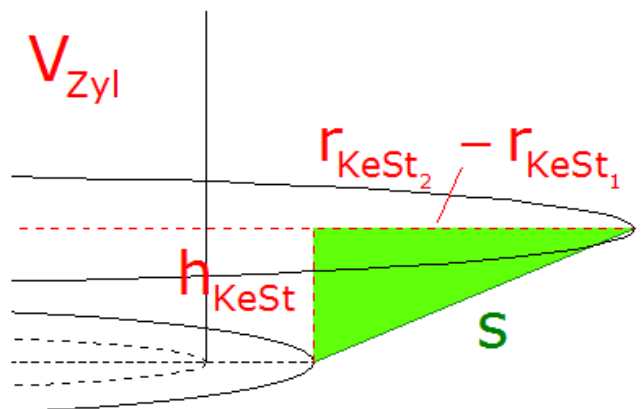
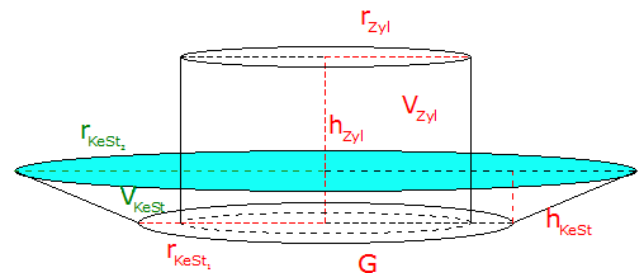
$$s^2 = (9,23 - 4,5)^2 + 1^2$$

$$s^2 = 4,73^2 + 1^2$$

$$s^2 = 22,3729 + 1$$

$$s^2 = 23,3729$$

$$s = 4,83 \text{ m}$$



Lösung 1989 6c:

5. Berechnung des Kegelstumpf-Mantels M:

$$M = \pi \cdot (r_{\text{KeSt}_1} + r_{\text{KeSt}_2}) \cdot s$$

$$M = \pi \cdot (4,5 + 9,23) \cdot 4,83$$

$$M = \pi \cdot 13,73 \cdot 4,83$$

$$M = 208,3 \text{ m}^2$$

6. Berechnung der Kegelstumpf-Innenfläche A:

$$A = G + M$$

$$A = 63,6 + 208,3$$

$$A = 271,9 \text{ m}^2$$

