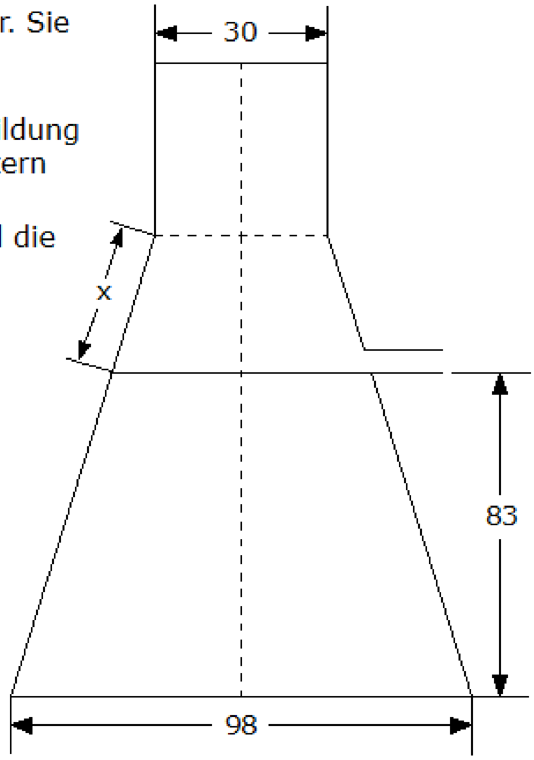
Aufgabe 1989 2b: **4 P**

Eine Firma stellt oben offene Behälter aus Stahlblech her. Sie haben die Form eines Kegelstumpfes mit aufgesetztem Zylinder.

Ein anderer Behälter erhält gemäß nebenstehender Abbildung ein Überlaufrohr. Er kann bis zu diesem Rohr mit 329 Litern gefüllt werden.

Berechnen Sie den oberen Durchmesser der Füllung und die Strecke x. Maße in cm!



Strategie 1989 2b:

Gegeben:

Kegelstumpf
Zylinder

$d_1 = 98\,\text{cm}$

$r_1 = 49\,\text{cm}$

$d_3 = 30\,\text{cm}$

$r_3 = 15\,\text{cm}$

$h_1 = 83\,\text{cm}$

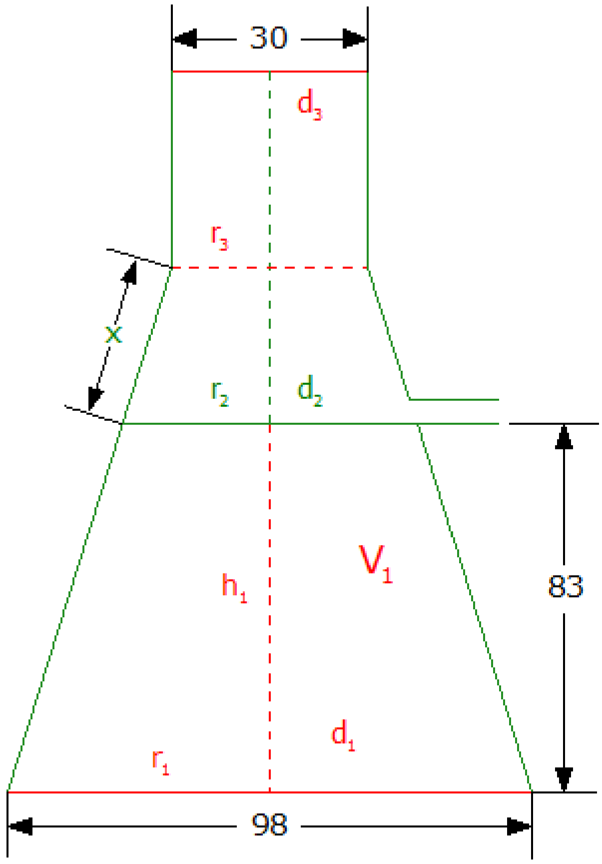
$V_1 = 320\,\text{Liter} = 320000\,\text{cm}^3$

Gesucht:

d_2

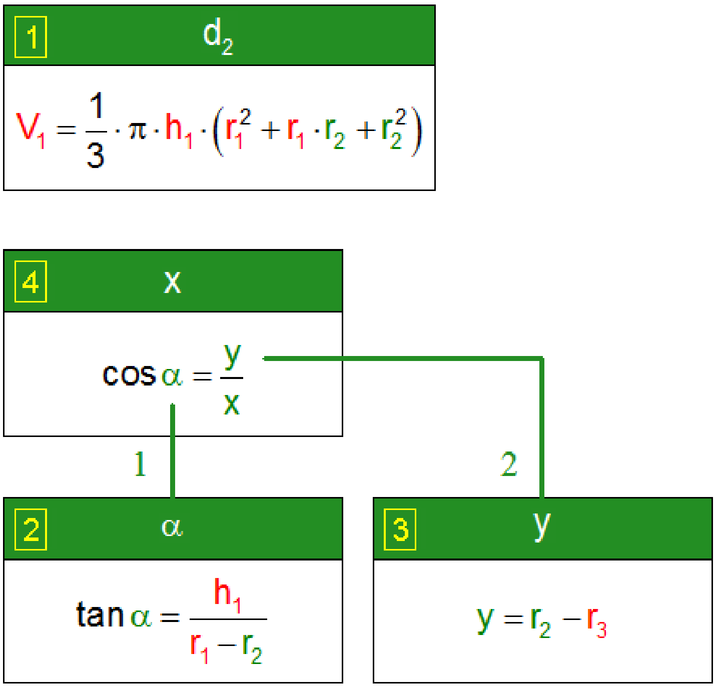
x

Skizze:



Strategie 1989 2b:

Struktogramm:



Lösung 1989 2b:

1. Berechnung des oberen Durchmessers der Füllung d_2:

$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_1 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$ Formel Kegelstumpfvolumen

$320000 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 83 \cdot (49^2 + 49 \cdot r_2 + r_2^2)$

$320000 = 86{,}9 \cdot (2401 + 49 \cdot r_2 + r_2^2) \quad |:86{,}9$

$3682 = r_2^2 + 49 \cdot r_2 + 2401$ Seiten tauschen

$r_2^2 + 49 \cdot r_2 + 2401 = 3682 \quad |-3682$

$r_2^2 + 49 \cdot r_2 - 1281 = 0$ Quadratische Gleichung in der Normalform

$r_2^2 + 49 \cdot r_2 - 1281 = 0$

$x^2 + px + q = 0$ p und q bestimmen

$p = 49$

$q = -1281$

$r_{2_{1,2}} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$r_{2_{1,2}} = -\frac{49}{2} \pm \sqrt{\frac{49^2}{4} - (-1281)}$

$r_{2_{1,2}} = -24{,}5 \pm \sqrt{\frac{2401}{4} + 1281}$

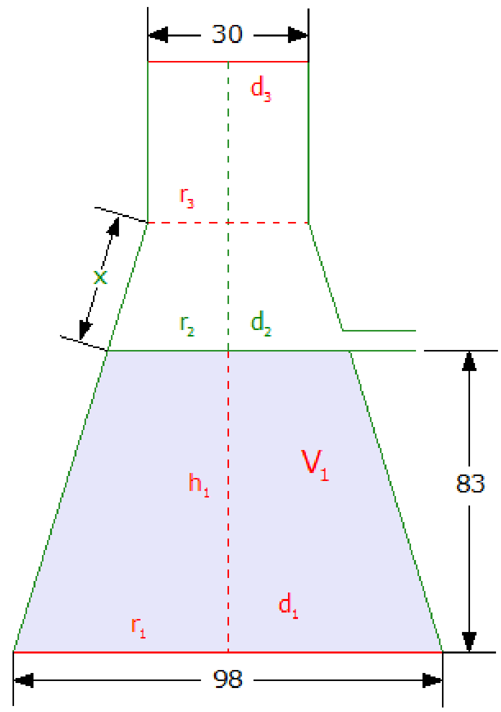
$r_{2_{1,2}} = -24{,}5 \pm \sqrt{600{,}25 + 1281}$

$r_{2_{1,2}} = -24{,}5 \pm \sqrt{1881{,}25}$

$r_{2_{1,2}} = -24{,}5 \pm 43{,}4$

$r_{2_1} = -24{,}5 + 43{,}4$

$\underline{r_{2_1} = 18{,}9\,\text{cm}}$



Lösung 1989 2b:

$r_{2_2} = -24{,}5 - 43{,}4$

$r_{2_2} = \cancel{-67{,}9}$ keine Lösung, da negativ

$\underline{\underline{d_2 = 37{,}8\,\text{cm}}}$

2. Berechnung des Winkels α:

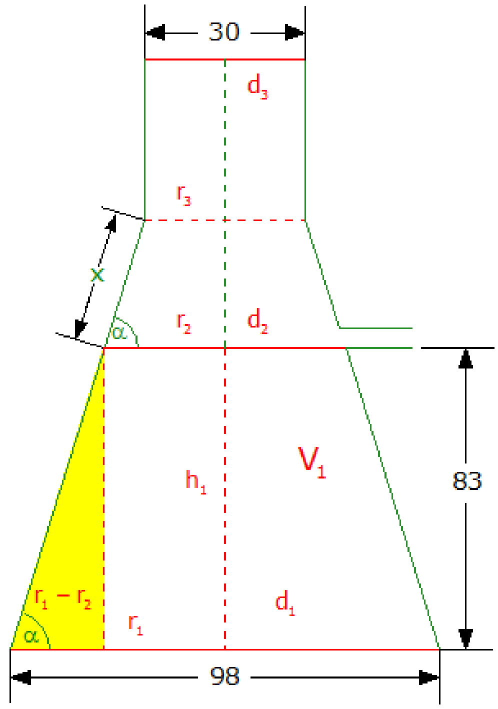
$\tan\alpha = \dfrac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \dfrac{h_1}{r_1 - r_2}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$\tan\alpha = \dfrac{83}{49 - 18{,}9}$

$\tan\alpha = \dfrac{83}{30{,}1}$

$\tan\alpha = 2{,}7575$

$\underline{\alpha = 70{,}1^\circ}$

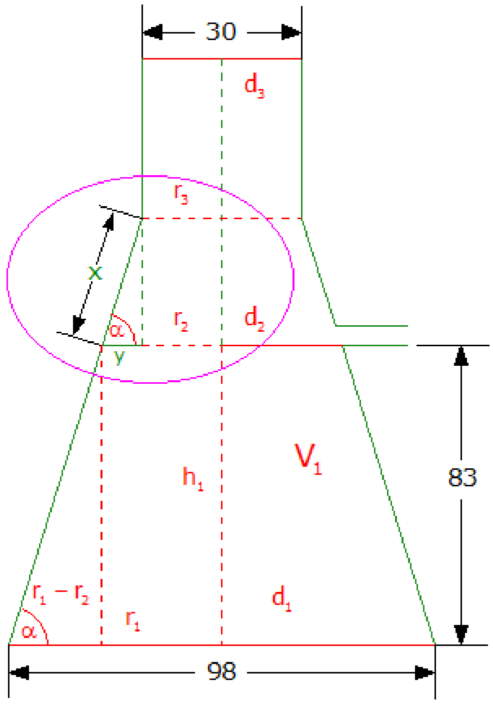


3. Berechnung der Strecke y:

$y = r_2 - r_3$

$y = 18{,}9 - 15$

$\underline{y = 3{,}9\,\text{cm}}$



Lösung 1989 2b:

<u>4. Berechnung der Strecke x:</u>

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{y}{x}$$

Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\cos 70{,}1^\circ = \frac{3{,}9}{x}$$

$$0{,}3404 = \frac{3{,}9}{x} \qquad \Big| \cdot x$$

$$x \cdot 0{,}3404 = 3{,}9 \qquad \Big| : 0{,}3404$$

$$\underline{\underline{x = 11{,}5\,\text{cm}}}$$