

Aufgabe 1989 3b:

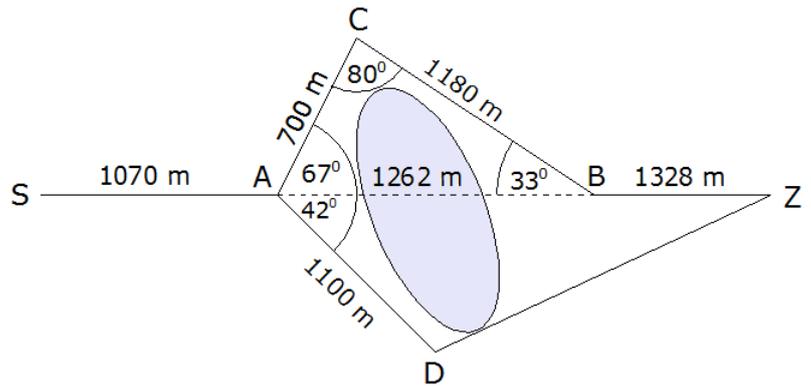
4 P

Bei einem Geländespiel sollen Schüler vom Start S zum Ziel Z ($SZ = 3.660\text{m}$) gehen. Vom Punkt A aus muss ein See umgangen werden (siehe Wegskizze).

Eine andere Schülergruppe umgeht den See von A über Punkt D.

Welche Gesamtstrecke legt diese Gruppe zurück?
Um wie viele Meter wäre der Weg dieser Gruppe kürzer, wenn sie vom Start S direkt über den Punkt D zum Ziel Z gehen würde?

Wie groß wäre dabei Winkel DSA?



Strategie 1989 3b:

Gegeben:

$\overline{SZ} = 3660\text{m}$

$\overline{SA} = 1070\text{m}$

$\overline{AC} = 700\text{m}$

$\overline{BC} = 1180\text{m}$

$\overline{AD} = 1100\text{m}$

$\overline{AB} = 1262\text{m}$

$\angle CAB = \alpha = 67^\circ$

$\angle BAD = 42^\circ$

$\angle CBA = \beta = 33^\circ$

$\gamma = 80^\circ$

$\overline{BZ} = 1328\text{m}$

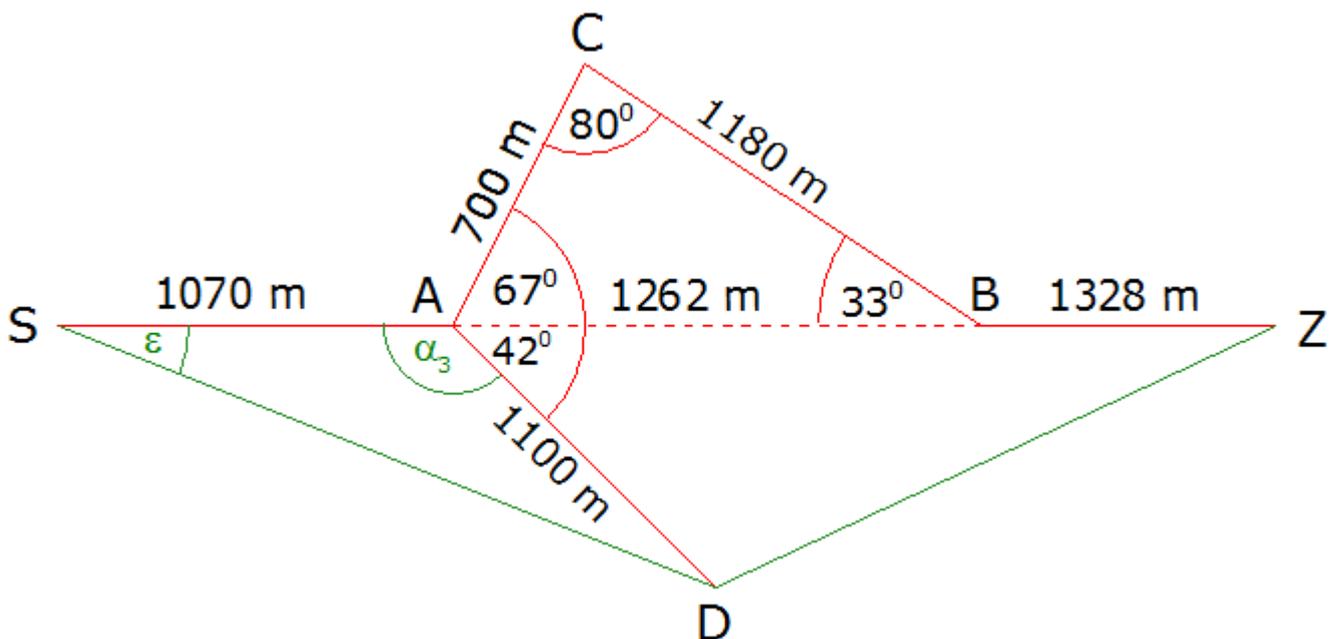
Gesucht:

\overline{SADZ}

Diff

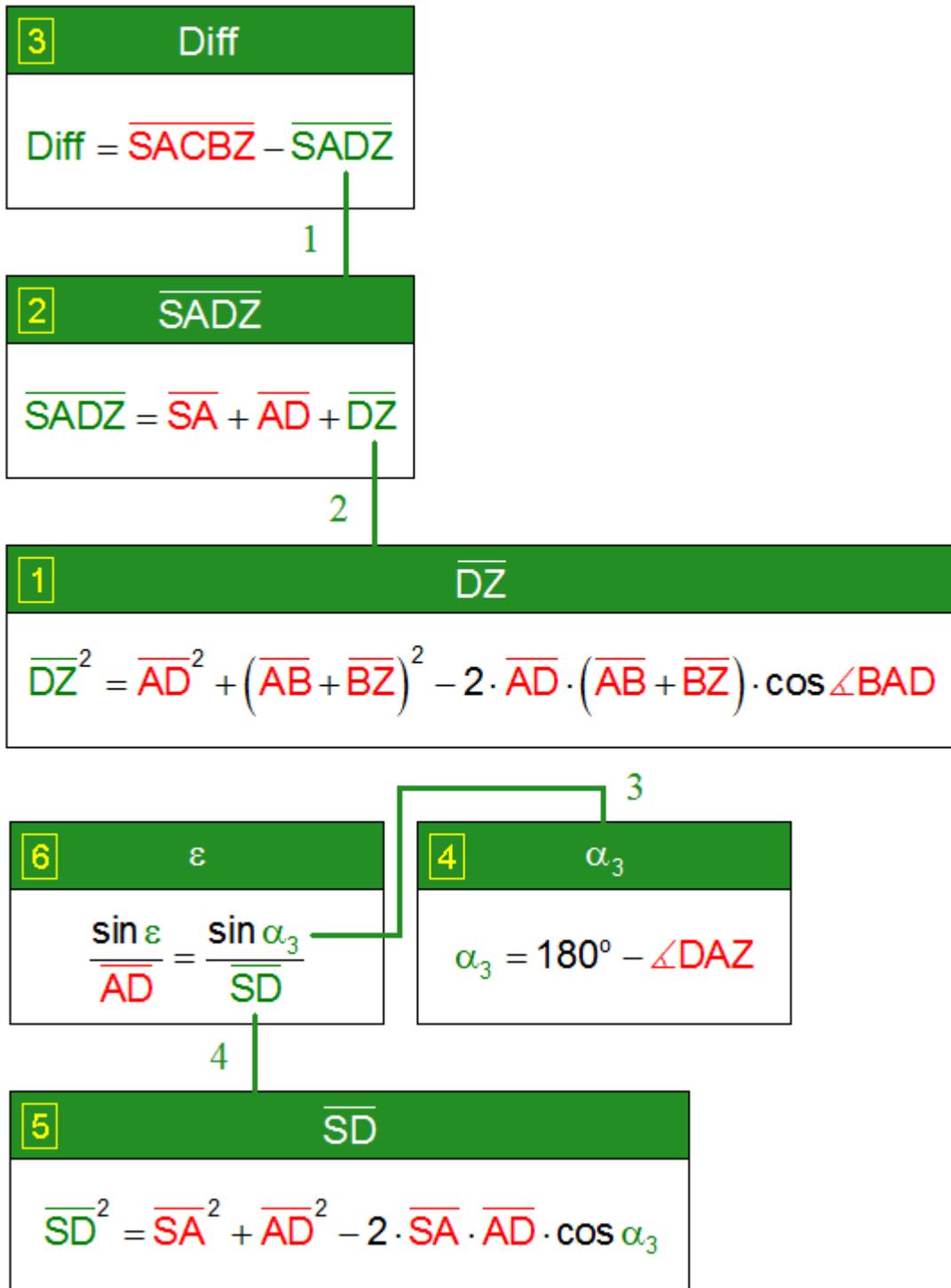
$\angle DSA = \epsilon$

Skizze:



Strategie 1989 3b:

Struktogramm:



Lösung 1989 3b:

1. Berechnung der Strecke \overline{DZ} :

$$\overline{DZ}^2 = \overline{AD}^2 + (\overline{AB} + \overline{BZ})^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot (\overline{AB} + \overline{BZ}) \cdot \cos \angle BAD$$

Kosinussatz
im
allgemeinen
gelben
Teildreieck
ADZ

$$\overline{DZ}^2 = 1100^2 + 2590^2 - 2 \cdot 1100 \cdot 2590 \cdot \cos 42^\circ$$

$$\overline{DZ}^2 = 1210000 + 6708100 - 2 \cdot 1100 \cdot 2590 \cdot 0,7431$$

$$\overline{DZ}^2 = 1210000 + 6708100 - 4234439$$

$$\overline{DZ}^2 = 3683661$$

$|\sqrt{\quad}$

$$\overline{DZ} = 1919\text{m}$$

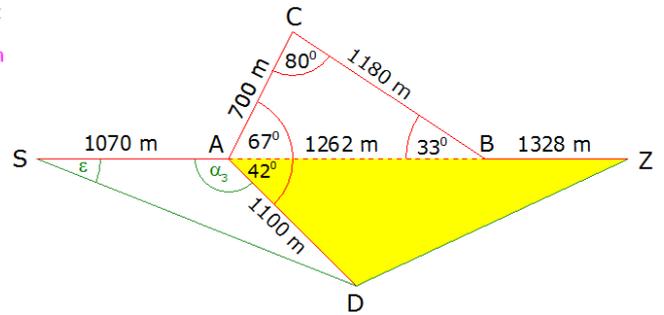
2. Berechnung der Gesamtstrecke \overline{SADZ} :

$$\overline{SADZ} = \overline{SA} + \overline{AD} + \overline{DZ}$$

$$\overline{SADZ} = 1070 + 1100 + 1919$$

$$\overline{SADZ} = 4089\text{m}$$

Antwort: Die zweite Schülergruppe legt eine Gesamtstrecke von 4089 m zurück.



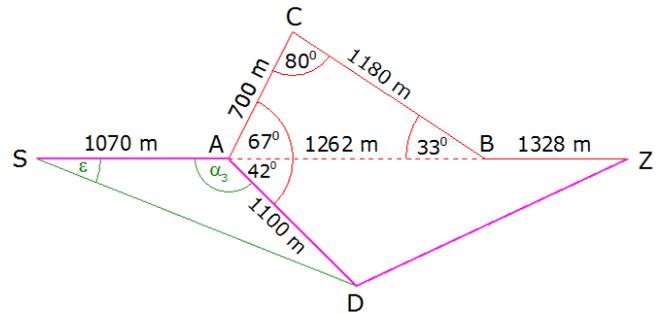
3. Berechnung der Differenz der Gesamtstrecken Diff:

$$\text{Diff} = \overline{SACBZ} - \overline{SADZ}$$

$$\text{Diff} = 4278 - 4089$$

$$\text{Diff} = 189\text{m}$$

Antwort: Die Gesamtstrecke der 2. Schülergruppe ist um 189 m kürzer als die der 1. Schülergruppe.

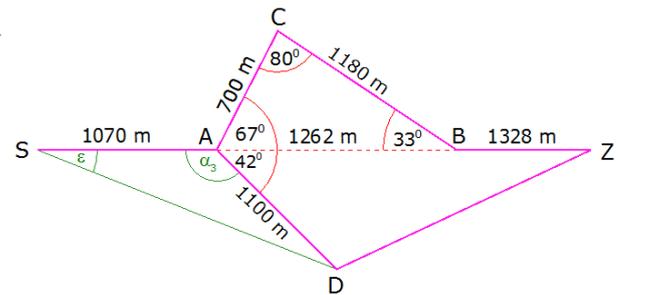


4. Berechnung des Winkels $\angle SAD = \alpha_3$:

$$\alpha_3 = 180^\circ - \angle DAZ$$

$$\alpha_3 = 180^\circ - 42^\circ$$

$$\alpha_3 = 138^\circ$$



5. Berechnung der Strecke \overline{SD} :

$$\overline{SD}^2 = \overline{SA}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{SA} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \alpha_3$$

Kosinussatz im
allgemeinen
grünen
Teildreieck ADS

$$\overline{SD}^2 = 1070^2 + 1100^2 - 2 \cdot 1070 \cdot 1100 \cdot \cos 138^\circ$$

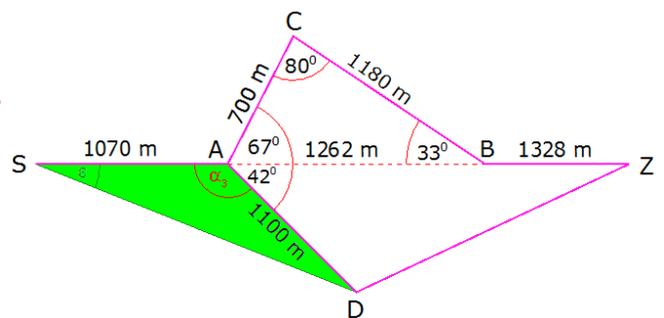
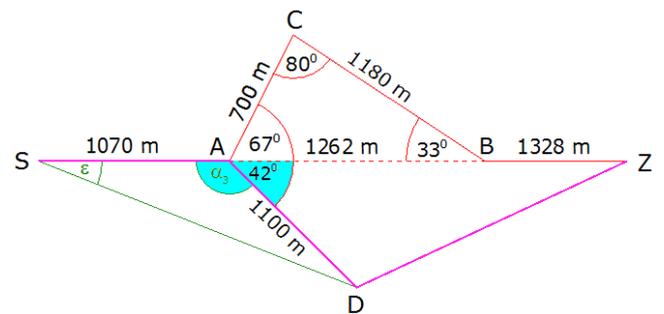
$$\overline{SD}^2 = 1144900 + 1210000 - 2354000 \cdot (-0,7431)$$

$$\overline{SD}^2 = 1144900 + 1210000 + 1749363$$

$$\overline{SD}^2 = 4104263$$

$|\sqrt{\quad}$

$$\overline{SD} = 2026\text{m}$$



Lösung 1989 3b:

6. Berechnung des Winkels $\angle DSA = \varepsilon$:

$$\frac{\sin \varepsilon}{AD} = \frac{\sin \alpha_3}{SD}$$

Sinussatz im
allgemeinen
grünen Teildreieck
ADS

$$\frac{\sin \varepsilon}{1100} = \frac{\sin 138^\circ}{2026}$$

$$\frac{\sin \varepsilon}{1100} = \frac{0,6691}{2026}$$

| · 1100

$$\sin \varepsilon = \frac{0,6691}{2026} \cdot 1100$$

$$\sin \varepsilon = 0,3633$$

$$\underline{\underline{\angle DSA = \varepsilon = 21^\circ}}$$

